



# Étude d'un gyromètre à atomes froids

Benjamin Canuel

## ► To cite this version:

Benjamin Canuel. Étude d'un gyromètre à atomes froids. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2007. Français. NNT : . tel-00193288

**HAL Id: tel-00193288**

**<https://theses.hal.science/tel-00193288>**

Submitted on 3 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**Laboratoire National de Métrologie et d'Essai  
SYstèmes de Référence Temps-Espace**

**THÈSE DE DOCTORAT DE PHYSIQUE**  
Spécialité : Laser et Matière

Présentée par

**Benjamin CANUEL**

Pour obtenir le titre de  
**Docteur de l'Université Paris XI**

Sujet :

**Étude d'un gyromètre à atomes froids**

Soutenue le 15 mars 2007 devant le jury composé de :

M. Jean Michel Caron	Membre invité
M. Christian Delsart	Examineur
M. Arnaud Landragin	Examineur
M. Vincent Lorent	Rapporteur
M. Pierre Pillet	Président du jury
M. Ernst Rasel	Rapporteur
M. Philip Tuckey	Directeur de these



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>7</b>
<b>Remerciements</b>	<b>11</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>13</b>
1.1 L'interférométrie à onde de matière . . . . .	14
1.2 Le gyromètre-accéléromètre du Syrte . . . . .	15
1.3 Principe de l'expérience . . . . .	15
1.4 État de l'expérience au début de ce travail de thèse. . . . .	17
1.5 Plan du manuscrit. . . . .	17
<b>2 Principe de fonctionnement</b>	<b>19</b>
2.1 Présentation de séparatrices optiques . . . . .	19
2.1.1 Modèle de l'atome à deux niveaux . . . . .	19
2.1.2 Prise en compte de l'état atomique externe . . . . .	22
2.1.3 Réalisation d'un interféromètre similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder	23
2.2 Utilisation de transitions Raman . . . . .	24
2.2.1 Principe . . . . .	24
2.2.2 Modélisation . . . . .	26
2.2.3 Impulsions Raman $\pi$ et $\pi/2$ . . . . .	28
2.3 Mesures inertielles . . . . .	29
2.3.1 Calcul du déphasage en sortie de l'interféromètre . . . . .	29
2.3.2 Facteur d'échelle pour des mesures d'accélération. . . . .	31
2.3.3 Facteur d'échelle pour des mesures de rotation. . . . .	32
2.3.4 Choix Expérimentaux . . . . .	33
2.3.5 Sensibilité aux effets parasites . . . . .	35
<b>3 Dispositif expérimentale</b>	<b>41</b>
3.1 Fonctionnement d'un cycle de mesure . . . . .	41
3.1.1 Introduction . . . . .	41
3.1.2 La préparation des atomes . . . . .	42
3.1.3 L'interrogation Raman . . . . .	44
3.1.4 La détection . . . . .	44
3.1.5 Obtention du déphasage . . . . .	46
3.2 Mesures inertielles multi-axes . . . . .	46
3.2.1 Séquence d'interrogation à trois impulsions. . . . .	46
3.2.2 Séquence d'interrogation à quatre impulsions. . . . .	48
3.3 Réalisation des séparatrices Raman . . . . .	49



3.3.1	Génération des lasers Raman . . . . .	49
3.3.2	Configuration Raman . . . . .	53
3.3.3	Montage expérimental dans les deux configurations horizontale et verticale. . . . .	62
3.4	Différentes séquences expérimentales . . . . .	64
3.4.1	Expression des déphasages dans les configurations horizontale et verticale . . . . .	64
3.4.2	Extraction des déphasages inertiels à flanc de frange et influence des effets parasites . . . . .	66
3.4.3	Détermination des coefficients de décalage et de contraste . . . . .	69
3.4.4	Renversement de l'aire de l'interféromètre . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Les nouvelles sources atomiques</b>	<b>77</b>
4.1	Le banc laser de refroidissement . . . . .	77
4.1.1	Les nouvelles sources lasers . . . . .	78
4.1.2	Les différentes fonctions du banc de refroidissement . . . . .	81
4.1.3	Génération des faisceaux "repompeurs" sur le banc de refroidissement. . . . .	84
4.1.4	Partie "refroidisseur" du banc de refroidissement . . . . .	87
4.2	Les deux pièges magnéto-optiques . . . . .	90
4.2.1	Coupleur de fibre . . . . .	90
4.2.2	Les collimateurs de refroidissement . . . . .	93
4.2.3	Le réglage des collimateurs . . . . .	94
4.3	Pilotage du refroidissement. . . . .	94
4.4	Caractérisation des sources atomiques. . . . .	97
4.4.1	Les pièges magnéto-optiques . . . . .	97
4.4.2	La sélection micro-onde . . . . .	98
4.4.3	Distribution de vitesse des sources atomiques . . . . .	100
4.4.4	Le nombre d'atomes détectés . . . . .	105
4.4.5	Les trajectoires atomiques . . . . .	108
4.4.6	Stabilité des trajectoires . . . . .	110
<b>5</b>	<b>Sensibilité</b>	<b>115</b>
5.1	Sensibilité limite de l'interféromètre . . . . .	115
5.2	Fonction de sensibilité dans le cas d'interféromètre utilisant des impulsions de même $\Omega_R$ . . . . .	116
5.2.1	Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine temporel . . . . .	117
5.2.2	Expression de $g_\phi^{(1)}(t)$ . . . . .	117
5.2.3	Mesure de $g_\phi^{(1)}(t)$ . . . . .	118
5.2.4	Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine fréquentiel . . . . .	119
5.2.5	Mesure expérimentale de la fonction de transfert $ H_\phi^{(1)} ^2$ . . . . .	121
5.3	Cas d'un interféromètre utilisant des impulsions d'égales durées. . . . .	123
5.3.1	Fonction de sensibilité à la phase $g_\phi$ . . . . .	124
5.3.2	Influence des fluctuations de phase laser . . . . .	128
5.3.3	Évaluation expérimentale du bruit de phase laser sur un coup . . . . .	130
5.4	Sensibilité aux rotations . . . . .	132
5.5	Fonction de sensibilité à un saut d'angle . . . . .	132
5.5.1	Sensibilité aux vitesses de rotation . . . . .	134
5.6	Sensibilité aux accélérations . . . . .	137
5.6.1	Fonction de sensibilité à l'accélération $g_a(t)$ . . . . .	137
5.6.2	Influence des fluctuations d'accélérations . . . . .	138

5.7	Influence du champ magnétique . . . . .	140
5.7.1	Fonction de sensibilité aux fluctuations de champ magnétique . . . . .	140
5.7.2	Mesure du bruit sur un coup dû aux fluctuations de champ magnétique . . . . .	142
5.7.3	Évaluation du biais de champ magnétique . . . . .	143
5.7.4	Influence des fluctuations long terme de champ magnétique . . . . .	146
5.8	Influence du déplacement lumineux à un photon . . . . .	147
5.8.1	Fonction de sensibilité aux fluctuations du rapport d'intensité . . . . .	147
5.8.2	Mesure du bruit sur un coup dû aux fluctuations du rapport d'intensité . . . . .	149
5.9	Fluctuations long terme du déplacement lumineux . . . . .	150
5.10	Influence du déplacement lumineux à deux photons . . . . .	152
5.10.1	Mise en évidence du déplacement lumineux à deux photons . . . . .	152
5.10.2	Fonction de sensibilité au déplacement lumineux à deux photons . . . . .	153
5.10.3	Bruit dû au déplacement lumineux à deux photons . . . . .	155
5.10.4	Évaluation du gradient spatial de déplacement lumineux à deux photons . . . . .	156
5.10.5	Fluctuation du biais de déplacement lumineux à deux photons . . . . .	158
<b>6</b>	<b>Performances du capteur inertiel</b>	<b>161</b>
6.1	Configuration horizontale . . . . .	161
6.1.1	Franges d'interférence . . . . .	161
6.1.2	Mesure à flanc de frange . . . . .	164
6.1.3	Mesures interférométriques . . . . .	167
6.1.4	Étude de l'exactitude des mesures de rotation . . . . .	172
6.2	Résultats expérimentaux en configuration verticale. . . . .	175
6.2.1	Franges d'interférence . . . . .	175
6.2.2	Mesures interférométriques . . . . .	176
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>181</b>
7.1	Conclusion sur ce travail de thèse. . . . .	181
7.2	Autres géométries. . . . .	183
<b>A</b>	<b>Sensibilité d'un interféromètre utilisant des pulsations de Rabi quelconques</b>	<b>185</b>
<b>B</b>	<b>Articles</b>	<b>187</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>225</b>
	<b>References</b>	<b>225</b>



# Table des figures

1.1	Fonctionnement global d'un cycle de mesure . . . . .	16
2.1	Modèle de l'atome à deux niveaux . . . . .	20
2.2	Interféromètre de type "Ramsey-Bordé" symétrique . . . . .	23
2.3	Modèle de l'atome à trois niveaux . . . . .	25
2.4	Les deux configurations Raman . . . . .	25
2.5	Calcul du déphasage atomique en sortie de l'interféromètre de Mach-Zender . . . . .	30
2.6	Calcul de la phase instantanée vue par les atomes pour une accélération constante des faisceaux Raman. . . . .	31
2.7	Calcul de la phase instantanée vue par les atomes pour une rotation constante des faisceaux Raman. . . . .	32
2.8	Utilisation d'un unique faisceau d'interrogation . . . . .	34
2.9	Discrimination des différents effets inertiels. . . . .	35
2.10	Déphasage en sortie de l'interféromètre dû aux défauts de front d'onde . . . . .	36
3.1	Fonctionnement global d'un cycle de mesure . . . . .	42
3.2	Principe du piège magnéto-optique . . . . .	43
3.3	Génération des faisceaux de détection. . . . .	45
3.4	Les différents axes inertiels mesurables selon la configuration Raman choisie . . . . .	47
3.5	Banc laser Raman. . . . .	50
3.6	Principe de l'asservissement de phase des faisceaux Raman . . . . .	52
3.7	Intérêt d'une configuration rétro-réfléchie. . . . .	53
3.8	Décalage des faisceaux Raman introduisant un déphasage en sortie de l'interféromètre. . . . .	54
3.9	Sélection de transitions co ou contre-propageantes . . . . .	55
3.10	Configuration Raman utilisant des faisceaux horizontaux . . . . .	56
3.11	Probabilité de transition en fonction du désaccord d'une impulsion $\pi$ réalisée à l'apogée de la source V. . . . .	57
3.12	Configuration utilisant des faisceaux Raman verticaux . . . . .	58
3.13	Déplacement lumineux à deux photons . . . . .	59
3.14	Déplacement lumineux à deux photons d'origine spatial . . . . .	61
3.15	Enceinte à vide de l'expérience . . . . .	62
3.16	Mise en forme des faisceaux Raman en configuration horizontale . . . . .	63
3.17	Mise en forme des faisceaux Raman en configuration verticale . . . . .	63
3.18	Déphasage des franges d'interférences F et V en configuration horizontale . . . . .	67
3.19	Déphasage des franges d'interférences F et V en configuration verticale. . . . .	68
3.20	Séquence expérimentale " $\pm \frac{\pi}{2}$ " . . . . .	69
4.1	Nouvelle conception de laser en cavité étendue. . . . .	79
4.2	Courbe d'absorption saturée réalisée avec le laser à filtre étalon. . . . .	80

4.3	Densité spectrale de bruit de fréquence de battement entre deux lasers à filtre étalon.	81
4.4	Fréquences laser générées sur le banc optique de refroidissement . . . . .	82
4.5	Schéma de principe du banc de refroidissement. . . . .	83
4.6	Boucle d'asservissement du laser L1. . . . .	85
4.7	Absorption saturée et signal d'erreur du laser repompeur . . . . .	86
4.8	Partie "repompeur" du banc de refroidissement . . . . .	87
4.9	Boucle d'asservissement du laser L2 . . . . .	88
4.10	Partie "refroidisseur" du banc de refroidissement . . . . .	89
4.11	Schéma de principe du nouveau coupleur de fibre . . . . .	91
4.12	Stabilité du coupleur de fibre . . . . .	92
4.13	Collimateurs de refroidissement . . . . .	93
4.14	Système de réglage des nouveaux collimateurs de refroidissement sur l'enceinte à vide	95
4.15	Cycle de refroidissement et de de lancement des atomes . . . . .	95
4.16	Système de pilotage des AOM de refroidissement . . . . .	96
4.17	Chargement des pièges Magnéto-optiques . . . . .	99
4.18	Évaluation de la qualité de la sélection micro-onde . . . . .	100
4.19	Signal de temps de vol ajusté par une fonction Gaussienne et Lorentzienne . . . . .	101
4.20	Signal de temps de vol ajusté par une fonction doublement Gaussienne . . . . .	102
4.21	Balayage du désaccord Raman en configuration contre-propageante verticale avec $\tau_\pi = 180 \mu s$ . . . . .	103
4.22	Simulation de Monte Carlo rendant compte de l'allure de la distribution de vitesse dans la direction verticale. . . . .	104
4.23	Simulation de Monte Carlo rendant compte de l'allure de la distribution de vitesse dans la direction horizontale. . . . .	104
4.24	Évaluation du nombre d'atomes par une mesure par absorption . . . . .	106
4.25	Mesure de stabilité du nombre d'atomes détectés . . . . .	107
4.26	Balayage des trajectoires dans le plan vertical Oxz . . . . .	109
4.27	Balayage des trajectoires dans le plan horizontal Oxy. . . . .	109
4.28	Séquence expérimentale de mesure des fluctuations de vitesse moyenne des sources le long du faisceau d'interrogation. . . . .	111
4.29	Écart-type d'Allan de la vitesse horizontale et verticale. . . . .	111
4.30	Écart-type d'Allan du temps d'arrivé des nuages atomiques dans le faisceau sonde. .	112
4.31	Stabilité de la hauteur du piège V . . . . .	113
5.1	Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine temporel $g_\phi^{(1)}$ . . . . .	118
5.2	Principe de la mesure de fonction de sensibilité à la phase $g_\phi^{(1)}$ . . . . .	119
5.3	Comportement de la fonction $g_\phi^{(1)}$ pendant la première impulsion Raman . . . . .	120
5.4	Fonction de sensibilité $ H_\phi^{(1)}(2\pi f) ^2$ à la phase dans le domaine fréquentiel. . . . .	121
5.5	Fonction de transfert $ H_\phi^{(1)} ^2$ à basse fréquence pour $T=4.97$ ms et $\tau = 20 \mu s$ . . . . .	122
5.6	Fonction de sensibilité $ H_\phi^{(1)} ^2$ pour $T = 4.97$ ms et $\tau = 20 \mu s$ au voisinage de la fréquence de Rabi. . . . .	123
5.7	Fonctions de sensibilité $g_\phi^{(1)}(t)$ et $g_\phi(t)$ . . . . .	124
5.8	Comportement basse fréquence de la fonction $ H_\phi(\omega) ^2$ et de la différence $ H_\phi(\omega) ^2 -  H_\phi^{(1)}(\omega) ^2$ . . . . .	126
5.9	Comportement des fonctions $ H_\phi^{(1)} ^2$ et $ H_\phi ^2$ près de la fréquence de Rabi . . . . .	127
5.10	Moyenne sur une période des fonctions $ H_\phi^{(1)} ^2$ et $ H_\phi ^2$ pour des fréquences élevées .	127

5.11	Principe de la mesure de densité spectrale de bruit de phase des faisceaux Raman. . .	130
5.12	Densité spectrale de bruit de phase des faisceaux Raman mesurée avec l'analyseur de spectre FFT. . . . .	131
5.13	Calcul de la phase laser vue par les atomes dans le cas d'un saut d'inclinaison des faisceaux d'interrogation . . . . .	132
5.14	Fonction de sensibilité à un saut d'angle $\frac{g_s^\theta(t_0)}{kV_0}$ . . . . .	133
5.15	Fonction de sensibilité à la rotation dans le domaine temporel $g_\Omega(t)$ . . . . .	134
5.16	Module de la fonction de sensibilité à la rotation $ H_\Omega(\omega) ^2$ . . . . .	136
5.17	Fonction de transfert $ H_a(2\pi f) ^2$ . . . . .	138
5.18	Densité spectrale de bruit d'accélération mesurée sur la plate-forme d'isolation aux vibrations. . . . .	139
5.19	Fonction de sensibilité au champ magnétique $g_{B^2}(t)$ . . . . .	141
5.20	Densité spectrale de bruit de champ magnétique. . . . .	143
5.21	Évaluation du biais de champ magnétique . . . . .	144
5.22	Mesure du gradient de champ magnétique . . . . .	145
5.23	Stabilité du champ magnétique . . . . .	146
5.24	Calcul de la fonction $\omega_{\delta\alpha,t_0}(t)$ . . . . .	148
5.25	Fonction de sensibilité $g_\alpha(t_0)$ . . . . .	149
5.26	Densité spectrale de puissance de bruit d'intensité relative . . . . .	149
5.27	Principe de la mesure des fluctuations du déplacement lumineux à un photon . . . . .	151
5.28	Stabilité du déplacement lumineux à un photon . . . . .	151
5.29	Mesure de l'influence du déplacement lumineux à deux photons . . . . .	153
5.30	Fonction de sensibilité $g_{\Omega_R^2}(t)$ de l'interféromètre aux fluctuations de $\Omega_R^2$ . . . . .	155
5.31	Évaluation de la demi-différence $\left(\frac{\Gamma_v^-(x)-\Gamma_v^+(x)}{2}\right)/2\pi$ le long de la trajectoire atomique . . . . .	157
5.32	Évaluation du déplacement lumineux à deux photons $\delta^{AC^2}(x)$ le long de la trajectoire atomique . . . . .	158
5.33	Écart-type d'Allan des fluctuations relatives d'intensité laser . . . . .	159
5.34	Écart-type d'Allan des fluctuations du biais de déplacement lumineux à deux photons . . . . .	160
6.1	Franges d'interférences en configuration horizontale contre-propageante. . . . .	162
6.2	Principe du calcul du contraste des interférences atomiques . . . . .	163
6.3	Franges d'accélération obtenues pour deux temps d'interaction différents . . . . .	165
6.4	Écart-type d'Allan de l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation aux vibrations . . . . .	165
6.5	Système d'asservissement de l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation aux vibrations. . . . .	166
6.6	Écart-type d'Allan de l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation après asservissement . . . . .	167
6.7	Écart-type d'Allan des signaux inertiels en configuration horizontale " $\pm\frac{\pi}{2}$ ". . . . .	168
6.8	Écart-type d'Allan des signaux équivalents "rotation" et "accélération" (en rad) en configuration horizontale " $\pm k_{eff}, \pm\pi/2$ ". . . . .	169
6.9	Écart-type d'Allan des signaux $\Sigma_{\Delta\Phi_o,-}$ et $\Delta_{\Delta\Phi_o}$ . . . . .	170
6.10	Écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération en unités S.I. . . . .	172
6.11	Signaux temporels de rotation et d'accélération en unités S.I. . . . .	172
6.12	Déphasage dû à la rotation de la Terre mesuré en fonction du temps d'interaction au carré $T^2$ . . . . .	173
6.13	Déphasage de rotation mesuré pour différentes valeurs d'accéléérations DC . . . . .	174

---

6.14	Franges d'interférences en configuration verticale . . . . .	175
6.15	Écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération en configuration verticale. . . . .	176
6.16	Écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération en unités S.I. dans la configuration verticale. . . . .	178
6.17	Mesures temporelles d'accélération et de rotation en configuration verticale . . . . .	178
A.1	Fonction de sensibilité d'un interféromètre utilisant des pulsations de Rabi quelconques $\Omega_{R1}$ et $\Omega_{L1}$ . . . . .	186

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Jean Michel Caron, M. Christian Delsart, M. Vincent Lorent, M. Pierre Pillet et M. Ernst Rasel pour avoir accepté de participer à l'examen de cette thèse. Je remercie tout particulièrement M. Vincent Lorent et M. Ernst Rasel d'avoir accepté la charge de rapporteur.

Je souhaite ensuite remercier pour sa disponibilité et son efficacité M. Philip Tuckey qui a accepté la charge administrative de la direction de cette thèse.

Je remercie chaleureusement Arnaud Landragin et Franck Pereira Dos Santos pour l'aide qu'ils m'ont apporté lors de la rédaction de ce manuscrit. Je les remercie notamment pour les corrections qu'ils m'ont "suggérées" et pour avoir supporté les nombreuses fautes d'orthographe, de grammaire et de conjugaison des premières versions.

J'ai eu la chance lors de ce projet de travailler avec Arnaud Landragin. Expérimentateur hors pair, la réussite de cette thèse lui doit beaucoup. Je le remercie pour sa persévérance et son enthousiasme très (très) communicateur. Sa faculté de toujours trouver une solution (parfois compliquée !) à des problèmes compliqués a été déterminante. Je le remercie également pour toutes nos discussions scientifiques parfois "animées" mais toujours passionnantes : le résultat est là !

Je tiens ensuite à remercier Alexandre Gauguier qui m'a épaulé (et parfois supporté) pendant presque toute cette thèse. Ses compétences scientifiques et expérimentales ont été déterminantes. Je le remercie tout particulièrement pour sa collaboration à toutes mes "excellentes idées de 17h22" [...]. Bien que nos intérêts en tant que thésard aient parfois été divergents (et pas seulement sur la musique à passer dans la salle de manip') il a toujours su faire la part des choses. Bref, je lui suis infiniment reconnaissant pour ces trois années de travail passées à et en dehors de l'Observatoire.

J'ai eu également la chance de travailler au début de cette thèse avec (et pour) Florence Yver Leduc que je remercie pour sa bonne humeur et sa persévérance. Nous avons partagé ensemble de longues heures de manip' sur la version 1.0 du gyromètre qui m'ont permis de maîtriser rapidement le dispositif expérimental.

Je tiens à remercier également David Holleville, tout d'abord car c'est l'un des premiers à avoir établi les règles (parfois un peu trop complexes...) du jeu du gyromètre, ensuite car il a très largement contribué à la réussite de cette thèse à travers les nombreux systèmes mécaniques qu'il a mis au point (merci aussi pour les illustrations !).

Je remercie également les autres collègues avec qui j'ai travaillé sur l'expérience du gyromètre, à commencer par Albin Virdis de la SAGEM pour le regard nouveau qu'il a apporté sur le dispositif expérimental. Je le remercie également pour la bonne humeur qu'il a su apporter au sein de notre équipe ainsi que pour son aide après ma soutenance de thèse.

Merci également aux différents stagiaires qui ont monté bon nombre de lasers en cavité et participé à la mise au point des bancs optiques. Je remercie ainsi Elodie pour son entrain et sa volonté de tout comprendre (c'est sûr tu n'es pas intéressée par un "poste" à l'Observatoire ?), mais également Thomas (dont l'efficacité sera très appréciée dans sa future thèse sur le gyro), Vincent, Pierre, ainsi que Jean-Baptiste qui a su sacrifier dès son arrivée deux de ses doigts aux dieux de l'interférométrie atomique (cette capacité à souffrir en silence lui sera d'ailleurs très utile dans le futur si il souhaite faire une thèse ...).

Je tiens également à remercier les autres membres de l'équipe "capteurs inertiels" du SYRTE qui travaillent sur le gravimètre. La nouvelle version du gyromètre s'est en effet inspirée de certaines améliorations techniques déjà présentes sur cette expérience. Merci à Frank Pereira Dos Santos pour sa bonne humeur (là aussi très (très) communicative) et à ses grandes capacités pédagogiques. Je souhaite également remercier très chaleureusement Patrick Cheinet avec qui j'ai partagé plus qu'un intérêt certain pour le formalisme de la fonction de sensibilité. Son manuscrit de thèse a été également



d'un grand secours (sic !) devant l'angoisse de la page blanche au début de ma rédaction de thèse.

Je souhaite également remercier les autres membres du laboratoire qui ont contribué à l'avancée de l'expérience ou à la rédaction des articles, notamment Noël Dimarcq, Christian Bordé, André Clairon mais également Philippe Bouyer.

Merci également au service électronique du SYRTE pour sa compétence et son efficacité. Je remercie Michel Lours et Giorgio Santarelli pour leurs nombreux conseils ainsi que Laurent Volodimer et Michel Dequin pour la qualité de leur travail. Merci en particulier à Laurent qui à toujours fait preuve d'une grande disponibilité pour réparer le nombre incalculable de dispositifs cramés lors de cette thèse (!).

Je remercie également Catherine Laurent, Yertha Baïdomti, Annick Bounoure, Anne Thomson et Véronique Benayoun pour leur efficacité (et leur soutien !).

Je souhaite également remercier les "mécanos" de l'Observatoire pour la qualité de leur travail : Jean Pierre, Laurent, Jean Jacques et Didier. Leur savoir faire à été précieux dans la réalisation du système mécanique (assez complexe !) de mise au point des pièges magnéto-optiques. Je les remercie également pour leur bonne humeur et pour tous les "cafés" ou "petits déjeunés" (sic !) auxquels ils m'ont convié !

Pour finir je remercie également les autres permanents, thésards, stagiaires et post-docs du SYRTE qui ont su créer une bonne ambiance de travail et grâce à qui j'ai passé de très bon moments pendant ces années de thèse. Je remercie notamment François N., grand ordinateur des soirées, séminaires externes, barbecues et autres pots, mais aussi Rodolphe (photographe officiel du SYRTE), Julien, Loïc, François-Xavier, Fred, Xavier, Stéphane, Stéphanie, Natascia, François I., Jacques, Tanja, Friedemann, Clément, Fariza, Michael, Philip, Sébastien et les autres ...

# Chapitre 1

## Introduction

Ce manuscrit présente le travail de thèse que j'ai effectué au LNE-SYRTE (Laboratoire National de Métrologie et d'Essai-SYstème de Référence Temps-Espace) de l'Observatoire de Paris et qui porte sur l'étude d'un capteur inertielle de grande précision basé sur le principe de l'interférométrie atomique.

Les développements récents des techniques de manipulation des atomes par laser permettent en effet d'accéder aisément à la nature ondulatoire des atomes. D'une manière analogue à l'optique classique où les ondes lumineuses peuvent être manipulées par des miroirs et des lames séparatrices afin de réaliser un interféromètre, il est possible de réaliser en "optique atomique" un interféromètre fonctionnant avec des ondes de matière grâce à des miroirs et des séparatrices constituées d'ondes électromagnétiques. Ces progrès, conjugués aux techniques de refroidissement laser qui permettent de réduire la dispersion en vitesse d'un ensemble d'atomes ont permis d'envisager la réalisation d'une nouvelle catégorie de senseurs inertiels de grande sensibilité et stabilité.

Le dispositif développé au SYRTE permet de mesurer les rotations et les accélérations subies par le référentiel du laboratoire par rapport à un référentiel inertielle constitué par un ensemble d'atomes refroidis et en chute libre. La comparaison entre ces référentiels est effectuée en créant un interféromètre utilisant les ondes associées à ces atomes à l'aide de faisceaux lasers liés au référentiel du laboratoire.

Comme nous le verrons par la suite, la versatilité du dispositif expérimental permet d'effectuer ces mesures le long de toutes des directions de l'espace, permettant ainsi de réaliser un gyromètre ou un accéléromètre multi-axes (et donc également un gravimètre dans le cas particulier de mesures suivant la direction verticale). Il convient néanmoins de noter que cet appareil a été tout spécialement conçu afin de réaliser un gyromètre.

Dans ce cas particulier d'utilisation, ce capteur s'inscrit dans le cadre des nombreuses technologies existantes adaptées à la mesure de rotation. Nous pouvons notamment citer les gyroscopes mécaniques (ou électro-mécaniques), mesurant **des angles** de rotation, et les gyromètres à ondes lumineuses basés sur l'effet Sagnac (gyro-lasers ou gyros à fibre) mesurant **des vitesses** de rotation. Comme nous l'étudierons par la suite, l'objectif du gyromètre du SYRTE est d'obtenir une sensibilité court terme similaire à ces dispositifs et possédant une très bonne stabilité permettant de moyennner des effets inertiels sur le **long terme**.

Dans ce chapitre d'introduction, nous réaliserons tout d'abord un bref historique des expériences d'interférométrie à ondes de matière. Nous nous intéresserons ensuite plus précisément aux dispositifs d'interférométrie atomique adaptés aux mesures de rotations, et basés sur l'effet Sagnac, avant de présenter les spécificités du dispositif du SYRTE et ses applications potentielles. Nous évoquerons alors brièvement les technologies compétitives existantes.

Cette expérience ayant débutée en 1997, nous verrons ensuite l'état d'avancement du disposi-

tif au début de cette thèse. Ceci permettra de cadrer l'étude présentée dans ce manuscrit dont nous évoquerons les grandes lignes à la fin de ce chapitre.

### 1.1 L'interférométrie à onde de matière

L'apparition d'expériences d'interférométrie à ondes de matière est liée au développement de la mécanique quantique [Dirac 1925] et à l'émergence du concept de la nature ondulatoire de la matière [de Broglie 1923].

La première expérience d'interférométrie utilisant des particules massiques est réalisée en 1927 en utilisant des électrons diffractés par un cristal de nickel [Davisson 1927]. La diffraction des ondes associés aux électrons par la structure du cristal permet alors l'observation de figures d'interférences. Cette expérience ouvre la voie à la conception d'interféromètres à deux ondes utilisant des ondes de matière. En 1952 L. Marton propose ainsi la réalisation d'un interféromètre de type "Mach-Zehnder" fonctionnant avec des électrons diffractés par par trois fines couches cristallines jouant le rôle de lames séparatrices [Marton 1952]. A la même époque, l'extension des concepts de la nature ondulatoire de la matière au domaine des atomes permet notamment à N.F. Ramsey de proposer une technique de spectroscopie à l'origine de l'élaboration des horloges atomiques [Ramsey 1950].

La possibilité de réaliser des interféromètres à ondes de matière ouvre alors des perspectives intéressantes pour la mesure d'effets inertiels. Dans le domaine optique, il est en effet connu depuis la découverte de l'effet Sagnac [Sagnac 1913] qu'il existe en sortie d'un interféromètre d'aire non nulle un déphasage dépendant de sa vitesse de rotation. Il est alors possible d'envisager des expériences similaires utilisant des particules massiques. Par rapport aux photons, ces particules ont une vitesse de propagation plus réduite qui permet d'augmenter le temps de passages des ondes associées dans l'interféromètre. Le temps d'intégration des effets inertiels, et donc la sensibilité du dispositif est donc intrinsèquement plus grande dans le cas d'un interféromètre à ondes de matière. Il convient néanmoins d'observer que le flux de particule et l'aire de l'interféromètre sont dans ce cas moins importants.

Sur ce principe est construit en 1974 un interféromètre à neutrons sensible à la rotation de la Terre [Rauch 1974]. Parallèlement à cette expérience se développe un dispositif similaire démontrant une sensibilité à l'accélération de la pesanteur [Colella 1975]. Le développement de la physique atomique permet alors d'envisager des expériences similaires utilisant cette fois les ondes de matière associées aux états externes (et internes) de l'atome. Dans le cas de la réalisation d'un gyromètre le gain en sensibilité obtenu en utilisant des atomes par rapport à des photons atteindra alors  $10^{11}$ . Le gain réel est en réalité plus limité car le flux et l'aire de l'interféromètre sont dans ce cas nettement moins élevés. Par rapport aux dispositifs précédents, la construction d'un interféromètre atomique s'avère plus délicate car à la différence des électrons, ils sont électriquement neutres et il ne peuvent traverser les matériaux comme les neutrons. La première réalisation a consisté en 1991 en la construction d'un interféromètre à doubles fentes de diffraction utilisant des atomes d'Hélium [Carnal 1991]. La même année un dispositif similaire utilisant une combinaison de trois réseaux de diffraction permet d'observer un signal d'interférence avec un jet d'atomes de Sodium [Keith 1991].

Le développement des techniques de l'optique atomique ont alors permis de manipuler directement les fonctions d'ondes associées aux atomes. Sur ce concept est développé en 1991 un interféromètre utilisant un jet d'atomes de Calcium [Riehle 1991] soumis à une succession de quatre faisceaux lasers [Bordé 1989]. Les transitions à un photon induites par ces faisceaux jouent alors le rôle de lames séparatrices réalisant l'interféromètre. La rotation du dispositif permet alors de démontrer sa sensibilité aux forces d'inerties. La même année est présenté un dispositif utilisant cette fois une série de trois faisceaux introduisant des transitions Raman et permettant de réaliser la séparation, la déflexion puis la recombinaison d'ondes atomiques de Sodium. Cet interféromètre de géométrie similaire à un

interféromètre de "Mach-Zehnder" en optique est alors utilisé pour la mesure de  $g$  [Chu 1991].

Ces travaux ouvrent la voie à une nouvelle génération de capteurs inertiels de grande précision. L'accélération de la pesanteur  $g$  a ainsi été mesurée avec une sensibilité de  $2.10^{-8} \text{ g.Hz}^{-1/2}$  [Peters 2001] dépassant les performances des technologies alors existantes en utilisant un interféromètre similaire à l'expérience de S. Chu en 1991. En utilisant deux nuages d'atomes froids à des hauteurs différentes et une géométrie d'interféromètre similaire, une sensibilité sur la mesure différentiel de  $g$  de  $4.10^{-9} \text{ g.Hz}^{-1/2}$  a été obtenue permettant de réaliser ainsi un gradiomètre très performant [McGuirk 2002]. Dans le domaine des mesures de rotation, un double jet thermique d'atomes de Césium a également permis d'atteindre une sensibilité court terme de  $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$  égalant ainsi les performances des meilleurs dispositifs optiques [Gustavson 2000], [Gustavson 1997].

Récemment, grâce à sa sensibilité, l'interférométrie atomique a également ouvert de nouvelles perspectives pour la mesure des constantes fondamentales. Ces études ont notamment concerné le rapport  $\frac{h}{M}$  [Wicht 2002], [Cladé 2006] ou la constante de structure fine  $\alpha$  [Wicht 2002], [Marion 2003], [Cladé 2006]. Ces techniques ont permis également d'envisager une mesure de la constante de gravitation  $G$  avec une exactitude relative de  $10^{-4}$  [Fattori 2003], [Fixler 2006].

## 1.2 Le gyromètre-accéléromètre du Syrte

Le dispositif développé au SYRTE est basé sur une géométrie similaire à celle utilisée dans le double jet de Césium développé à Yale/Stanford par M. Kasevich [Gustavson 1997], [Gustavson 2000] mais celui-ci utilise des sources atomiques refroidies dans deux pièges magnéto-optiques. Dans le capteur conçu dans l'équipe de M. Kasevich, la sensibilité aux rotations se dégrade sur le long terme à partir d'une dizaine de secondes notamment à cause de fluctuations introduites par des variations de vitesse moyenne des atomes dues à l'utilisation de jets thermiques et à l'utilisation de trois faisceaux d'interrogation spatialement séparés. L'utilisation de sources d'atomes refroidis par laser permet d'obtenir une dispersion en vitesse plus faible et un bien meilleur contrôle de la vitesse atomique moyenne. Ces améliorations doivent permettre au dispositif du SYRTE d'améliorer la stabilité long terme des mesures interférométriques. Un gain similaire est en effet constaté pour les horloges atomiques à atomes froids par comparaison avec leurs homologues utilisant des jets thermiques [Clairon 1995].

L'utilisation d'atomes froids permet également d'obtenir des sources suffisamment lentes pour réduire considérablement la taille du dispositif ce qui élargit le spectre de ses applications. Il devient également possible de réaliser la séparation, la déflexion puis la recombinaison des ondes atomiques avec un unique faisceau laser modulé temporellement permettant ainsi de s'affranchir d'une partie des dérives observées sur le dispositif de l'équipe de M. Kasevich. Ainsi, les choix expérimentaux du gyromètre du SYRTE visent à obtenir une très bonne stabilité long terme en sacrifiant une partie de la stabilité court terme obtenue grâce à l'utilisation de jets thermiques.

## 1.3 Principe de l'expérience

Nous utilisons deux sources d'atomes de Césium 133 refroidies dans des pièges magnéto-optiques et lancées sur des trajectoires paraboliques opposées (voir figure 1.1). Le long de ces trajectoires, les nuages subissent tout d'abord une étape de préparation visant à les placer dans un état atomique pur. Ils sont ensuite soumis à une succession d'impulsions lasers réalisant des transitions Raman entre les états fondamentaux et excités  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, M_F = 0\rangle$  de l'atome de Césium. Cette étape est réalisée à l'aide d'un faisceau unique dont l'intensité est modulée dans le temps. La durée des impulsions permet de définir des transitions  $\pi/2$  ou  $\pi$  respectivement équivalentes à des lames séparatrices ou à des miroirs pour les ondes atomiques. A la sortie de l'interféromètre, la

probabilité de transition entre les deux niveaux est obtenue par une formule classique d'interférence à deux ondes :

$$P = \frac{1 + \cos(\Delta\Phi)}{2}$$

où  $\Delta\Phi$  est la différence de phase accumulée entre les ondes atomiques parcourant les deux bras de l'interféromètre. Le déphasage  $\Delta\Phi$  dépend des forces inertielles auxquelles sont soumis les faisceaux laser liés au référentiel du laboratoire. La mesure de  $\Delta\Phi$  est alors effectuée en sortie de l'interféromètre en évaluant la probabilité de transition par fluorescence des nuages.

Il convient de remarquer que la direction du faisceaux laser définit selon quel axe d'inertie le dispositif est sensible. En modifiant cette direction (mais aussi la séquence des impulsions d'interrogation), il est alors possible de mesurer l'ensemble des composantes dans l'espace des vecteurs rotation et accélération. La figure 1.1 présente ainsi le cas d'une séquence d'interrogation à trois impulsions  $\pi/2, \pi, \pi/2$  utilisant des faisceaux horizontaux et donnant accès à la mesure des rotations verticales  $\Omega_z$  et des accélérations horizontales  $a_y$ .

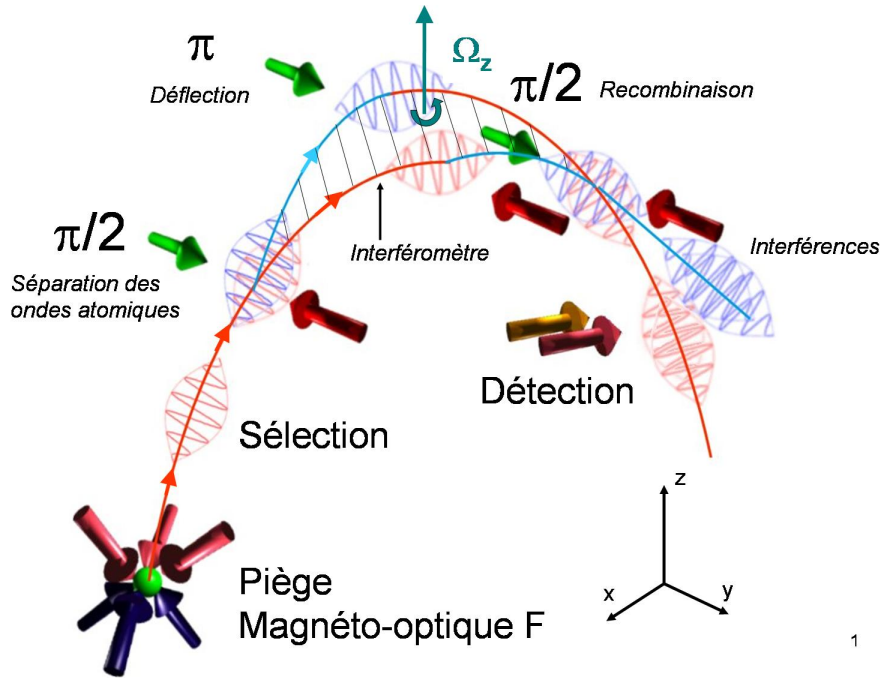


FIG. 1.1 – *Fonctionnement global d'un cycle de mesure pour une des deux sources atomique. Les atomes sont refroidis dans un piège magnéto-optique puis sont lancés sur une trajectoire parabolique. Au sommet de la trajectoire, une séquence d'impulsions lumineuses (ici dans le cadre d'une séquence d'interrogation à trois impulsions dans la direction horizontale) permet de créer l'interféromètre. La probabilité de transition est ensuite évaluée par fluorescence.*

En utilisant ce dispositif expérimental, nous verrons qu'il est possible d'atteindre des sensibilités pour les mesures de rotation et d'accélération de respectivement de  $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  et  $8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$  sur une seconde d'intégration (avec des faisceaux verticaux). Grâce à l'utilisation d'atomes refroidis, l'objectif est également de pouvoir intégrer des effets inertiels sur plusieurs heures, voire plusieurs jours.

Par comparaison, les dispositifs commerciaux existants basés sur la mesure de l'effet Sagnac pour des ondes lumineuses permettent d'atteindre des sensibilités sur la seconde de  $\approx 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  pour les gyromètres à fibre et  $\approx 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  pour les gyromètres à cavité laser (et jusqu'à  $\approx 10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$  sur 1

sec pour les dispositifs de laboratoire). Pour ces capteurs la capacité d'intégration des effets inertiels est néanmoins limitée à respectivement quelques dizaines de minutes à quelques heures.

## 1.4 État de l'expérience au début de ce travail de thèse.

Le début de cette thèse coïncide avec l'obtention des premiers résultats interférométriques au cours de l'année 2003 [Yver Leduc 2004]. J'ai ainsi participé à l'optimisation des résultats expérimentaux avec la version initiale du dispositif. Cette étude préliminaire a ainsi démontré des stabilités aux rotations et aux accélérations dans une configuration utilisant des faisceaux d'interrogations horizontaux de respectivement de  $\approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$  sur une seconde d'intégration. L'analyse de ces résultats a alors montré que les facteurs limitants pour l'accélération sont les vibrations résiduelles présentes sur la plate-forme d'isolation. Pour la rotation, la limite était liée à certaines imperfections des sources d'atomes froids qui limitaient le nombre d'atomes utiles et par là même le rapport signal à bruit. Plus précisément, le nombre d'atomes lancés était trop faible (environ  $10^5$ ), et la température trop élevée (approximativement  $3 \mu\text{K}$ ) d'où résultait un faible nombre d'atomes utiles du fait de la sélectivité en vitesse des transitions Raman. A ceci s'ajoutait un problème de non superposition des deux trajectoires atomiques, dû à des vitesses de lancement et à des positions initiales différentes pour chacune des sources atomiques. Il était alors impossible d'optimiser les séparatrices simultanément pour les deux nuages d'atomes froids. Lors de ma thèse, j'ai alors entrepris des modifications afin de dépasser ces limitations. Ces améliorations ont consisté en un remontage complet des sources atomiques (hors enceinte à vide) et des systèmes lasers de refroidissement. Le système de pilotage et d'acquisition de l'expérience a également été complètement remplacé afin d'augmenter la souplesse du dispositif. Nous avons aussi mis en place un nouveau système de mise en forme des faisceaux d'interrogation dans la direction verticale, ouvrant la voie de mesures de rotation dans le plan horizontal et permettant d'utiliser le dispositif comme un gravimètre. Nous avons alors étudié la stabilité du dispositif obtenue grâce à ces modifications dans des configurations Raman utilisant des faisceaux horizontaux ou verticaux et étudié ses limitations.

## 1.5 Plan du manuscrit.

Le chapitre 2 expose brièvement le principe de fonctionnement permettant de calculer les termes de déphasages inertiels apparaissant en sortie du dispositif. Nous montrons notamment comment il est possible de réaliser l'équivalent de lames séparatrices et de miroirs pour les états atomiques en utilisant des impulsions laser introduisant des transitions Raman. Nous introduisons alors un formalisme matriciel permettant de calculer l'évolution de l'état atomique induit par ces impulsions. Nous calculons ensuite l'état atomique en sortie de notre interféromètre de géométrie Mach-Zehnder et les termes de sensibilité aux rotations et aux accélérations. La sensibilité du dispositif à certains effets parasites est alors évoqué (déplacement lumineux, phase laser, champ magnétique).

Le chapitre 3 présente en détail le dispositif expérimental. Nous décrivons ainsi le déroulement d'un cycle de mesure depuis la préparation des atomes jusqu'à la détection. Une attention toute particulière est apportée à la mise en forme des faisceaux Raman. L'utilisation d'une configuration dite "rétro-réfléchie" permet en effet de s'affranchir de certaines dérives. L'inconvénient de ce procédé est qu'il introduit un effet parasite supplémentaire appelé "déplacement lumineux à deux photons" que nous présentons. Nous étudions alors différentes méthodes expérimentales permettant, grâce à l'alternance entre deux mesures de la phase ou de la fréquence des faisceaux d'interrogation, de s'affranchir de certaines dérives. Nous décrivons alors le processus d'obtention des déphasages inertiels à partir des mesures de probabilité dans ces différentes configurations.

Le chapitre 4 expose l'ensemble des modifications que nous avons effectuées afin d'obtenir des sources d'atomes froids optimales. Nous présentons notamment le fonctionnement du nouveau banc de refroidissement ainsi que le coupleur de fibre développé afin de diviser la puissance des faisceaux de refroidissement vers les deux pièges magnéto-optiques. Nous évoquons également la réalisation des collimateurs de refroidissement et leur réglage sur l'enceinte à vide qui a nécessité la mise en place d'un système mécanique indépendant. Les performances des sources obtenues avec ce nouveau système sont alors étudiées expérimentalement. Nous présentons notamment les mesures des températures et du nombre d'atomes des nuages ainsi que l'évaluation de leurs trajectoires.

Dans le chapitre 5 nous étudions expérimentalement l'influence des effets parasites évoqués dans les sections précédentes sur le rapport signal à bruit court et long terme des mesures de déphasage interférométrique. Afin de mener à bien cette étude, nous introduisons le formalisme de la "fonction de sensibilité" permettant de calculer le déphasage induit par une perturbation quelconque de la phase des faisceaux d'interrogation. Ce formalisme est alors étendu pour calculer l'influence des différents effets parasites sur le dispositif.

Nous présentons alors dans le chapitre 6 les résultats expérimentaux obtenus dans des configurations interférométrique utilisant des faisceaux Raman horizontaux et verticaux. Nous étudions notamment le contraste des interférogrammes obtenus ainsi que la stabilité court et long terme mesuré sur les signaux équivalents d'accélération et de rotation. Nous exposons également une première analyse de l'exactitude des mesures dans le cas des mesures de rotation en configuration horizontale.

# Chapitre 2

## Principe de fonctionnement

Dans ce chapitre nous montrerons comment réaliser un interféromètre à ondes de matières associées à des états atomiques en utilisant des transitions Raman stimulées pour séparer, défléchir puis recombiner ces ondes atomiques.

Nous étudierons tout d'abord à l'aide du formalisme de l'atome à deux niveaux (section 2.1) comment il est possible de manipuler les états atomiques internes et externes des atomes avec des impulsions électromagnétiques. Selon la durée des impulsions d'interrogation, nous verrons qu'il est ainsi possible de réaliser des lames séparatrices (impulsions " $\pi/2$ ") et des miroirs (impulsions " $\pi$ ") pour les états atomiques. L'utilisation d'une séquence d'impulsions  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,  $\pi/2$ , séparées par une évolution libre d'une même durée permet alors de réaliser avec des ondes de matière un interféromètre de type "Ramsey-Bordé symétrique" de géométrie similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique classique. La sensibilité de ce dispositif aux effets inertiels dépend de la séparation spatiale entre les deux bras de l'interféromètre introduit par les impulsions d'interrogation. Ainsi, nous verrons que l'utilisation de transitions Raman stimulées s'appuyant sur un état virtuel (présentées section 2.2) permet d'obtenir un interféromètre de grande sensibilité [Bordé 1989], [Bordé 1991], [Chu 1991] permettant une détection des populations dans les deux ports de sortie sur les états internes de l'atome.

En se basant sur le formalisme de l'atome à deux niveaux, nous présenterons section 2.3 le calcul du déphasage apparaissant en sortie de l'interféromètre de Ramsey-Bordé utilisant des impulsions Raman et calculerons les termes de sensibilité à des accélérations et à des rotations constantes. Nous étudierons alors les principaux effets perturbant ces mesures inertielles et leur influence sur le déphasage calculé en sortie de l'interféromètre.

### 2.1 Présentation de séparatrices optiques

Nous montrons dans cette section comment l'utilisation d'impulsions électromagnétiques permet de manipuler les états atomiques afin de créer un interféromètre à ondes de matière.

#### 2.1.1 Modèle de l'atome à deux niveaux

Dans ce modèle, nous considérons l'interaction d'un atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  avec un champ électromagnétique  $\mathbf{E}$  par l'intermédiaire du couplage dipolaire électrique. Ces niveaux sont choisis pour leur grande durée de vie permettant ainsi de négliger les effets de décohérence dus à l'émission spontanée. L'hamiltonien total du système ainsi obtenu s'écrit :

$$H = \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_f|f\rangle\langle f| - \mathbf{d}\cdot\mathbf{E}$$



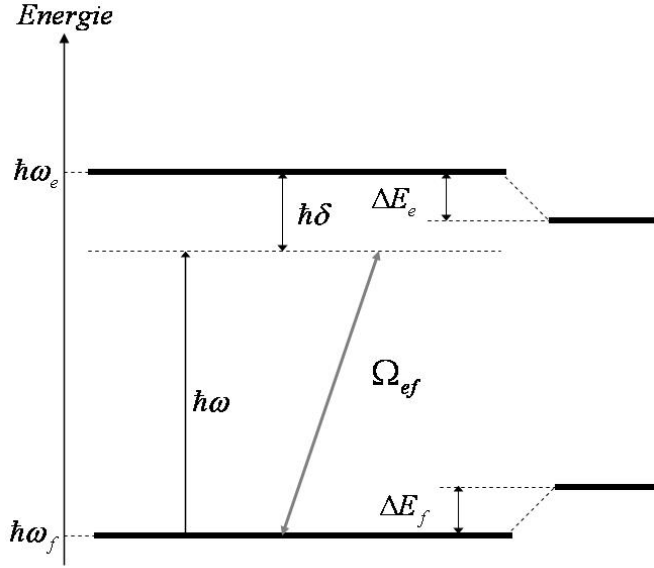


FIG. 2.1 – Modèle de l'atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  couplés par l'intermédiaire d'un champ électromagnétique de pulsation  $\omega$ . La présence du champ crée un déplacement des deux niveaux d'une valeur opposée  $\Delta E_e = -\Delta E_f$ .

$h\omega_e$  et  $h\omega_f$  sont les énergies associées aux niveaux  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  en l'absence de champ externe,  $\mathbf{d}$  est l'opérateur dipolaire électrique et  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \varphi)$  le champ électromagnétique considéré. L'évolution temporelle d'un état  $|\Psi(t)\rangle = a_f(t)|f\rangle + a_e(t)|e\rangle$  est déterminée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle$$

Dans la base  $(|e\rangle, |f\rangle)$  l'hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$\begin{pmatrix} h\omega_e & \hbar\Omega_{fe} \cos(\omega t + \varphi) \\ \hbar\Omega_{ef}^* \cos(\omega t + \varphi) & h\omega_f \end{pmatrix}$$

avec :

$$\Omega_{ef} = -\frac{\langle e | \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_0 | f \rangle}{\hbar}$$

en effectuant le changement de variable :

$$\begin{cases} a_f(t) = b_f(t) e^{-i\omega_f t} \\ a_e(t) = b_e(t) e^{-i\omega_e t} \end{cases}$$

et en réalisant l'approximation des ondes tournantes, l'hamiltonien dans la base  $(|e\rangle, |f\rangle)$  peut se réécrire :

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{ef} e^{-i(\delta t + \varphi)} \\ \Omega_{ef}^* e^{i(\delta t + \varphi)} & 0 \end{pmatrix}$$

avec  $\delta = \omega - (\omega_e - \omega_f)$  le désaccord à la résonance. En se plaçant dans la base tournante  $(|e'\rangle, |f'\rangle)$  à la fréquence  $\delta$  :

$$\begin{cases} b_f(t) = c_f(t) e^{-i\delta t/2} \\ b_e(t) = c_e(t) e^{+i\delta t/2} \end{cases}$$

Nous obtenons alors un hamiltonien indépendant du temps :

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta & \Omega_{ef} e^{-i\varphi} \\ \Omega_{ef}^* e^{i\varphi} & \delta \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de cet hamiltonien sont alors [Cohen-Tannoudji 1977]

$$\lambda_{\pm} = \pm \frac{\hbar}{2} \Omega_R$$

avec

$$\Omega_R = \sqrt{|\Omega_{ef}|^2 + \delta^2}$$

### Le déplacement lumineux

Les énergies propres de l'hamiltonien sans champ électromagnétique extérieur étant  $\pm \frac{\hbar\delta}{2}$ , on en déduit le déplacement lumineux de l'état fondamental et excité :  $\Delta E_f = \frac{\hbar}{2}(\delta - \Omega_r)$  et  $\Delta E_e = -\frac{\hbar}{2}(\delta - \Omega_r)$ . Dans la limite de grand désaccord ( $\delta \gg |\Omega_{ef}|$ ), nous obtenons alors :

$$\Delta E_f = -\Delta E_e = \frac{\hbar |\Omega_{ef}|^2}{4\delta} \quad (2.1)$$

### Matrice d'évolution du système

Les vecteurs propres de l'hamiltonien s'écrivent dans la base tournante  $(|e\rangle', |f\rangle')$  [Storey 1994] :

$$\begin{cases} |\lambda_+\rangle &= \cos(\theta/2) e^{-i\varphi/2} |e\rangle' + \sin(\theta/2) e^{i\varphi/2} |f\rangle' \\ |\lambda_-\rangle &= -\sin(\theta/2) e^{-i\varphi/2} |e\rangle' + \cos(\theta/2) e^{i\varphi/2} |f\rangle' \end{cases}$$

avec

$$\cos(\theta) = \frac{-\delta}{\Omega_R}$$

$$\sin(\theta) = \frac{|\Omega_{ef}|}{\Omega_R}$$

L'évolution temporelle de la fonction d'onde dans la base  $|\lambda_+\rangle, |\lambda_-\rangle$  consistant à la multiplication de chacune des composantes par les facteurs de phase  $e^{-i\lambda_+ t/\hbar}$  et  $e^{-i\lambda_- t/\hbar}$ , nous pouvons alors déterminer par changements de base successifs la matrice d'évolution du système dans la base  $(|e\rangle, |f\rangle)$  définie par :

$$\begin{pmatrix} a_e(t_0 + \tau) \\ a_f(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} a_e(t_0) \\ a_f(t_0) \end{pmatrix}$$

On trouve

$$S = \begin{pmatrix} e^{-i\delta\tau/2} e^{-i\omega_e\tau} [\cos(\frac{\Omega_R\tau}{2}) - i \cos\theta \sin(\frac{\Omega_R\tau}{2})] & e^{-i\delta\tau/2} e^{-i\omega_e\tau} [-i e^{-i(\omega t_0 + \varphi)} \sin\theta \sin(\frac{\Omega_R\tau}{2})] \\ e^{i\delta\tau/2} e^{-i\omega_f\tau} [-i e^{i(\omega t_0 + \varphi)} \sin\theta \sin(\frac{\Omega_R\tau}{2})] & e^{i\delta\tau/2} e^{-i\omega_f\tau} [\cos(\frac{\Omega_R\tau}{2}) + i \cos\theta \sin(\frac{\Omega_R\tau}{2})] \end{pmatrix}$$

### Manipulation cohérente des états atomiques par impulsion $\pi$ et $\pi/2$

Nous nous plaçons ici dans le cas où  $\delta = 0$ , ce qui implique  $\Omega_R = |\Omega_{ef}|$  et  $\cos(\theta) = 0$ ,  $\sin(\theta) = 1$ . La matrice  $S$  se simplifie alors en :

$$S = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e\tau}[\cos(\frac{|\Omega_{ef}|\tau}{2})] & e^{-i\omega_e\tau}[-ie^{-i(\omega t_0+\varphi)}\sin(\frac{|\Omega_{ef}|\tau}{2})] \\ e^{-i\omega_f\tau}[-ie^{i(\omega t_0+\varphi)}\sin(\frac{|\Omega_{ef}|\tau}{2})] & e^{-i\omega_f\tau}[\cos(\frac{|\Omega_{ef}|\tau}{2})] \end{pmatrix}$$

En partant d'un état

$$\begin{pmatrix} a_e(t_0 = 0) \\ a_f(t_0 = 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En appliquant une impulsion lumineuse de durée  $\tau$  tel que  $|\Omega_{ef}|\tau = \pi/2$ , l'état atomique devient :

$$\begin{pmatrix} a_e(\tau) \\ a_f(\tau) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e\tau}[-ie^{-i\varphi}] \\ e^{-i\omega_f\tau} \end{pmatrix}$$

Nous avons donc réalisé grâce à l'impulsion  $\pi/2$  une superposition cohérente et équiprobable entre l'état fondamental et l'état excité. Cet impulsion est **l'équivalent d'une lame séparatrice en optique classique**.

De même, en appliquant une impulsion lumineuse tel que  $|\Omega_{ef}|\tau = \pi$ , l'état atomique de sortie s'écrit :

$$\begin{pmatrix} a_e(\tau) \\ a_f(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e\tau}[-ie^{-i\varphi}] \\ 0 \end{pmatrix}$$

La population de l'état fondamental a donc été transférée sur l'état excité. Cet impulsion  $\pi$  est donc **l'équivalent d'un miroir en optique classique**. Nous remarquons que dans ces deux cas, la phase laser  $\varphi$  est "imprimée" sur la phase de l'onde atomique auquel est associé le changement d'état (ici l'état excité puisqu'on suppose l'atome initialement dans l'état fondamental).

Il est donc possible d'utiliser plusieurs impulsions lasers  $\pi$  et  $\pi/2$  séparées d'une évolution libre pour manipuler d'une manière cohérente les états atomiques et ainsi réaliser des interférences sur les états internes de l'atome [Ramsey 1950].

### 2.1.2 Prise en compte de l'état atomique externe

Lors du passage de  $|f\rangle$  à  $|e\rangle$  sous l'influence du champ électromagnétique externe, l'atome d'impulsion initiale  $\mathbf{p}$  acquiert une impulsion  $\hbar\mathbf{k}$ , où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde associé au champ de couplage. De même, lorsque l'atome se désexcite par émission stimulée, son état d'impulsion revient à sa valeur  $\mathbf{p}$ . Nous réalisons donc une bijection entre les états atomiques internes et externes de l'atome [Bordé 1989].

Le modèle précédent peut alors être modifié en considérant le couplage des états  $|f, \mathbf{p}\rangle$  à  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$ . Les énergies associées sans champ externe sont alors données par l'hamiltonien :

$$H = \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_f|f\rangle\langle f| + \frac{\mathbf{P}^2}{2M} - \mathbf{d}\cdot\mathbf{E}$$

avec  $M$  la masse de l'atome considéré. Les énergies propres s'écrivent alors :

$$E_{|f, \mathbf{p}\rangle} = \hbar\omega_f + \frac{\mathbf{p}^2}{2M}$$

$$E_{|e, \mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}\rangle} = \hbar\omega_e + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})^2}{2M}$$

Ceci modifie la valeur du désaccord utilisé précédemment en :

$$\delta = \omega - \frac{1}{\hbar} (E_{|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle} - E_{|f, \mathbf{p}\rangle})$$

soit

$$\delta = \omega - (\omega_e - \omega_f) - \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2M} - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{M}$$

Le premier terme en  $\mathbf{k}$  est un terme de correction prenant en compte l'effet de recul et le second l'effet Doppler.

Les impulsions  $\pi$  et  $\pi/2$  présentées précédemment modifient donc également les états externes de l'atome. Ainsi, en partant d'un état  $|f, \mathbf{p}\rangle$ , une impulsion  $\pi/2$  crée une superposition cohérente entre les états  $|f, \mathbf{p}\rangle$  et  $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$  et permet donc une séparation spatiale entre les composantes de la fonction d'onde. De même, une impulsion  $\pi$  permet de passer de l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  à  $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$  et donc de défléchir le paquet d'onde atomique.

### 2.1.3 Réalisation d'un interféromètre similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder

En utilisant une séquence d'impulsion  $\pi/2, \pi, \pi/2$ , il est alors possible de réaliser un interféromètre de "Ramsey-Bordé" [Bordé 1991] similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique classique. Le schéma de principe de cet interféromètre est représenté figure 2.2.

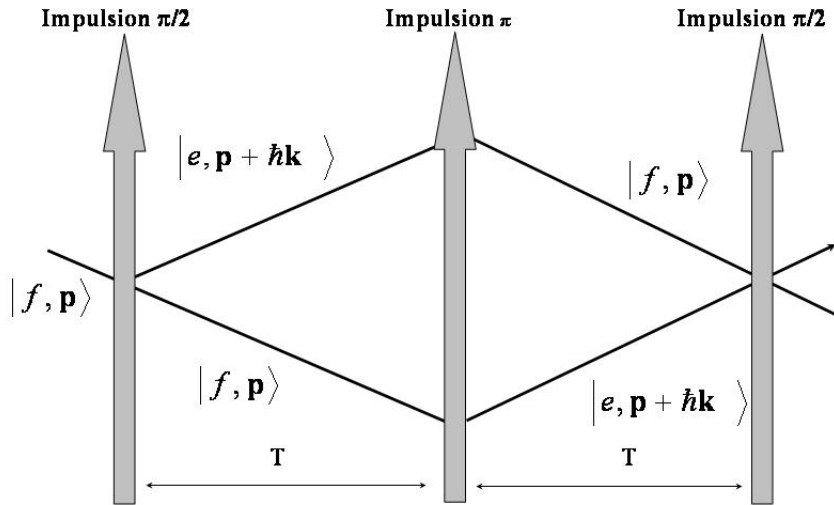


FIG. 2.2 – Interféromètre de type "Ramsey-Bordé" symétrique constitué d'une séquence de trois impulsions  $\pi/2, \pi, \pi/2$  séparées d'un temps  $T$  d'évolution libre. La géométrie de cet interféromètre est similaire à celle de l'interféromètre de Mach-Zehnder utilisé dans le domaine optique. Les ondes atomiques parcourant les deux bras de l'interféromètre passent une durée équivalente dans l'état fondamental  $|f, \mathbf{p}\rangle$  et excité  $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$  ce qui rend cet interféromètre insensible à la fréquence d'interrogation.

Partant d'atomes dans un état initial  $|f, \mathbf{p}\rangle$ , une impulsion  $\pi/2$  analogue à une lame séparatrice crée une superposition cohérente entre les états  $|f, \mathbf{p}\rangle$  et  $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$ . Dans le cadre d'une description en paquets d'ondes, les fonctions d'ondes associées à ces deux états sont alors spatialement séparées dans

l'interféromètre. Après un temps  $T$ , une impulsion  $\pi$  permet de défléchir ces fonctions d'ondes avant leur recombinaison par une seconde impulsion  $\pi/2$  réalisée elle aussi après une évolution libre d'une durée  $T$ . Dans ce schéma "symétrique" d'interrogation, les atomes passent un temps égal dans chacun des états internes dans les deux bras de l'interféromètre. Ceci permet d'obtenir un interféromètre insensible à la fréquence d'interrogation des impulsions.

A la sortie de l'interféromètre, la probabilité de détecter les atomes dans l'état fondamental est déterminée par une formule d'interférence à deux ondes

$$P = \frac{1 + \cos \Delta\phi}{2}$$

où  $\Delta\phi$  est relié au déphasage accumulé par les ondes atomiques dans les deux bras de l'interféromètre. Ce déphasage dépend comme nous le verrons par la suite des effets inertiels (rotations - accélérations) subis par l'atome pendant la durée de l'interféromètre. La valeur de ce déphasage, et donc la sensibilité aux effets inertiels, augmente avec la durée d'interaction  $T$  et de la séparation spatiale entre les fonctions d'onde dans l'interféromètre.

L'utilisation de cette méthode d'interférométrie implique d'utiliser deux niveaux (fondamental et excité) de durée de vie suffisamment longue devant le temps d'interaction  $T$  afin de pouvoir négliger les phénomènes de décohérence par émission spontanée pendant la durée de l'interféromètre. Les niveaux métastables  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, M_F = 0\rangle$  de l'atome de Césium vérifient cette condition. Néanmoins, cette transition se situe dans le domaine micro-onde et la séparation angulaire des états fondamental et excité obtenue avec une transition à un photon est donc très limitée. Afin d'augmenter de plusieurs ordres de grandeur la sensibilité du dispositif, il est possible d'utiliser des transitions Raman stimulées dans le domaine optique [Bordé 1989], [Chu 1991].

## 2.2 Utilisation de transitions Raman

### 2.2.1 Principe

Dans ce type de transition, les niveaux fondamental et excité sont couplés par une transition à deux photons par l'intermédiaire d'un niveau virtuel. Ce système peut être modélisé par un atome à trois niveaux décrit figure 2.3.

Deux ondes laser de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et de vecteur d'onde associés  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  couplent l'atome initialement dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  à l'état  $|i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1\rangle$  par absorption d'un photon  $\hbar\mathbf{k}_1$ . Ce niveau est alors couplé par émission stimulée d'un photon  $\hbar\mathbf{k}_2$  au niveau  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  avec

$$\mathbf{k}_{\text{eff}} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$$

Les deux niveaux fondamental et excité  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  sont dans notre cas les états fondamentaux  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, M_F = 0\rangle$  de l'atome de Césium. Ces niveaux sont séparés par une énergie correspondant à une transition micro-onde noté  $\omega_{\mu o} \approx 9.192... \text{ GHz}$ . Ils sont ici couplés par l'intermédiaire d'un état virtuel  $|i\rangle$  de courte durée de vie constitué dans notre cas par l'ensemble des sous niveaux hyperfins de l'état  $|6P_{3/2}\rangle$ . Ce procédé permet d'utiliser la raie D2 du Césium pour réaliser la transition optique à deux photons ( $\lambda = 852 \text{ nm}$ ).

### Les deux configurations Raman

Selon l'orientation relative des deux faisceaux laser d'interrogation, il est possible de réaliser deux types de transitions représentées figure 2.4

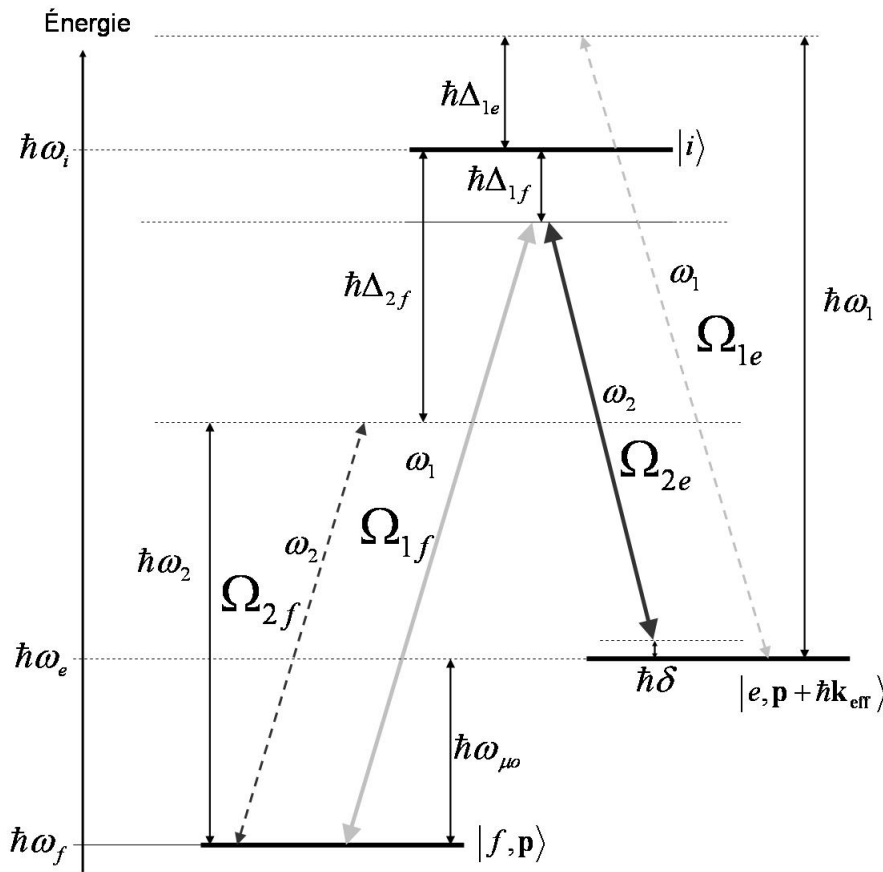


FIG. 2.3 – *Modèle de l'atome à trois niveaux. Les niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  sont les niveaux fondamentaux  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, M_F = 0\rangle$  de l'atome de Césium. Les états  $|i\rangle$  sont les sous-niveaux hyperfins de l'état  $|6P_{3/2}\rangle$ . Le couplage entre ces niveaux est assuré par deux ondes laser de pulsation  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .*

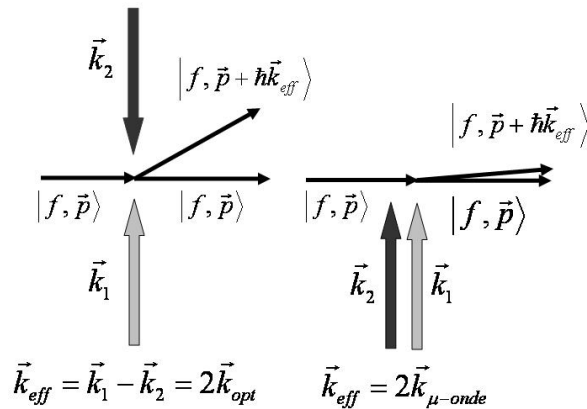


FIG. 2.4 – *Les deux configurations Raman. La séparation spatiale de la fonction d'onde atomique obtenue en configuration "co-propageante" est négligeable devant celle réalisée en configuration "contre-propageante" utilisée pour la mesure des effets inertiels.*

- Lorsque les deux ondes laser sont de sens opposés (configuration dite "contre-propageante"), le passage de l'état fondamental à l'état excité s'accompagne d'un changement d'impulsion de :  $\hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) = \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}} \approx 2\hbar\mathbf{k}_1$ , soit un changement de vitesse de approximativement  $7 \text{ mm.s}^{-1}$ .
- Il est également possible d'utiliser des ondes laser se propageant dans le même sens (configuration dite "copropageante"), nous obtenons alors un changement d'impulsion de  $\hbar\mathbf{k}_{\mu o}$  équivalent à un changement de vitesse d'environ  $10^{-5} \text{ mm.s}^{-1}$ .

La séparation spatiale des paquets d'onde obtenue avec des transitions à un photon est donc complètement négligeable devant celle réalisée grâce aux transitions Raman. La configuration "copropageante" présente une sensibilité aux effets inertiels quasi nulle et sera utile par la suite pour étudier la sensibilité du dispositif à certains effets parasites.

### condition de résonance

La conservation de l'énergie durant le processus à deux photons implique :

$$\hbar\omega_1 + E_{|f, \mathbf{p}\rangle} = \hbar\omega_2 + E_{|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle}$$

soit

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\mu o} + \frac{\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}^2}{2M} + \frac{\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{p}}{M}$$

en configuration contre-propageante, si l'impulsion initiale des atomes est orthogonale à la direction des faisceaux Raman nous obtenons alors :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\mu o} + 2\pi(8.2 \text{ kHz}) \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Modélisation

Nous considérons donc ici l'interaction d'un atome à trois niveaux  $|f\rangle$ ,  $|e\rangle$  et  $|i\rangle$  d'énergie interne  $\hbar\omega_{f0}$ ,  $\hbar\omega_{e0}$  et  $\hbar\omega_{i0}$  avec deux champs laser de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \frac{\mathbf{E}_1^0}{2} e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1)} + \mathbf{c.c} \\ \mathbf{E}_2 &= \frac{\mathbf{E}_2^0}{2} e^{i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2)} + \mathbf{c.c} \end{aligned}$$

L'atome initialement dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  est couplé par le champ  $\mathbf{E}_1$  à l'état  $|i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1\rangle$  (désaccord  $\Delta_{1f}$ ) et par le champ  $\mathbf{E}_2$  à l'état  $|i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_2\rangle$  (désaccord  $\Delta_{2f}$ ). De même, l'état excité  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  est couplé par l'intermédiaire de transition à un photon aux niveaux  $|i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1\rangle$  (désaccord  $\Delta_{2e}$ ) et  $|i, \mathbf{p} + \hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_{\text{eff}})\rangle$  (désaccord  $\Delta_{1e}$ ). Nous prendrons donc en compte par la suite les cinq états d'énergie associée :

$$\begin{aligned} |f\rangle &\equiv |f, \mathbf{p}\rangle & \hbar\omega_f &= \hbar\omega_{f0} + \frac{\mathbf{p}^2}{2M} \\ |e\rangle &\equiv |e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle & \hbar\omega_e &= \hbar\omega_{e0} + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}})^2}{2M} \\ |i1\rangle &\equiv |i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1\rangle & \hbar\omega_{i1} &= \hbar\omega_{i0} + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1)^2}{2M} \\ |i2\rangle &\equiv |i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_2\rangle & \hbar\omega_{i2} &= \hbar\omega_{i0} + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_2)^2}{2M} \\ |i3\rangle &\equiv |i, \mathbf{p} + \hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_{\text{eff}})\rangle & \hbar\omega_{i3} &= \hbar\omega_{i0} + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}})^2}{2M} \end{aligned}$$

L'hamiltonien du système s'écrit alors :

$$H = \hbar\omega_f|f\rangle\langle f| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_{i1}|i1\rangle\langle i1| + \hbar\omega_{i2}|i2\rangle\langle i2| + \hbar\omega_{i3}|i3\rangle\langle i3| - \mathbf{D} \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)$$

L'évolution d'un état  $|\Psi(t)\rangle = a_f(t)|f\rangle + a_e(t)|e\rangle + a_{i1}(t)|i1\rangle + a_{i2}(t)|i2\rangle + a_{i3}(t)|i3\rangle$  est déterminé par l'équation de Schrödinger et nous obtenons ainsi un système d'équations différentielles du premier ordre pour les coefficients  $a_j$ . Comme précédemment, nous effectuons le changement de variable  $c_j = e^{i\omega_j}a_j$  et appliquons l'approximation des ondes tournantes. Dans la limite où les désaccords  $\Delta_{ij}$  sont grand devant les pulsation de Rabi, les coefficients des états intermédiaires  $c_{i1}, c_{i2}, c_{i3}$  oscillent plus vite que les coefficients  $c_e, c_f$  et il est alors possible de les éliminer adiabatiquement [Moler 1992],[Weiss 1994]. Nous pouvons donc nous ramener à un problème à deux niveaux  $|f\rangle, |e\rangle$  dont l'évolution temporelle est déterminée par l'Hamiltonien :

$$\hbar \begin{pmatrix} \Omega_e^{AC} & \frac{\Omega_{eff}}{2} e^{-i(\delta t + \phi_{eff})} \\ \frac{\Omega_{eff}}{2} e^{i(\delta t + \phi_{eff})} & \Omega_f^{AC} \end{pmatrix}$$

avec  $\Omega_{eff}$  la pulsation de Rabi équivalente du système :

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega_{1f}^* \Omega_{2e}}{\Delta_{1f}} \quad \Omega_{kl} = -\frac{\langle i|\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_k|l\rangle}{\hbar}$$

$\Omega_f^{AC}$  et  $\Omega_e^{AC}$  les termes de déplacement lumineux à un photon des niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  :

$$\Omega_f^{AC} = \frac{|\Omega_{1f}|^2}{4\Delta_{1f}} + \frac{|\Omega_{2f}|^2}{4\Delta_{2f}} \quad \Omega_e^{AC} = \frac{|\Omega_{1e}|^2}{4\Delta_{1e}} + \frac{|\Omega_{2e}|^2}{4\Delta_{2e}} \quad (2.3)$$

$\delta$  est le désaccord de la transition Raman :

$$\delta = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_e - \omega_f)$$

et  $\phi_{eff}$  est la phase laser effective vu par l'atome lors de la transition Raman :

$$\phi_{eff} = \phi_1 - \phi_2$$

L'hamiltonien ainsi obtenu est alors très proche de celui du système à deux niveaux calculé dans la section 2.1.1 avec des termes diagonaux supplémentaires dus aux déplacements lumineux  $\Omega_f^{AC}$  et  $\Omega_e^{AC}$ . Nous pouvons alors déterminer de manière similaire la matrice d'évolution  $S$  du système à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  ainsi obtenu :

$$S = e^{-i(\Omega_f^{AC} + \Omega_e^{AC})\tau/2} \begin{pmatrix} e^{-i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_e\tau} [\cos(\frac{\Omega_r\tau}{2}) - i \cos\theta \sin(\frac{\Omega_r\tau}{2})] & e^{-i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_e\tau} [-ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})} \sin\theta \sin(\frac{\Omega_r\tau}{2})] \\ e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_f\tau} [-ie^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})} \sin\theta \sin(\frac{\Omega_r\tau}{2})] & e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_f\tau} [\cos(\frac{\Omega_r\tau}{2}) + i \cos\theta \sin(\frac{\Omega_r\tau}{2})] \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Le déplacement lumineux différentiel s'exprimant par :



$$\delta^{AC} = \Omega_e^{AC} - \Omega_f^{AC} \quad (2.5)$$

La pulsation de Rabi s'écrit :

$$\Omega_r = \sqrt{\Omega_{eff}^2 + (\delta - \delta^{AC})} \quad (2.6)$$

Ceci permet de définir :  $\cos(\theta) = \frac{-(\delta - \delta^{AC})}{\Omega_r}$  et  $\sin(\theta) = \frac{\Omega_{eff}}{\Omega_r}$ .

### Compensation des déplacements lumineux

Il est possible en choisissant correctement le rapport d'intensité entre les faisceaux Raman d'annuler le déplacement lumineux différentiel. En considérant  $|\Omega_{1e}| \approx |\Omega_{1f}| = |\Omega_1|$  et  $|\Omega_{2e}| \approx |\Omega_{2f}| = |\Omega_2|$ , on a [Weiss 1994] :

$$\delta^{AC} = |\Omega_{1e}|^2 \left( \frac{1}{4\Delta_{1e}} - \frac{1}{4\Delta_{1f}} \right) + |\Omega_{2e}|^2 \left( \frac{1}{4\Delta_{2e}} - \frac{1}{4\Delta_{2f}} \right)$$

nous obtenons alors  $\delta^{AC} = 0$  si :

$$\alpha = \frac{|\Omega_2|^2}{|\Omega_1|^2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\Delta_{2f}\Delta_{2e}}{\Delta_{2f} - \Delta_{2e}} \frac{\Delta_{1e} - \Delta_{1f}}{\Delta_{1e}\Delta_{1f}}$$

où  $I_1$  et  $I_2$  sont les intensités des deux faisceaux d'interrogation. En considérant  $\delta \ll \Delta_{1f}$  nous obtenons :  $\Delta_{1e} = \Delta_{1f} + (\omega_e - \omega_f)$ ,  $\Delta_{2f} = \Delta_{2e} - (\omega_e - \omega_f)$  et  $\Delta_{2e} = \Delta_{1f} + \delta \approx \Delta_{1f}$  soit :

$$\alpha = \frac{(\omega_e - \omega_f) - \Delta_{1f}}{(\omega_e - \omega_f) + \Delta_{1f}} \quad (2.7)$$

Nous avons dans ce calcul négligé la structure hyperfine de l'état excité. Un traitement complet peut être trouvé dans [Fils 2002].

### 2.2.3 Impulsions Raman $\pi$ et $\pi/2$

La matrice  $S$  précédemment calculée permet d'obtenir la matrice d'évolution du système pour les impulsions Raman  $\pi$  et  $\pi/2$ . On se place ici dans le cas où la condition de résonance est vérifiée :  $\delta = \delta^{AC}$ . Pour un désaccord  $\Delta_{1f}$  donné, on choisit le rapport d'intensité  $\alpha$  des faisceaux Raman 1 et 2 permettant d'annuler le déplacement lumineux différentiel, on prendra donc  $\delta = \delta^{AC} = 0$ . Il s'ensuit alors  $\Omega_r = |\Omega_{eff}|$  puis  $\cos(\theta) = 0$  et  $\sin(\theta) = 1$ . La matrice d'évolution d'une impulsion  $\pi$  ( $|\Omega_{eff}|\tau = \pi$ ) s'écrit alors :

$$S_\pi(t_0, \phi_{eff}) = e^{-i(\Omega_f^{AC} + \Omega_e^{AC})\tau/2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\omega_e\tau} [-ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] \\ e^{-i\omega_f\tau} [-ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] & 0 \end{pmatrix}$$

ainsi que la matrice d'évolution d'une impulsion  $\pi/2$  ( $|\Omega_{eff}| \tau = \pi/2$ ) :

$$S_{\pi/2}(t_0, \phi_{eff}) = e^{-i(\Omega_f^{AC} + \Omega_e^{AC})\tau/2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e \tau} & e^{-i\omega_e \tau} [-ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] \\ e^{-i\omega_f \tau} [-ie^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] & e^{-i\omega_f \tau} \end{pmatrix}$$

## 2.3 Mesures inertielles

Dans cette section, nous calculons à l'aide du formalisme présenté précédemment le déphasage apparaissant en sortie d'un interféromètre utilisant trois impulsions Raman  $\pi/2, \pi, \pi/2$ . Nous en déduisons alors le facteur d'échelle du dispositif à des mesures inertielles de rotation et d'accélération puis la sensibilité à certains effets parasites.

### 2.3.1 Calcul du déphasage en sortie de l'interféromètre

Nous considérons ici un interféromètre similaire à celui présenté figure 2.2 utilisant une série d'impulsions Raman  $\pi/2, \pi$  et  $\pi/2$ . L'évolution du paquet d'onde pendant les impulsions Raman est obtenue en utilisant les matrices  $S_\pi$  et  $S_{\pi/2}$ . Ces impulsions sont séparées d'une évolution libre d'une durée  $T$  dont la matrice d'évolution s'écrit :

$$S_{libre}(T) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_f T} \end{pmatrix}$$

Partant d'un état atomique pur à l'entrée de l'interféromètre

$$\begin{pmatrix} a_e(0) \\ a_f(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

l'état de sortie de l'interféromètre se calcule alors en effectuant le produit matriciel :

$$\begin{pmatrix} a_e(2T + 4\tau) \\ a_f(2T + 4\tau) \end{pmatrix} = S_{\pi/2}(2T + 3\tau, \phi_{eff}^1) S_{libre}(T) S_\pi(T + \tau, \phi_{eff}^2) S_{libre}(T) S_{\pi/2}(0, \phi_{eff}^1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Où  $\phi_{eff}^1, \phi_{eff}^2$  et  $\phi_{eff}^3$  sont les phases laser relatives des faisceaux Raman vues par l'atome au moment des trois impulsions. Nous supposons ici la phase constante pendant la durée des interactions.

Nous avons choisi ici l'origine des temps à l'instant de la première impulsion Raman et nous avons également supposé que la fréquence de Rabi effective est la même pour les impulsions  $\pi$  et  $\pi/2$  conduisant des durées d'interaction de respectivement  $2\tau$  et  $\tau$ . La probabilité de transition en sortie de l'interféromètre s'écrit alors :

$$P = |a_e(2T + 4\tau)|^2 = \frac{1 - \cos(\Delta\Phi)}{2} \quad (2.8)$$

avec :

$$\Delta\Phi = \phi_{eff}^1 - 2\phi_{eff}^2 + \phi_{eff}^3 \quad (2.9)$$

Dans ce modèle, nous avons supposé que la phase laser effective vue par les ondes de matières parcourant les deux bras de l'interféromètre est la même lors des impulsions ce qui n'est pas valable au niveau de l'impulsion  $\pi$  où les deux bras de l'interféromètre sont **spatialement séparés**. Il est alors possible de montrer en calculant séparément la phase accumulée le long des bras de l'interféromètre que le résultat précédent est valable en prenant  $\phi_{eff}^2 = (\phi_{effA}^2 - \phi_{effB}^2)/2$  où  $\phi_{effA}^2$  et  $\phi_{effB}^2$  sont les phases laser effectives au moment de l'impulsion  $\pi$  dans les deux bras A et B de l'interféromètre représenté figure 2.5.

### Limites du modèle

Le calcul du déphasage pour un interféromètre soumis à des rotations ou à un gradient de gravité s'avère plus complexe que le modèle présenté ici notamment car les paquets d'ondes sont spatialement séparés à la sortie de l'interféromètre. Ce calcul peut être effectué en prenant en compte la propagation de l'état externe de l'atome grâce au formalisme des intégrales de chemin de Feynman [Storey 1994]. Pour la rotation, le calcul du déphasage en sortie de l'interféromètre [Holleville 2001] montre qu'au premier ordre en  $\Omega t$ , il y a compensation entre les termes de déphasage provenant d'une part de la propagation de l'état externe et d'autre part du fait que l'interféromètre ne se referme pas. Il reste donc uniquement un terme de déphasage dû à l'action des lames séparatrices calculable grâce à l'équation 2.9.

Ce résultat est démontrable dans un cas plus général grâce au formalisme des matrices ABCD adaptés à la propagation des ondes atomiques [Bordé 2004]. Il est ainsi possible de calculer d'une manière exacte le déphasage en sortie d'un interféromètre soumis à toutes les forces dérivant d'un Hamiltonien au plus quadratique en  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{P}$  [Antoine 2003]. Grâce à ce formalisme, on montre qu'il est possible de calculer le déphasage grâce à l'équation 2.9 en prenant la valeur de la phase laser au centre des paquets d'onde atomique au moment des trois impulsions. La position du paquet d'ondes à ces instants (représentée figure 2.5) est calculée de façon classique en tenant compte de la conservation de la quantité de mouvement au moment des impulsions.

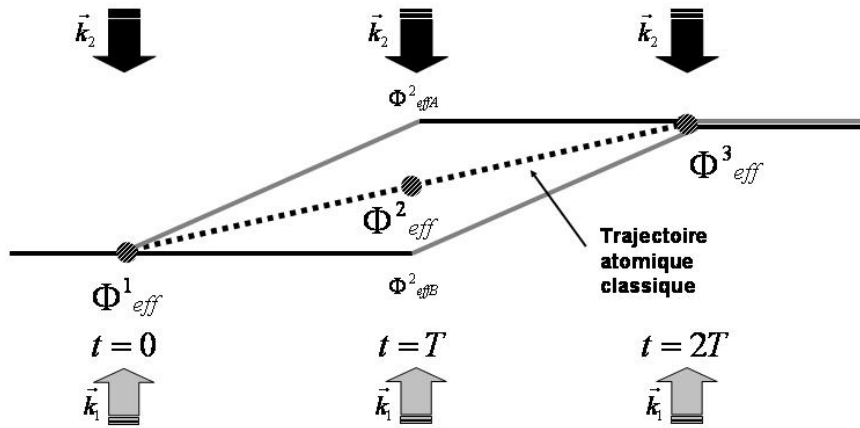


FIG. 2.5 – Le calcul du déphasage atomique à la sortie de l'interféromètre de Mach-Zehnder fait intervenir les phases laser  $\Phi_1, \Phi_2$  et  $\Phi_3$  calculées le long de la trajectoire classique des atomes aux instants des trois impulsions au centre du paquet d'onde atomique. La phase  $\Phi_2$  est la moyenne des phases  $\phi_{effA}^2$  et  $\phi_{effB}^2$  vue par les ondes atomiques parcourant les deux bras de l'interféromètre au moment de la seconde impulsion.

### 2.3.2 Facteur d'échelle pour des mesures d'accélération.

Nous supposons ici que l'interféromètre est soumis uniquement à une accélération  $a$  constante et que les atomes possèdent une vitesse  $v_0$  perpendiculaire à la direction des faisceaux d'interrogation Raman à l'entrée de l'interféromètre. Dans le référentiel en chute libre des atomes, les faisceaux lasers d'interrogation sont accélérés. Afin de calculer le déphasage en sortie de l'interféromètre, nous déterminons la phase laser effective à l'instant  $t$  le long de la trajectoire classique des atomes :

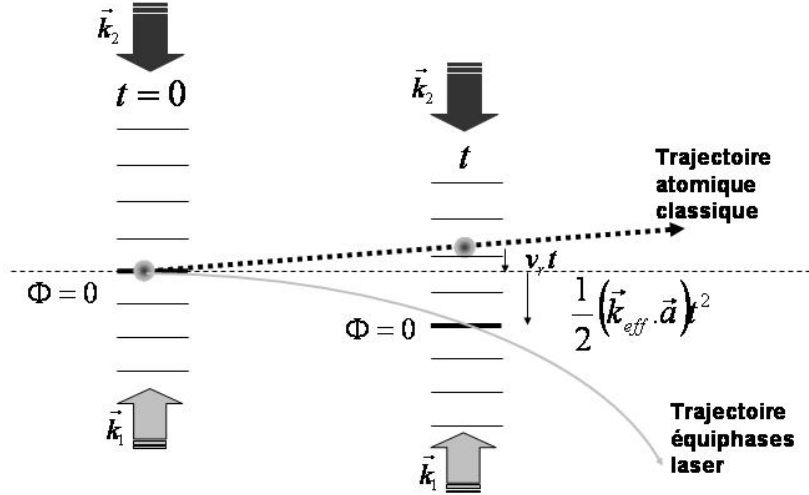


FIG. 2.6 – Calcul de la phase instantanée vue le long de la trajectoire atomique classique pour une accélération constante des faisceaux Raman.

$$\phi_{eff}(t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$$

avec

$$\mathbf{r} = (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_R)t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

en prenant l'origine des phases à la première impulsion Raman :

$$\phi_{eff}^1 = 0$$

$$\phi_{eff}^2 = \mathbf{v}_R T + \frac{1}{2}\mathbf{a}T^2$$

$$\phi_{eff}^3 = \mathbf{v}_R(2T) + \frac{1}{2}\mathbf{a}(2T)^2$$

soit :

$$\Delta\Phi = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{a})T^2 \quad (2.10)$$

L'interféromètre est donc sensible aux accélérations le long des faisceaux d'interrogation Raman.

### 2.3.3 Facteur d'échelle pour des mesures de rotation.

On suppose ici que l'atome, de vitesse transversale  $v_0$  à l'entrée de l'interféromètre est soumis uniquement à une rotation  $\Omega$  de direction perpendiculaire au plan  $(\mathbf{k}, \mathbf{v}_0)$ . Cette situation est représentée figure 2.7. Comme précédemment, nous cherchons à calculer la phase laser effective le long de la trajectoire atomique classique pendant la durée de l'interféromètre. Nous considérons dans ce calcul la trajectoire atomique **non perturbée** par la rotation des séparatrices (la trajectoire considérée est donc la même que celle utilisée dans la cas d'une accélération).

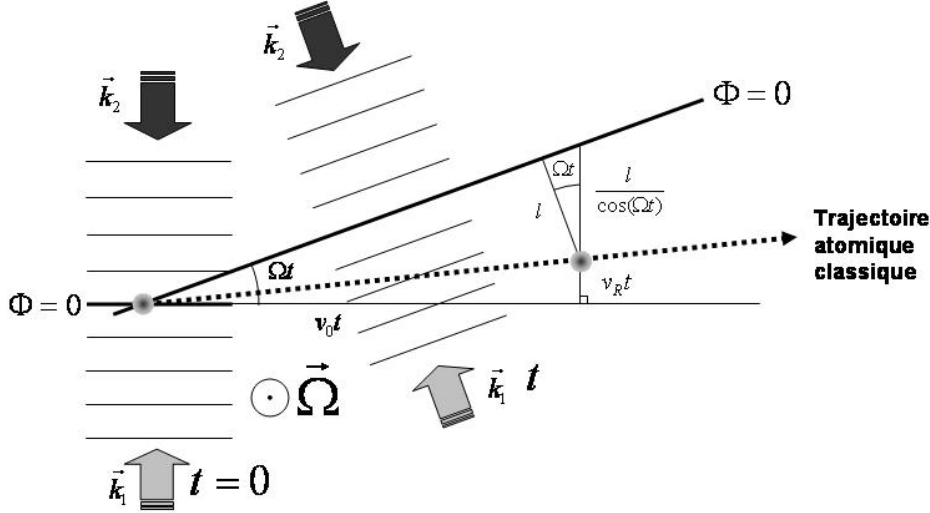


FIG. 2.7 – Calcul de la phase instantanée le long de la trajectoire atomique classique pour une rotation constante des faisceaux Raman.

Soit  $l$  la distance de l'atome à l'équiphasse laser  $\phi = 0$  à l'instant  $t$ . On a :  $l = R \cos(\Omega t)$  avec  $\tan(\Omega t) = \frac{R+v_r t}{v_0 t}$ . Nous en déduisons :

$$\Phi_t = -kl = -v_0 t \sin(\Omega t) - v_r t \cos(\Omega t)$$

En prenant l'origine des phases à la première impulsion Raman, il vient :

$$\phi_{eff}^1 = 0$$

$$\phi_{eff}^2 = -v_0 T \sin(\Omega T) - v_r t \cos(\Omega T)$$

$$\phi_{eff}^3 = -v_0 2T \sin(\Omega 2T) - v_r t \cos(\Omega 2T)$$

Nous obtenons en sortie de l'interféromètre :

$$\Delta\Phi = -2kv_0 \sin(\Omega T)[1 - 2 \cos(\Omega T)] - kv_r (\cos(2\Omega T) - \cos(\Omega T))$$

ce qui donne au premier ordre en  $T$  :

$$\Delta\Phi = -2kv_0 \Omega T^2$$

ou sous forme vectorielle :

$$\Delta\Phi = 2\mathbf{k}(\mathbf{v}_0 \times \boldsymbol{\Omega})T^2 \quad (2.11)$$

Ce terme de déphasage montre que ce dispositif est sensible aux rotations perpendiculaires au plan de l'interféromètre.

### Déphasage Sagnac

Il est possible de réécrire l'équation 2.11 sous la forme  $\Delta\Phi = 2\Omega(\mathbf{k} \times \mathbf{v}_0)T^2$ . Nous reconnaissons alors l'aire orientée de l'interféromètre, produit de la distance acquise grâce au recul et de celle acquise grâce à la vitesse moyenne des atomes :  $\mathbf{A} = \frac{\hbar\mathbf{k}}{M}T \times \mathbf{v}_0T$ . Il vient alors :

$$\Delta\Phi = 2\Omega\mathbf{A} \frac{E}{\hbar c^2}$$

où  $E$  est l'énergie des particules utilisées dans l'interféromètre. Cette expression est celle du déphasage Sagnac apparaissant lors de la rotation d'un interféromètre d'aire non nulle. Cette expression générale est valable pour un interféromètre optique [Chow 1985] ou atomique [Riehle 1991].

### 2.3.4 Choix Expérimentaux

La sensibilité aux effets inertiels s'exprime donc en sortie de l'interféromètre par la somme des déphasages de rotation et d'accélération :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{rot} + \Delta\Phi_{acc} = 2\mathbf{k}(\mathbf{v}_0 \times \Omega)T^2 + (\mathbf{k}\mathbf{a})T^2$$

L'expression de ce déphasage influence certains choix techniques effectués sur l'expérience.

#### Intérêt des atomes froids

Nous remarquons qu'une sensibilité à la rotation nécessite une vitesse non nulle des atomes à l'entrée de l'interféromètre. Une fluctuation de ce paramètre induit donc une fluctuation du facteur d'échelle qui peut limiter sur des temps longs la stabilité de la mesure de rotation. De plus, la sélectivité en vitesse des impulsions Raman nécessite de limiter la dispersion en vitesse transverse des sources atomiques utilisées afin de ne pas réduire le contraste des interférences. L'utilisation de sources atomiques refroidies par laser (détaillées chapitre 4) permet d'avoir un très bon contrôle de la vitesse de lancement et d'obtenir une faible dispersion en vitesse.

#### Intérêt d'un faisceau unique

Les facteurs d'échelles à la rotation et à l'accélération sont également dépendant du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  qui doit être identique lors de chaque impulsion Raman afin de ne pas générer de déphasage parasite à la sortie de l'interféromètre. L'utilisation d'un seul faisceau Raman modulé temporellement permet de limiter ces déphasages. Par rapport à un interféromètre fonctionnant avec plusieurs faisceaux d'interrogation et où la durée  $T$  d'interaction est définie par le temps de transit des atomes de vitesse  $V_0$  entre les lasers éloignés d'une distance  $d$  (fonctionnement "spatial") [Gustavson 1997], ce fonctionnement "temporel" permet de ne pas faire apparaître la vitesse  $V_0$  dans le facteur d'échelle aux accélérations. Ceci permet une meilleure connaissance de ce facteur d'échelle et donc potentiellement une meilleure séparation du terme d'accélération par rapport à celui de rotation. De plus, le contrôle expérimental d'écart temporel étant bien plus aisé que celui de distance, ceci est favorable à une bonne stabilité du facteur d'échelle. Ce fonctionnement temporel de l'interrogation Raman est représenté figure 2.8. Les atomes, de vitesse initiale  $v_0$ , explorent en fonction du temps différentes zones d'intensité du faisceau Raman et les impulsions sont réalisées en allumant et en éteignant le faisceau. Il convient de remarquer que ce choix technique est rendu possible grâce à l'utilisation d'atomes froids dont la vitesse moyenne suffisamment lente permet d'obtenir un temps de passage

important entre chaque impulsion Raman (dans notre cas jusqu'à approximativement 40 ms) tout en conservant un faisceau Raman de taille raisonnable (faisceau gaussien de waist d'environ 1,5 cm). Comme nous le verrons dans le chapitre 3, grâce à l'utilisation combinée d'atomes froids et d'une interrogation Raman mono-faisceau, il est possible de modifier aisément les axes inertiels de sensibilité de l'appareil en modifiant la direction du faisceau Raman. Le choix d'un fonctionnement temporel permet également de changer aisément la séquence d'impulsion et donc la sensibilité du dispositif sans modifier la position du faisceau d'interrogation.

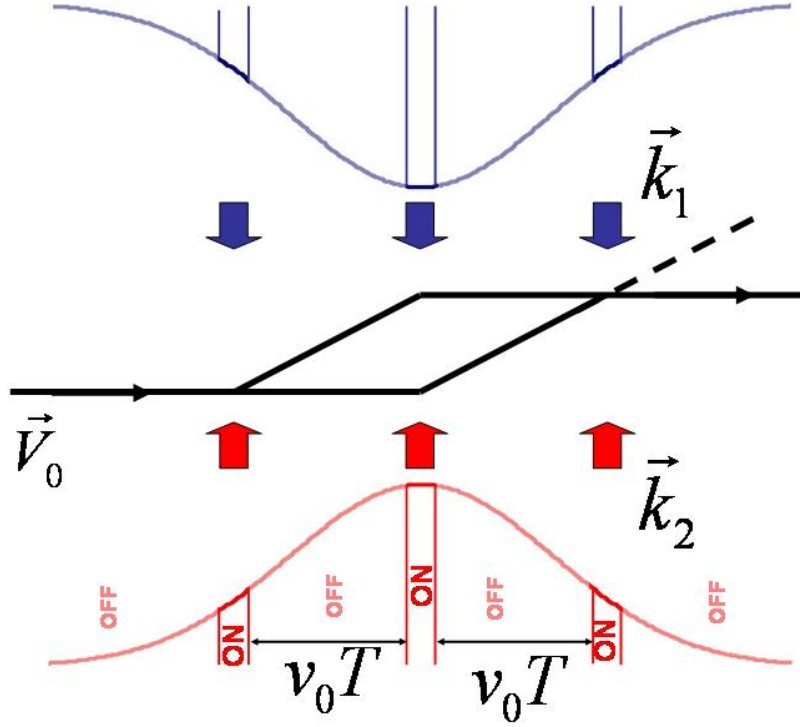


FIG. 2.8 – Les impulsions d'interrogation Raman  $\pi$  et  $\pi/2$  sont réalisées à l'aide d'un seul faisceau Raman dont l'intensité est modulé temporellement.

### Intérêt d'un double interféromètre

Dans le but de réaliser un capteur inertiel, il est nécessaire de pouvoir mesurer indépendamment les rotations et les accélérations. Pour cela, il faut discriminer les déphasages  $\Delta\Phi_{rot}$  et  $\Delta\Phi_{acc}$  dans l'expression du déphasage global  $\Delta\Phi$ . Ces deux déphasages ont une différence fondamentale car la vitesse moyenne des atomes intervient uniquement dans le terme de rotation. Ainsi, si on renverse le vecteur  $v_0$ , le terme d'accélération reste inchangé alors que le terme de rotation devient opposé.

Une solution consiste à utiliser une configuration représentée figure 2.9 utilisant deux sources atomiques contre-propageantes V et F de vitesses opposées. Elles sont soumises aux transitions Raman aux mêmes instants, créant ainsi deux interféromètres dont les aires orientées  $\mathbf{A} = \frac{\hbar\mathbf{k}}{M}T \times \mathbf{v}_0T$  sont opposées. Cette méthode a été introduite pour la première fois dans le cadre d'une expérience de gyromètre à jet thermique [Gustavson 1998], [Gustavson 2000].

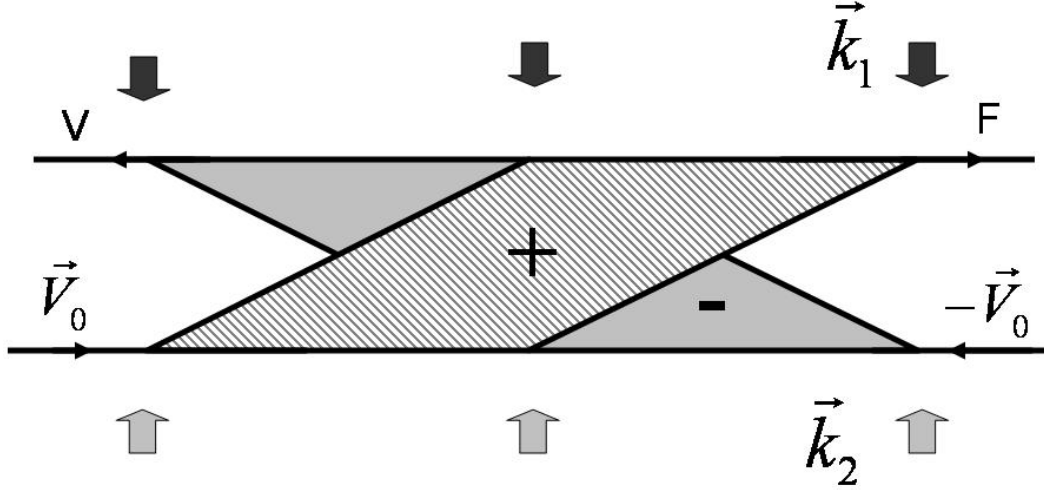


FIG. 2.9 – L'utilisation de deux sources contre-propageantes  $F$  et  $V$  soumises à la même séquence d'interrogation permet de discriminer les déphasages de rotation et d'accélération en créant deux interféromètres d'aires orientées opposées.

A la sortie des deux interféromètres  $F$  et  $V$  ainsi créés le déphasage inertiel se décompose en :

$$\Delta\varphi_V = \Delta\varphi_{acc} + \Delta\varphi_{rot}$$

$$\Delta\varphi_F = \Delta\varphi_{acc} - \Delta\varphi_{rot}$$

Les déphasages d'accélération et de rotation se déduisent donc par combinaison linéaire :

$$\Delta\varphi_{rot} = \frac{\Delta\varphi_V - \Delta\varphi_F}{2}$$

$$\Delta\varphi_{acc} = \frac{\Delta\varphi_V + \Delta\varphi_F}{2}$$

### 2.3.5 Sensibilité aux effets parasites

Nous évoquons dans cette section un certain nombre d'effets parasites qui peuvent générer un biais ou dégrader le rapport signal sur bruit de l'expérience. L'évaluation expérimentale de ces différents effets sera abordé dans les chapitre 4 et 5.

#### Sensibilité à la phase laser

Nous avons vu section 2.3.1 que lors des trois impulsions d'interrogation Raman, la différence de phase  $\phi_{eff}$  est imprimée sur la phase de l'onde atomique défléchie. La sensibilité aux effets inertiels précédemment calculée tient compte uniquement de la modification de la phase relative des faisceaux sous l'influence des effets inertiels. S'il existe une fluctuation supplémentaire de cette phase laser, il convient d'ajouter aux termes  $\Delta\Phi_{rot}$  et  $\Delta\Phi_{acc}$  calculés précédemment un terme  $\Delta\Phi_{laser} = \phi_{eff}^1 - 2\phi_{eff}^2 + \phi_{eff}^3$  où  $\phi_{eff}^{1,2,3}$  sont les phases laser effectives au moment des trois impulsions.

Ce déphasage peut provenir du bruit de phase temporel des faisceaux Raman. Afin de contrôler cet effet, nous utilisons un asservissement de phase qui sera présenté dans le chapitre 3. Les fluctuations



de phase résiduels de cet asservissement ont un impact sur le rapport signal à bruit sur un coup de l'expérience. Ce bruit de phase laser sera étudié au chapitre 5 à l'aide du formalisme de la fonction de sensibilité.

Les sources atomiques interagissant avec un unique faisceau Raman dont le front d'onde peut présenter des imperfections, ce déphasage  $\Delta\Phi_{laser}$  peut également provenir d'une variation spatiale de la phase laser. La figure 2.10 représente la trajectoire classique des atomes dans le plan perpendiculaire à la direction du faisceau d'interrogation. La phase laser locale est imprimée sur la fonction d'onde atomique au moment des impulsions et il en résulte un déphasage en sortie de l'interféromètre pour une trajectoire atomique A :  $\Delta\Phi_{fo}(A) = \phi_{eff,A}(x_1, z_1) - \phi_{eff,A}(x_2, z_2) + \phi_{eff,A}(x_3, z_3)$ . Si la trajectoire A est constante dans le temps cet effet génère un biais sur la mesure. Néanmoins, si cette trajectoire fluctue, les atomes peuvent explorer d'une mesure à l'autre différents défauts de front d'onde du faisceau Raman, ce qui génère une fluctuation de ce déphasage parasite pouvant limiter le rapport signal à bruit sur un coup.

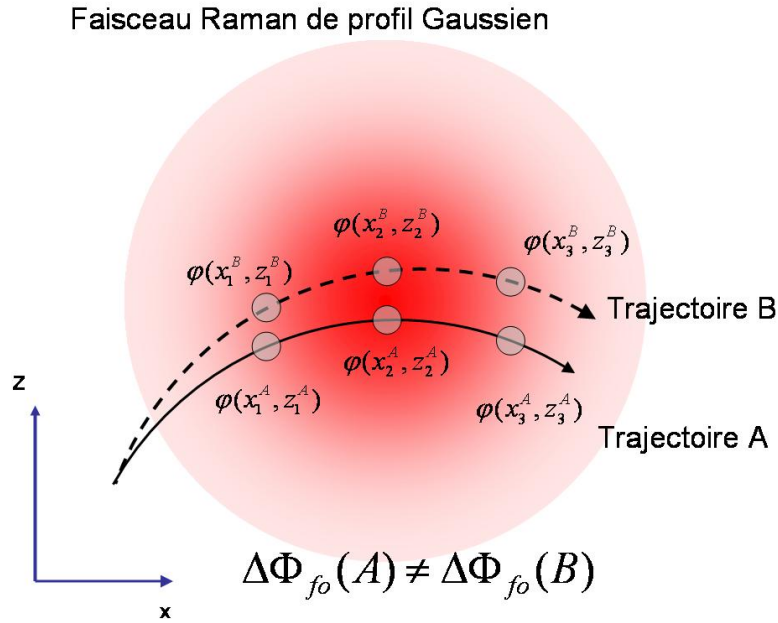


FIG. 2.10 – Pour une trajectoire A, les défauts de front d'onde introduisent un déphasage en sortie de l'interféromètre  $\Delta\Phi_{fo}(A)$ . Ces défauts de front d'onde étant différents selon la trajectoire des atomes, cet effet peut limiter le rapport signal à bruit sur un coup.

### Sensibilité aux fluctuations de déplacement lumineux

Dans le cas où le rapport d'intensité  $\alpha = \frac{I_2}{I_1}$  entre les faisceaux Raman fluctue, les déplacements lumineux ne sont plus compensés et il apparaît un déphasage en sortie de l'interféromètre [Weiss 1994]. Ce déphasage se calcule en étudiant l'effet d'un déplacement lumineux non nul  $\delta^{AC} \neq 0$  dans l'expression des matrices de passage  $S$  calculées section 2.2.3. Nous développerons par la suite au premier ordre la variation de désaccord Raman créé, soit :

$$\delta - \delta^{AC} = d(\delta^{AC})$$

Pour la matrice de passage d'une impulsion  $\pi/2$ , l'expression générale des matrices  $S$  établie équation 2.2.3 montre que les termes diagonaux sont modifiés en considérant que :

$$\cos(\theta) = \frac{-(\delta - \delta^{AC})}{\Omega_r} = -\frac{d(\delta^{AC})}{\Omega_r}$$

Les termes diagonaux de  $S_{\pi/2}$  deviennent donc :

$$e^{-i\omega_{e,f}\tau} \left( 1 \pm i \left( \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r} \right) \right)$$

En considérant  $\delta_{AC} \ll \Omega_r$  On peut alors écrire ces termes diagonaux sous la forme :

$$e^{-i\omega_{e,f}\tau} e^{\pm i \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r}}$$

La matrice  $S_{\pi/2}$  s'écrit donc :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{\pi/2}(t_0, \phi_{eff}) = e^{-i(\Omega_f^{AC} + \Omega_e^{AC})\tau/2} \\ e^{-i\omega_e\tau} e^{-i \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r}} & e^{-i\omega_e\tau} [-i e^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] \\ e^{-i\omega_f\tau} [-i e^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff})}] & e^{-i\omega_f\tau} e^{+i \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r}} \end{pmatrix}$$

Partant de l'état initial  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  les coefficients de la fonction d'onde sont après la première impulsion  $\pi/2$  :

$$\begin{pmatrix} a_e(\tau) \\ a_f(\tau) \end{pmatrix} = S_{\pi/2}(0, \phi_{eff}^1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = e^{-i\omega_f\tau} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_{eff}^1} \\ e^{-i \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r}} \end{pmatrix}$$

Un déplacement lumineux non nul lors d'une impulsion  $\pi/2$  revient donc à imprimer sur la fonction d'onde atomique ne changeant pas d'état une phase supplémentaire :

$$\Phi_{d(\delta_{AC})} = \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r} \quad (2.12)$$

Pour une impulsion  $\pi$ , il apparaît des termes diagonaux en

$$e^{-i\omega_{e,f}\tau} \pm i \frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r} = \frac{\delta_{AC}}{\Omega_r} e^{-i(\omega_e\tau \mp \frac{\pi}{2})}$$

Au niveau de cette impulsion, un déplacement lumineux non nul influence donc l'efficacité de la transition (au premier ordre en  $\frac{d(\delta_{AC})}{\Omega_r}$ ). Les ondes atomique dans les **deux** bras de l'interféromètre changeant d'état au niveau de cette impulsion, aucun **déphasage** n'est créé au moment de l'impulsion  $\pi$ .

Le déphasage atomique en sortie de l'interféromètre  $\Delta\Phi_{LS1}$  crée par le déplacement lumineux non nul se calcule donc en prenant en compte les phases supplémentaires  $\Phi_{\delta_{AC}^{1,3}}$  imprimées sur la fonction d'onde au moment des seules impulsions  $\pi/2$  :

$$\Delta\Phi_{LS1} = \Phi_{d(\delta_{AC}^3)} - \Phi_{d(\delta_{AC}^1)} = \frac{d(\delta_3^{AC})}{\Omega_{eff}} - \frac{d(\delta_1^{AC})}{\Omega_{eff}} \quad (2.13)$$

où  $d(\delta_1^{AC})$  et  $d(\delta_3^{AC})$  sont les déplacements lumineux différentiels au moment de la première et de la dernière impulsion Raman et  $\Omega_{eff}$  la pulsation de Rabi effective de la transition :

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega_{1f}^* \Omega_{2e}}{\Delta_{1f}}$$

En partant de l'expression de  $\delta^{AC}$ , nous obtenons au premier ordre en  $d\alpha = d\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$  :

$$\frac{\delta^{AC}}{\Omega_{eff}} = \frac{d\alpha}{2\alpha_0^{3/2}}$$

ou  $\alpha_0$  est le rapport d'intensité calculé précédemment annulant le déplacement lumineux. Nous obtenons donc :

$$\Delta\Phi_{LS1} = \frac{1}{2\alpha_0^{3/2}}(d\alpha_3 - d\alpha_1) \quad (2.14)$$

Nous verrons dans le chapitre 3 qu'il est possible de s'affranchir des fluctuations long terme de déplacement lumineux en utilisant un fonctionnement particulier de l'expérience où la direction du vecteur d'onde effectif des transitions Raman est retournée d'une mesure à l'autre.

### Sensibilité aux fluctuations de champ magnétique

Le caractère symétrique de l'interféromètre de Ramsey-Bordé lui assure une insensibilité à un champ magnétique homogène et constant. Les atomes passent en effet le même temps dans les deux états dans chaque bras de l'interféromètre. Néanmoins cette symétrie est brisée s'il existe des variations temporelles ou spatiales du champs magnétique le long de l'interféromètre et il apparaît alors un déphasage  $\Delta\Phi_{Bt}$  en sortie de l'interféromètre de la forme :

$$\Delta\Phi_{Bt} = \int_0^{2T} \Delta\omega(t)dt = \int_0^{2T} \frac{\Delta E(t)}{\hbar} dt$$

où  $\Delta E(t)$  est la différence d'énergie entre les d'ondes atomiques parcourant les deux bras de l'interféromètre. Pour limiter cette sensibilité, nous choisissons de travailler avec les états  $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$  dont les niveaux d'énergie sont insensibles au premier ordre au champ magnétique externe. Il convient néanmoins de tenir compte du terme de second ordre qui s'écrit :  $\frac{\Delta E(t)}{\hbar} = 2\pi K^{(2)} B(t)^2$ . La nécessité de lever la dégénérescence entre les différents sous niveaux magnétiques (cf chapitre 3) impose d'utiliser un champ magnétique constant dans l'expérience. On décompose donc le champ magnétique en un terme de biais constant plus un terme fluctuant :  $B = B_0 + \Delta B$  (nous ne considérons ici que des variations de l'amplitude du champ magnétique le long de la direction du champ de biais défini par le vecteur  $\mathbf{B}_0$ ). L'impulsion  $\pi$  intervertissant les état atomiques internes,  $\frac{\Delta E(t)}{\hbar} = 2\pi K^{(2)} B(t)^2$  entre la première et la seconde impulsion et  $\frac{\Delta E(t)}{\hbar} = -2\pi K^{(2)} B(t)^2$  entre la seconde et la troisième impulsion. Nous obtenons alors :

$$\Delta\Phi_{Bt} = 2\pi K^{(2)} \left( \int_0^T (B_0 + \Delta B)^2(t)dt - \int_T^{2T} (B_0 + \Delta B)^2(t)dt \right)$$

soit au premier ordre en  $\Delta B$  :

$$\Delta\Phi_{Bt} = 4\pi K^{(2)} B_0 \left( \int_0^T \Delta B(t) dt - \int_T^{2T} \Delta B(t) dt \right) \quad (2.15)$$

Grâce à ce résultat, il est également possible d'évaluer le déphasage  $\Delta\Phi_{Bx}$  créée par un gradient spatial de champ magnétique le long de la trajectoire  $Ox$  des atomes.

Dans ce chapitre, nous avons donc brièvement montré comment l'utilisation de transition Raman  $\pi$  et  $\pi/2$  permet de créer un interféromètre à ondes de matière de grande sensibilité. Cet dispositif formé d'une série d'impulsions  $\pi/2, \pi, \pi/2$  séparées d'une même évolution libre permet d'obtenir un interféromètre similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique classique. Le formalisme des matrices  $S$  nous a permis de calculer le déphasage atomique apparaissant en sortie de l'interféromètre. Nous avons alors établi la sensibilité du dispositif aux accélérations et aux rotations. Afin de discriminer entre ces deux effets, nous utilisons une technique de double jets contre-propageants.

Pour assurer une stabilité et une exactitude optimum de ces mesures inertielles, nous utilisons des sources refroidies par laser et une interrogation Raman réalisée en modulant l'intensité d'un seul faisceau d'interrogation. Ce mode de fonctionnement sera détaillé dans le chapitre suivant consacré au dispositif expérimental.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons calculé la sensibilité du dispositif à certains effets parasites (phase laser, champ magnétique, déplacement lumineux). Ces différentes sources de fluctuations seront étudiées expérimentalement dans le chapitre 5 à l'aide d'un formalisme plus général permettant de tenir compte de l'évolution de la phase atomique pendant les impulsions.



# Chapitre 3

## Dispositif expérimentale

Ce chapitre est consacré à la description expérimentale du gyromètre atomique. Dans la section 3.1 nous présenterons tout d'abord le fonctionnement global d'un cycle de fonctionnement depuis la préparation des atomes jusqu'à l'obtention de la probabilité de transition en sortie d'un interféromètre.

Nous verrons ensuite dans la section 3.2 comment il est possible, grâce aux choix techniques réalisés, d'obtenir une sensibilité à l'ensemble des composantes dans l'espace des vecteurs de rotation et d'accélération en modifiant la direction du faisceau d'interrogation Raman par rapport à la trajectoire atomique et la séquence d'interrogation.

Dans la section 3.3.1, nous présentons alors le banc optique et les systèmes d'asservissement permettant de générer les faisceaux lasers d'interrogation ainsi que la façon dont ces faisceaux sont mis en forme pour interagir avec les atomes. Dans le cadre d'une configuration Raman utilisant des faisceaux horizontaux ou verticaux, il est notamment possible d'utiliser l'effet Doppler afin de maintenir les faisceaux Raman parfaitement superposés après mise en forme en les rétro-réfléchissant. Ceci permet de s'affranchir des fluctuations de déplacement lumineux à un photon résultant d'un défaut d'alignement des faisceaux Raman et de limiter les défauts de front d'onde. Néanmoins, ce procédé génère un effet parasite supplémentaire de déplacement lumineux à deux photons présenté dans la section 3.3.2.

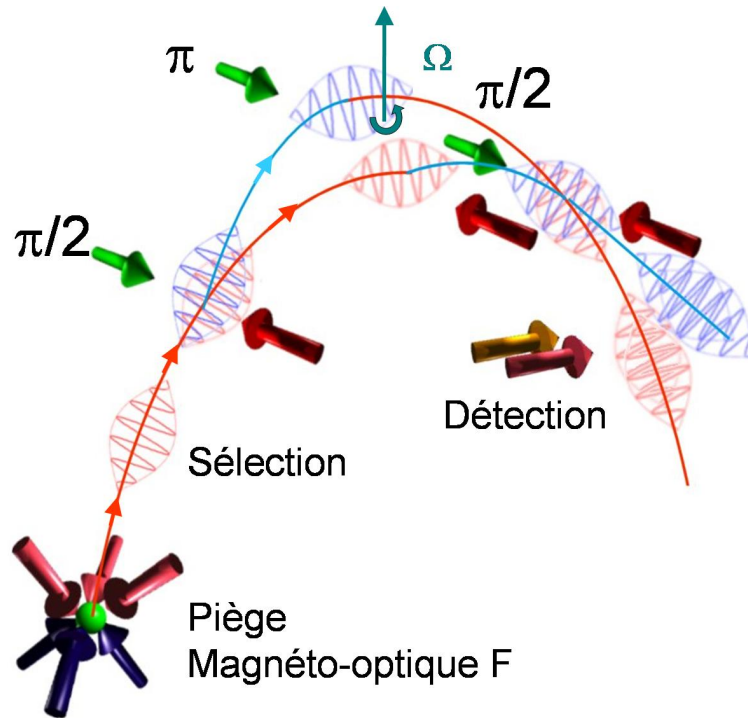
Il est possible en alternant la phase ou la fréquence des faisceaux d'interrogation d'une mesure à l'autre de s'affranchir de certains effets parasites (fluctuation de décalage des interférogrammes, déplacement lumineux à un photon). Différentes séquences expérimentales peuvent alors être envisagées. Nous étudierons section 3.4 comment sont calculés les signaux de rotation et d'accélération dans ces différentes séquences ainsi que l'incidence des effets parasites (bruit de phase, déplacement lumineux à un et à deux photons, gradient de champ magnétique...) sur ces signaux.

### 3.1 Fonctionnement d'un cycle de mesure

#### 3.1.1 Introduction

Le principe d'un cycle de mesure est présenté figure 3.1. Les atomes de Césium sont tout d'abord capturés dans un piège magnéto-optique puis lancés sur une trajectoire parabolique avec une vitesse initiale présentant un angle de  $8^\circ$  avec la verticale. Ils sont alors refroidis dans une mélasse mouvante.

Les atomes sont ensuite préparés dans un état atomique pur  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  par passage dans une cavité micro-onde et un faisceau "pousseur" avant d'entrer dans la zone d'interrogation située au sommet de la trajectoire parabolique. Comme nous l'avons vu section 2.3.4, la séquence d'interrogation est alors réalisée par un unique faisceau Raman couvrant toute la zone d'interaction. La figure 3.1 représente le cas d'une utilisation de faisceaux Raman horizontaux et perpendiculaires



1

FIG. 3.1 – Principe d'un cycle de mesure pour une des deux sources atomique (F). Les atomes sont refroidis dans un piège magnéto-optique puis sont lancés sur une trajectoire parabolique. Au sommet de la trajectoire, une séquence d'impulsions lumineuses (ici dans le cadre d'une séquence d'interrogation à trois impulsions dans la direction horizontale) permet de créer l'interféromètre. La probabilité de transition est ensuite évaluée par fluorescence.

à la trajectoire atomique. Afin de réaliser les différentes impulsions Raman permettant d'obtenir les miroirs et les séparatrices de l'interféromètre, l'intensité de ce faisceau est modulé temporellement. A la sortie de l'interféromètre, la probabilité de transition est mesurée en effectuant une détection par fluorescence sur les états internes de l'atome. Cette probabilité de transition permet alors de calculer un déphasage total lié aux effets inertiels intégrés pendant la durée de l'interféromètre.

L'utilisation de deux sources atomiques contre-propageantes F et V permet alors d'extraire indépendamment les déphasages d'accélération et de rotation à partir des déphasages totaux de ces deux sources obtenus à l'issue de la détection. Dans cette section, nous détaillons chacune de ces étapes.

### 3.1.2 La préparation des atomes

#### Le piège magnéto-optique

Le but de cette expérience étant de mesurer des effets inertiels agissant directement sur les états externes des atomes, la stabilité de leur trajectoire apparaît comme un paramètre critique. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, la vitesse moyenne des atomes intervient directement dans le facteur d'échelle de la rotation.

Afin d'améliorer la stabilité de la mesure, nous utilisons des atomes refroidis dans un piège magnéto-optique [Raab 1987], [Sesko 1987] permettant de leur communiquer une vitesse initiale contrôlée et de réduire la dispersion en vitesse des sources, limitant la perte de contraste d'interférence due à la sélectivité en vitesse des transitions Raman (cf chapitre 2).

Le principe de ce piège Magnéto-optique (MOT) est présenté figure 3.2. Il consiste en trois paires de faisceaux laser de polarisation  $\sigma+$   $\sigma-$  orientées chacune suivant une direction de l'espace et de deux bobines en configuration anti-Helmoltz permettant de créer un gradient de champ magnétique dans la zone de capture des atomes.

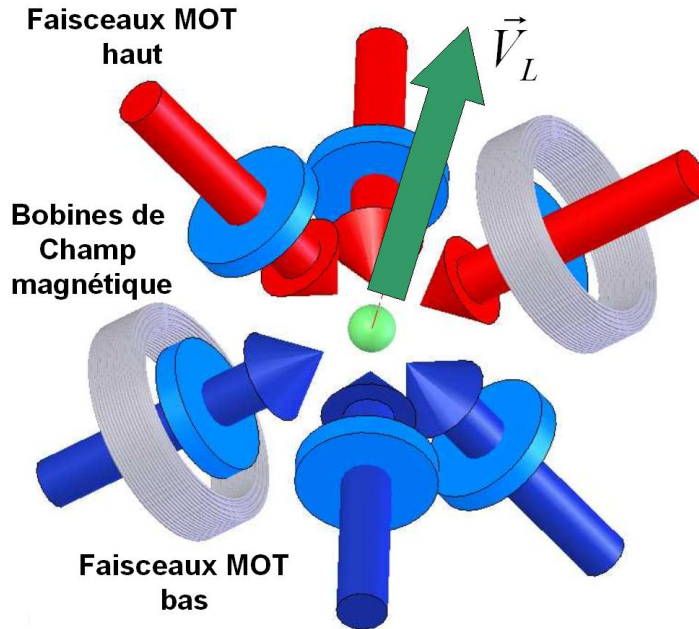


FIG. 3.2 – Principe du piège Magnéto-optique utilisé pour refroidir les atomes. Il est constitué de trois paires de faisceaux en polarisation  $\sigma+$   $\sigma-$  auxquels est superposé un gradient de champ magnétique.

Le refroidissement des atomes est réalisé en utilisant une transition cyclante  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 5\rangle$  de la raie  $D_2$  du Césium permettant d'effectuer de nombreux cycles d'absorption / émission spontanée. De cette interaction résulte une force de friction ralentissant les atomes. Grâce à la superposition d'un gradient de champ magnétique, une force de rappel se superpose permettant de capturer quelques  $10^8$  atomes au niveau du zéro de champ magnétique.

A ces faisceaux dits "refroidisseurs" est superposé des faisceaux dits "repompeurs", accordés sur  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 3\rangle$  permettant d'éviter le pompage des atomes vers l'état  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$ .

La génération de ces faisceaux lasers est réalisée sur un banc optique appelé "banc de refroidissement", ils sont alors divisés par un coupleur de fibre permettant de répartir la puissance sur les deux pièges magnéto-optiques de l'expérience. Afin d'assurer un réglage indépendant des deux sources, le banc de refroidissement génère trois faisceaux différents : l'un permettant de réaliser les faisceaux pièges du bas des deux sources, les deux autres permettant de réaliser indépendamment pour les deux sources les faisceaux pièges du haut. La description détaillée de ce système sera abordée dans le chapitre 4.

### Le lancement des atomes

Le lancement des atomes est réalisé après coupure du champ magnétique en désaccordant symétriquement les faisceaux haut et bas du MOT. Le refroidissement s'effectue alors en mélasse dans un référentiel en mouvement [Clairon 1991]. La vitesse de ce référentiel détermine la vitesse de lancement des atomes. Cette vitesse est proportionnelle à l'écart de fréquence  $\delta f$  entre les faisceaux du



haut et du bas du piège :

$$V_{\text{lancement}} = \sqrt{3}\lambda\delta f$$

Le facteur  $\sqrt{3}$  résulte de la projection de la direction des faisceaux lasers refroidisseurs sur la direction de lancement (configuration (1,1,1) dans le référentiel des faisceaux lasers),  $\lambda$  est la longueur d'onde associée à la raie  $D_2$  des laser refroidisseurs. Pour un décalage de 3,2 MHz, on obtient ainsi une vitesse de 2,4 m.s<sup>-1</sup>. Grâce à cette technique de mélasse mouvante et à l'utilisation d'atomes froids, le module de la vitesse de lancement est donné par la différence de fréquence  $\delta f$ .

La direction de lancement est légèrement inclinée par rapport à la verticale afin d'obtenir une trajectoire parabolique. L'angle d'inclinaison étant de 8°, la vitesse horizontale des atomes dans l'interféromètre est alors :

$$V_0 = 0,33 \text{ m.s}^{-1}$$

### Le refroidissement sub-Doppler

À l'issue du lancement, les atomes sont refroidis au delà de la limite Doppler par un mécanisme de refroidissement par gradient de polarisation [Dalibard 1989], [Drewsen 1994]. Pour que ce processus soit efficace, le désaccord de l'ensemble des faisceaux refroidisseurs est augmenté d'environ  $-15\Gamma$ .

### La sélection micro-onde

À l'issue de la phase précédente, les atomes sont répartis d'une manière homogène dans les différents sous niveaux magnétiques de l'état  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ . Afin de limiter la sensibilité de l'expérience aux fluctuations de champ magnétique, la sélection de l'état quantique pur  $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  (insensible au premier ordre au champ magnétique) est réalisée à l'entrée de l'interféromètre.

Afin de réaliser cette sélection, les atomes traversent une cavité micro-onde résonnante à la fréquence 9,192631770 GHz et permettant d'exciter la transition  $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$  vers  $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$ . Un champ magnétique constant de 30 mG permet de lever la dégénérescence entre les différents sous-niveaux Zeeman. Ainsi, tous les atomes présents dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$  sont transférés dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$ . Un faisceau "pous-seur" accordé sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 5\rangle$  permet alors d'expulser les atomes restant sur le mauvais niveau hyperfin.

### 3.1.3 L'interrogation Raman

L'interféromètre est réalisé au sommet de la trajectoire parabolique des atomes à l'aide d'un seul faisceau laser qui est allumé environ 20  $\mu\text{s}$  afin de réaliser les impulsions Raman. L'impulsion laser  $\pi$  est effectuée à l'apogée des trajectoires atomiques. Les impulsions  $\pi/2$  sont décalées symétriquement d'une durée  $T$  par rapport à l'impulsion  $\pi$ . Compte tenu de la vitesse moyenne des atomes et de la taille du faisceau Raman, le temps d'interaction total  $2T$  a pour valeur maximale 60 ms en configuration horizontale et 80 ms en configuration verticale.

### 3.1.4 La détection

En sortie de l'interféromètre l'état atomique consiste en une superposition cohérente entre l'état fondamental et l'état excité :

$$|\Psi\rangle = a_f|f, \mathbf{p}\rangle + a_e|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$$

avec  $|a_e|^2 = P_{f \rightarrow e}$  et  $|a_f|^2 = 1 - P_{f \rightarrow e}$ . Comme nous l'avons vu section 2.1.2, l'utilisation de transitions Raman permet d'obtenir une bijection entre état interne et état externe de l'atome. Ceci permet d'effectuer en sortie de l'interféromètre une détection sur les états internes plutôt que sur les états externes plus difficile à mettre en oeuvre expérimentalement puisqu'elle nécessite de mesurer la répartition spatiale du nuage ou la distribution en vitesse.

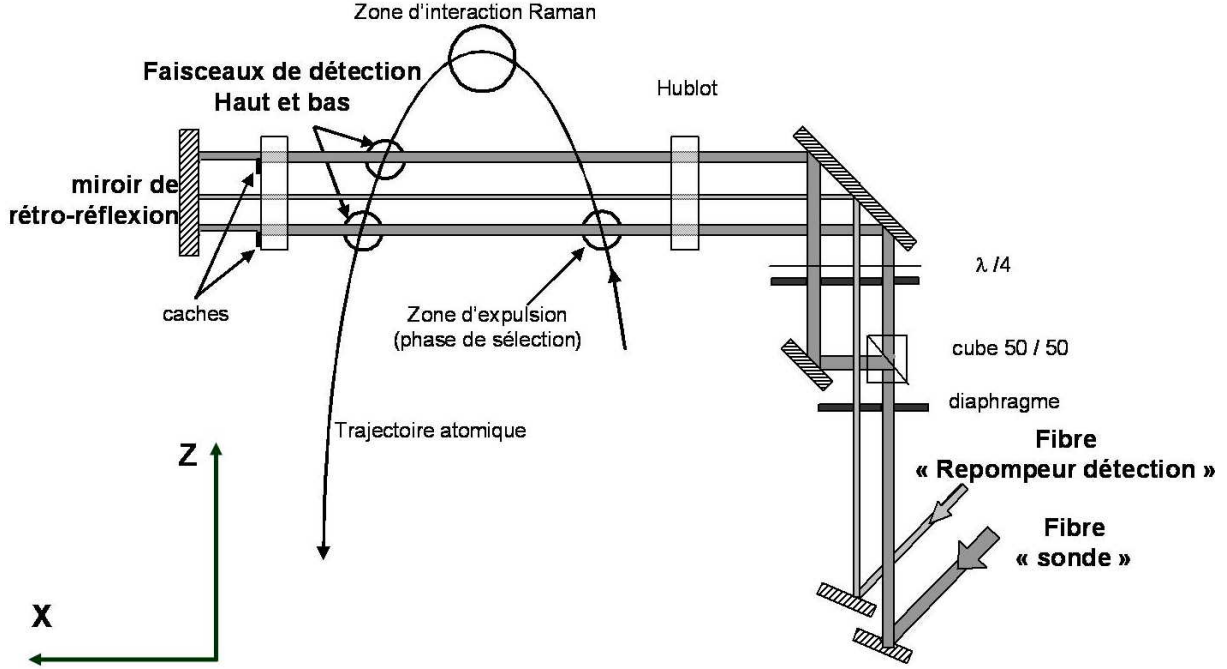


FIG. 3.3 – Les faisceaux de détection sont issus de deux fibres optiques "sonde" et "repompeur" provenant du banc de refroidissement. Le faisceau sonde est divisé en deux parties afin d'obtenir les faisceaux de détection haut et bas. Les nappes de détection et de repompeur sont créées par rétro-réflexion sur un miroir dont certaines parties sont masquées pour générer les faisceaux pousseurs.

Le fonctionnement de la détection est décrit figure 3.3. Ce processus est réalisé en quatre étapes successives :

- Tout d'abord le nuage atomique traverse un faisceau de détection formé d'une onde stationnaire accordé sur la transition cyclante  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 5\rangle$  (faisceau sonde). L'état  $|\Psi\rangle$  est alors projeté dans l'un des deux états  $|f, \mathbf{p}\rangle$  ou  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$ . Des photodiodes mesurent alors la fluorescence des atomes projetés dans l'état  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$  émise perpendiculairement à leur trajectoire. De l'intégration de ce signal est déduit :  $N_1 = \sigma P_{e \rightarrow f} N_{tot}$  où  $\sigma$  est un facteur rendant compte de l'efficacité de la détection et  $N_{tot}$  est le nombre total d'atomes.
- Les atomes détectés sont alors expulsés par passage dans un faisceau pousseur formé d'une onde laser progressive accordée sur la même transition.
- L'ensemble des atomes projetés dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  sont alors repompés vers l'état excité par passage dans une onde laser stationnaire accordée sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 3\rangle$  (faisceau "repompeur").
- Ces atomes sont alors détectés en faisant passer le nuage dans un second faisceau sonde. Ceci permet d'obtenir un signal  $N_2 = \sigma(1 - P_{e \rightarrow f}) N_{tot}$ .

La probabilité de transition est alors déduit par :

$$P_{e \rightarrow f} = N_1 / (N_1 + N_2) \quad (3.1)$$

ce qui permet de s'affranchir des fluctuations du nombre total d'atomes.

### 3.1.5 Obtention du déphasage

La probabilité de transition ainsi obtenue est reliée au déphasage accumulé dans les deux bras de l'interféromètre  $\Delta\Phi$  par une formule d'interférence à deux ondes.

$$P_{e \rightarrow f} = a + c \cos \Delta\Phi \quad (3.2)$$

où  $a$  et  $2c$  sont respectivement le décalage et le contraste des franges d'interférences. Il est possible en utilisant la sensibilité de  $\Delta\Phi$  à la phase laser de mesurer ces franges d'interférences.

Pour cela, on introduit un saut de phase laser  $\delta\varphi l$  pendant la phase d'interrogation entre deux impulsions Raman. En incrémentant la valeur de  $\delta\varphi l$  d'un coup sur l'autre, il est possible de faire défiler les franges d'interférence et d'en déduire les valeurs de  $a$  et  $c$ .

De même, en introduisant un saut de phase laser  $\delta\varphi l$  fixe d'un coup sur l'autre, l'interféromètre peut fonctionner en permanence à flanc de frange où la sensibilité du dispositif est la meilleure. Grâce à ce procédé, la formule précédente peut être linéarisée et le déphasage en sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi = (P - a) / c$$

Les déphasages ainsi calculés pour les deux sources F et V  $\Delta\Phi_F$  et  $\Delta\Phi_V$  sont alors utilisés pour calculer les déphasages inertiels  $\Delta\Phi_{Rot}$  et  $\Delta\Phi_{Acc}$ . Ce processus dépend de la configuration expérimentale choisie et sera détaillé section 3.4.

## 3.2 Mesures inertiels multi-axes

Dans cette section, nous montrons que grâce à l'utilisation d'atomes froids lancée sur une trajectoire parabolique très incurvée et au choix d'une interrogation Raman mono-faisceau temporelle, il est possible de mesurer l'ensemble des projections dans l'espace des vecteurs accélération et rotation en modifiant l'orientation des faisceaux Raman et la séquence temporelle choisie.

En utilisant une séquence d'interrogation à trois impulsions  $\pi/2, \pi, \pi/2$  il est ainsi possible de réaliser trois configurations différentes obtenues en plaçant le faisceau Raman le long des différentes directions de l'espace. Ces trois configurations, visibles figures 3.4(a), 3.4(b), 3.4(c), permettent de mesurer les 5 composantes inertiels  $a_x, a_y, a_z, \Omega_z$  et  $\Omega_y$ . L'utilisation d'une séquence d'interrogation à quatre impulsions  $\pi/2, \pi, \pi, \pi/2$  utilisant des faisceaux Raman horizontaux représenté figure 3.4(d), permet alors d'accéder au dernier axe inertiel  $\Omega_x$ .

### 3.2.1 Séquence d'interrogation à trois impulsions.

#### Faisceaux Raman horizontaux et perpendiculaires aux trajectoires atomiques

En plaçant les faisceaux Raman horizontaux et perpendiculairement à la trajectoire atomique (axe Oy figure 3.4(a)), nous réalisons un interféromètre dont l'aire orientée possède une projection horizontale (sur le plan Oxy) mais aussi verticale (sur le plan Oyz) à cause de la trajectoire incurvée des atomes.

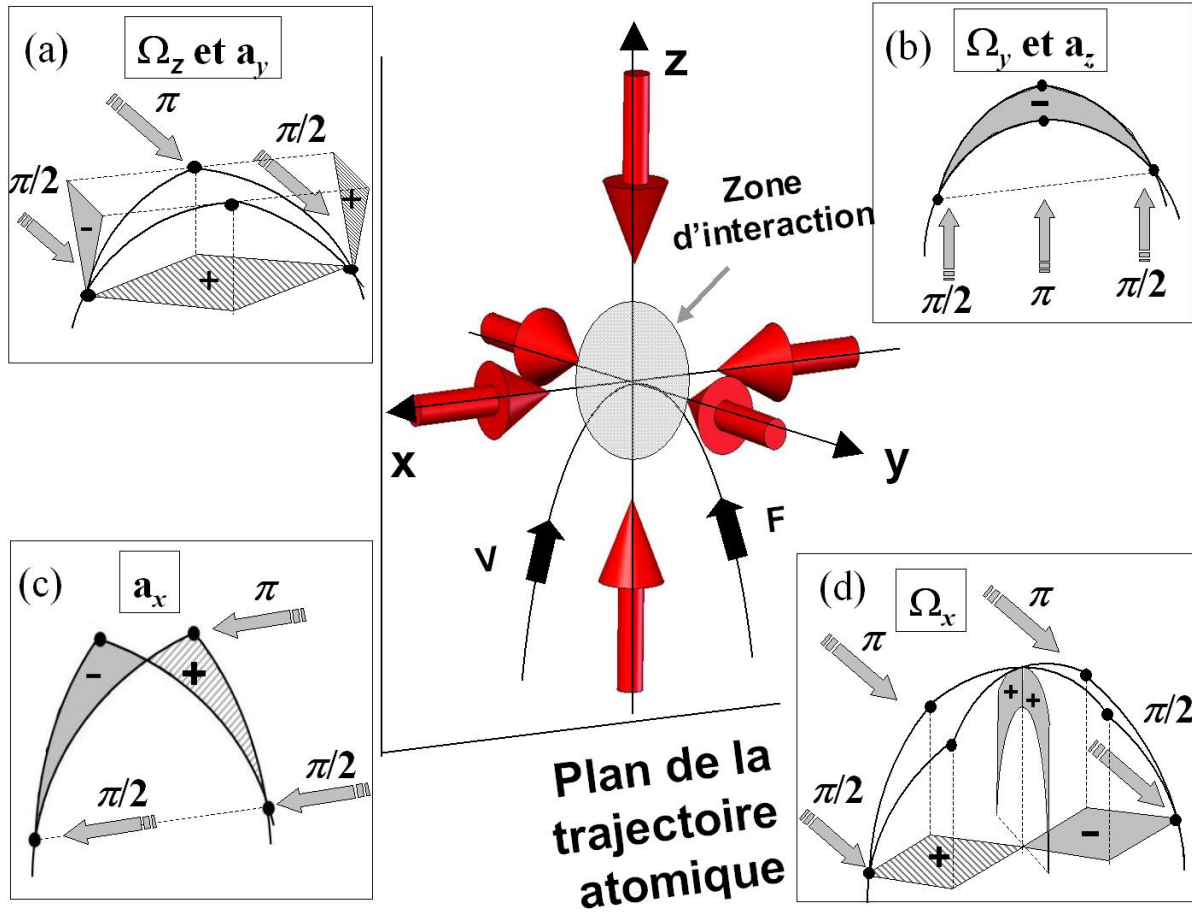


FIG. 3.4 – Les quatre configurations (a)-(d) donnent accès à l'ensemble des composantes des vecteurs rotation et accélération. En utilisant une séquence interférométrique de type Ramsey-Bordé à trois impulsions, nous obtenons selon la direction du faisceau Raman un interféromètre dans le plan horizontal (a) ou vertical (b),(c). Avec une séquence d'interrogation à quatre impulsions horizontales, il est possible d'avoir accès aux rotations  $\Omega_x$ .

La vitesse verticale des atomes changeant de signe à l'apogée de la trajectoire atomique, les projections sur le plan Oyz de l'aire orientée de l'interféromètre avant et après l'apogée sont de signes opposés. Il en résulte que cette configuration est sensible uniquement aux **rotations verticales**  $\Omega_z$  à condition que l'impulsion  $\pi$  soit réalisée au sommet de la trajectoire des atomes. Cette configuration est également sensible aux accélérations  $a_y$ . Les déphasages liés aux rotations et aux accélérations mesurées en sortie de l'interféromètre sont alors :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{rot} &= -2k_y\Omega_zV_{0x}T^2 \\ \Delta\Phi_{acc} &= k_ya_yT^2\end{aligned}$$

### Faisceaux Raman verticaux

Dans la configuration utilisant des faisceaux Raman verticaux (figure 3.4(b)), il apparaît une aire orientée contenue dans le plan de la trajectoire atomique. Ce dispositif possède donc une sensibilité aux rotations horizontales  $\Omega_z$ . Afin d'obtenir une sensibilité équivalente pour les deux sources atomiques, le plan de leurs trajectoires doivent être ici confondues. Cette configuration est également sensible aux accélérations verticales  $a_z$  ce qui permet d'effectuer des mesures de gravimétrie. Les déphasages s'expriment ici :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{rot} &= 2k_z\Omega_z V_{0x}T^2 \\ \Delta\Phi_{acc} &= k_z a_z T^2 = k_z g T^2\end{aligned}$$

### Faisceaux Raman de long de la trajectoire atomique

Il est également possible de placer les faisceaux le long de la trajectoire atomique (axe Ox figure 3.4(c)). Il apparaît alors une aire interférométrique résultant du produit vectoriel entre la vitesse verticale et le vecteur d'onde des transitions Raman dont le signe change à l'apogée de la trajectoire. Cette configuration est donc insensible aux rotations mais elle permet de mesurer les accélérations le long de Ox :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{rot} &= 0 \\ \Delta\Phi_{acc} &= k_x a_z T^2\end{aligned}$$

Un des intérêts majeurs de cette configuration est qu'après calculs des déphasages inertiels par la demi-somme et la demi-différence des déphasages mesurés en sortie de l'interféromètre, la contribution de la phase laser ne figure pas ici sur le signal équivalent d'accélération. Comme nous le verrons par la suite dans le chapitre 5, le terme de bruit de phase laser est une des principales limitations du rapport signal sur bruit des mesures interférométriques, il est donc potentiellement possible de réaliser ici un accéléromètre de sensibilité optimale.

Cette configuration ne sera pas étudiée expérimentalement dans le cadre de ce manuscrit ; elle participe néanmoins à démontrer la versatilité de la géométrie choisie.

### 3.2.2 Séquence d'interrogation à quatre impulsions.

Il est possible d'accéder au dernier axe inertiel  $\Omega_x$  en utilisant une séquence temporelle d'impulsions  $\pi/2, \pi, \pi, \pi/2$  séparées d'évolutions libres de durées  $T/2$ - $T/2$ . Ce procédé, proposé pour la mesure du gradient de gravité dans un gravimètre atomique [Clauser 1988], [Gustavson 2000-2] est ici adapté pour la mesure de rotations en utilisant des faisceaux Raman placés perpendiculairement à  $g$  [Dubetsky 2006].

Dans cette configuration représentée figure 3.4(d), les deux bras de l'interféromètre se croisent entre les deux impulsions  $\pi$ . Cet interféromètre est donc virtuellement similaire à deux demi-interféromètres de Ramsey-Bordé placés tête-bêche. Les projections des aires orientées de ces deux interféromètres sur le plan horizontal ont donc des signes opposés, il en résulte donc une aire orientée totale nulle dans

le plan horizontal. Cet interféromètre est donc, contrairement à la configuration 3.4(a), insensible aux rotations  $\Omega_z$  bien qu'il utilise des faisceaux placés dans la même direction. Pour les mêmes raisons, cette géométrie lui confère également une sensibilité nulle aux accélérations le long de la direction des faisceaux Raman.

Néanmoins, grâce au changement de signe de la vitesse verticale sous l'effet de la gravité, cette méthode permet d'obtenir une projection de l'aire orientée dans le plan  $O_{yz}$  de même signe avant et après l'apogée de la trajectoire atomique. L'aire orientée totale est donc non nulle dans le plan vertical ( $Oyz$ ) et l'interféromètre est alors uniquement sensible aux rotations  $\Omega_x$ .

Le déphasage en sortie de l'interféromètre s'obtient en se ramenant au calcul du déphasage de deux interféromètres à trois impulsions tête-bêche calculé chapitre 1, on obtient [Canuel 2006] :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{acc} &= 0 \\ \Delta\Phi_{rot} &= \frac{1}{2}k_y a_z \Omega_x T^3 \approx \frac{1}{2}k_y g \Omega_x T^3\end{aligned}$$

La sensibilité à la rotation apparaît ici à travers un terme croisé avec l'accélération verticale  $a_z$  et non avec la vitesse moyenne des atomes, ce qui rend cette configuration très favorable à une bonne stabilité du facteur d'échelle dans le cas d'une utilisation sur site fixe ( $a_z = g$ ). Cette configuration a été étudiée expérimentalement dans [Canuel 2006], [Yver Leduc 2004] et ne sera pas abordée dans le cadre de ce manuscrit.

### 3.3 Réalisation des séparatrices Raman

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, afin de réaliser les transitions Raman stimulées entre les états fondamentaux choisis, nous devons disposer de deux faisceaux lasers accordés sur la raie  $D_2$  du Césium : l'un sur la raie  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}\rangle$  et l'autre sur la raie  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}\rangle$ . La différence de phase de ces faisceaux étant utilisée comme référence pour effectuer les mesures inertielles, il est crucial de la contrôler très précisément par un système d'asservissement de phase. La section 3.3.1 présente le banc optique permettant de générer les lasers Raman ainsi que leur système d'asservissement. Nous verrons alors dans la section 3.3.2 comment ces faisceaux sont mis en forme pour interagir avec les atomes. Dans les configurations horizontale et verticale, il est ainsi possible de mettre en forme les deux faisceaux Raman avec le même système optique et de les rétro-réfléchir avec un miroir pour obtenir des faisceaux contre-propageants. Ce procédé permet de s'affranchir des fluctuations de déplacement lumineux à un photon résultant d'un défaut d'alignement des faisceaux Raman et de limiter les défauts de front d'onde. La présence de deux paires de faisceaux Raman dans la zone d'interaction a néanmoins l'inconvénient de générer un effet parasite supplémentaire appelé déplacement lumineux à deux photons détaillé section 3.3.2. Pour finir, nous présenterons le montage expérimental des deux configurations utilisant des faisceaux Raman horizontaux et verticaux sur l'enceinte à vide.

#### 3.3.1 Génération des lasers Raman

##### Banc optique Raman.

Le banc Raman visible figure 3.5 est basé sur l'utilisation de deux lasers maîtres accordés au voisinage des transitions  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}\rangle$  (L3) et  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}\rangle$  (L4). Ces

deux diodes injectent deux diodes esclaves 150 et 200 mW afin d'obtenir deux faisceaux laser de puissance suffisante pour réaliser les impulsions Raman. L'augmentation de la pulsation de Rabi effective  $\Omega_{eff}$  permet en effet de réduire la durée des impulsions d'interrogation et donc de diminuer la sélectivité en vitesse des transitions.

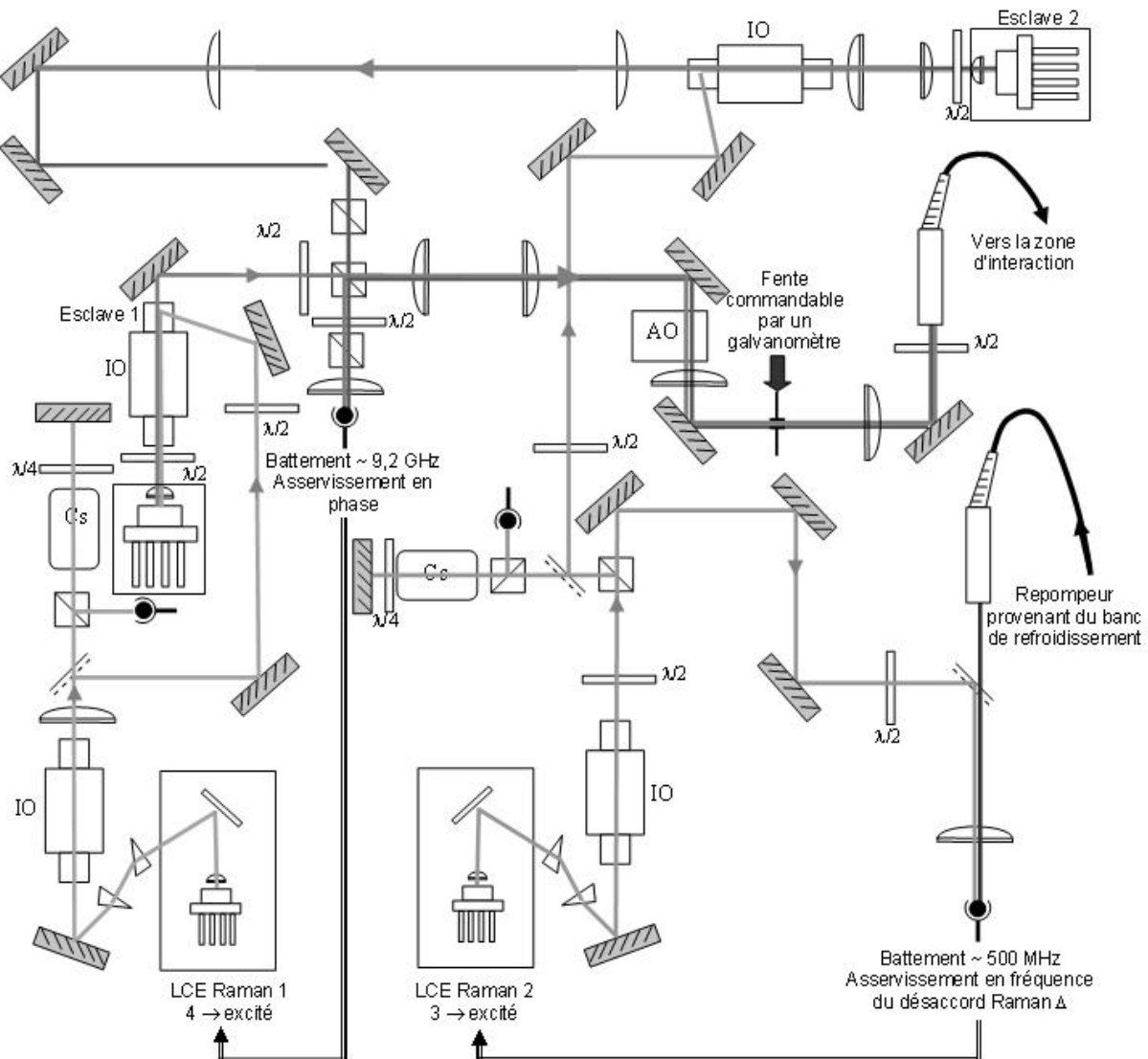


FIG. 3.5 – *Banc laser Raman. Les deux LCE maîtres L3 et L4 injectent deux esclaves dont le battement sert à asservir la phase de L4. La fréquence de L3 est asservi par battement en utilisant un faisceau de référence amené par fibre optique du banc de refroidissement. Les faisceaux issus des deux lasers esclaves sont sommés en polarisations orthogonales avant d'être injectés sur les deux axes propres d'une fibre à maintien de polarisation*

Une partie de la puissance du laser L3 est prélevée pour réaliser son asservissement par battement avec un laser accordé sur la même transition provenant du banc de refroidissement, utilisé comme référence. Cet asservissement permet d'obtenir un faisceau maître désaccordé de 540 MHz par rapport au barycentre de la transition Raman. A cette valeur de désaccord, correspondant à un compromis entre perte par émission spontanée et sélection en vitesse, le rapport de puissance des deux faisceaux Raman choisi pour annuler le déplacement lumineux est de 2. Cette différence de puissance justifie l'utilisation d'une diode esclave plus puissante pour générer le laser Raman  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers

excité.

Après passage dans des isolateurs optiques, les faisceaux issus des deux diodes esclaves sont combinés en polarisations croisées au niveau d'un cube séparateur de polarisation. Une partie de la somme de ces faisceaux est envoyée sur un photoconducteur rapide à 9.2 GHz (modèle Hamamatsu G4176) servant à réaliser l'asservissement de phase du laser L4 par rapport à L3. Ce procédé permet de s'affranchir du bruit généré lors de l'injection des deux lasers esclaves.

La puissance restante est diffractée par un modulateur acousto-optique servant à générer les impulsions Raman. Le temps de réponse très rapide de ce dispositif permet d'obtenir des temps de montée d'une centaine de nano secondes pour les impulsions. Un interrupteur mécanique (scanner optique-galvanomètre Cambridge technologie modèle 6210), présentant de temps de réponse plus long de quelques dizaines de micro seconde, est placé à la suite afin d'augmenter le taux d'extinction obtenue avec le modulateur acousto-optique. Après une étape de mise en forme par un système de télescope, les deux faisceaux Raman sont alors amenés au niveau de l'enceinte à vide en utilisant les deux axes propres d'une fibre optique monomode à maintien de polarisation. Lors de la propagation de deux faisceaux sur des chemins optiques différents, des déphasages peuvent apparaître dûs à des fluctuations d'aire ou à des vibrations des éléments optiques. L'utilisation d'une fibre optique commune permet d'assurer la propagation des deux faisceaux selon un mode identique et de limiter ainsi les déphasages parasites accumulés lors de la propagation. Dans notre cas, les déphasages entre les faisceaux en sortie de fibre ne sont pas totalement nuls, car les deux faisceaux de polarisations orthogonales utilisent chacun l'un des deux axes propres de la fibre dont les indices associés sont légèrement différents.

### Asservissement de phase des faisceaux Raman

Afin de réaliser l'asservissement de la différence de phase des faisceaux Raman, Le signal de battement des deux lasers (approximativement 9,2 GHz) est tout d'abord comparé à une référence de fréquence à environ 9,4 GHz par un mélangeur hyperfréquence. Le signal de battement ainsi obtenu est alors divisé par deux, puis comparé à un signal de référence à 100 MHz afin d'obtenir le signal d'erreur de l'asservissement. Dans cette configuration à deux étages, nous ne générons pas de signal micro-onde à résonance avec la transition atomique et pouvant perturber l'expérience par rayonnement.

Cette seconde comparaison est réalisée avec un comparateur phase/fréquence (modèle ON semiconductor MCH 12140) qui permet d'obtenir une plage de capture en phase bien plus grande que les dispositifs purement analogiques. Ce dispositif permet également de compenser les dérives de fréquence long terme pouvant faire décrocher l'asservissement.

Le signal d'erreur ainsi obtenu est alors intégré plusieurs fois afin de générer des corrections applicables au courant d'alimentation et à la cale piézo-électrique du laser maître L4. Grâce à ce système d'asservissement, la différence de phase est asservie sur la référence de fréquence avec une bande passante de l'ordre de 2,5 MHz.

Il est possible de caractériser le bruit de phase ainsi obtenu avec cet asservissement en effectuant le battement des faisceaux en sortie de la fibre optique Raman, et en le comparant avec la même référence de fréquence à environ 9,4 GHz. Le bruit de phase affectant les mesures inertielles s'obtient alors par la somme quadratique de ce bruit avec celui de la chaîne de fréquence, ces deux quantités étant au préalable pondérées par la fonction de sensibilité à la phase de l'interféromètre. Cette étude sera détaillée dans le chapitre 5. On remarque néanmoins que la qualité de ce signal de référence est primordiale afin de ne pas dégrader le rapport signal à bruit de l'expérience.

Le principe de la synthèse de fréquence est visible figure 3.6. Un signal de référence à 100 MHz provenant d'un oscillateur cryogénique asservi sur le signal d'un Maser est utilisé comme référence



pour asservir sur le long terme le signal d'un oscillateur local. Ce signal provient d'un oscillateur à quartz (modèle Wenzel ULN 501-04623 Rev E) utilisé pour son faible bruit blanc de phase à haute fréquence. Ce signal est ensuite envoyé sur une diode SRD (Step Recovery Diode) permettant de générer un peigne de fréquences correspondant aux harmoniques du signal d'entrée. Un filtre centré sur 9,4 GHz permet la sélection de la 94<sup>ème</sup> harmonique.

Le signal de référence est alors généré par un oscillateur à résonance diélectrique (ORD) asservi sur ce signal à 9,4 GHz (bande d'asservissement de 250 kHz). Ce procédé permet d'atteindre un bruit de phase très faible et de filtrer les harmoniques résiduelles du signal à 9.4 GHz. Il permet également de minimiser les fluctuations de puissance du signal. Le signal d'erreur est décalé de  $f_{DDS}$  dans le domaine radio-fréquence par multiplication avec un signal provenant d'un synthétiseur de fréquence digital (DDS modèle Stanford DS345) asservi sur le signal de référence à 100 MHz. Ce procédé permet donc d'atteindre une fréquence de référence à  $9,4 \text{ GHz} - f_{DDS}$ . L'ajustement de  $f_{DDS}$  permet de modifier le désaccord de la transition Raman. Ainsi, en prenant par exemple  $f_{DDS} = 7\,368\,230 \text{ Hz}$ , il est possible de synthétiser un signal de fréquence 9,392631770 GHz, décalé de 200 MHz par rapport à la fréquence nécessaire à la réalisation de transitions co-propageantes (cf section 3.3.2).

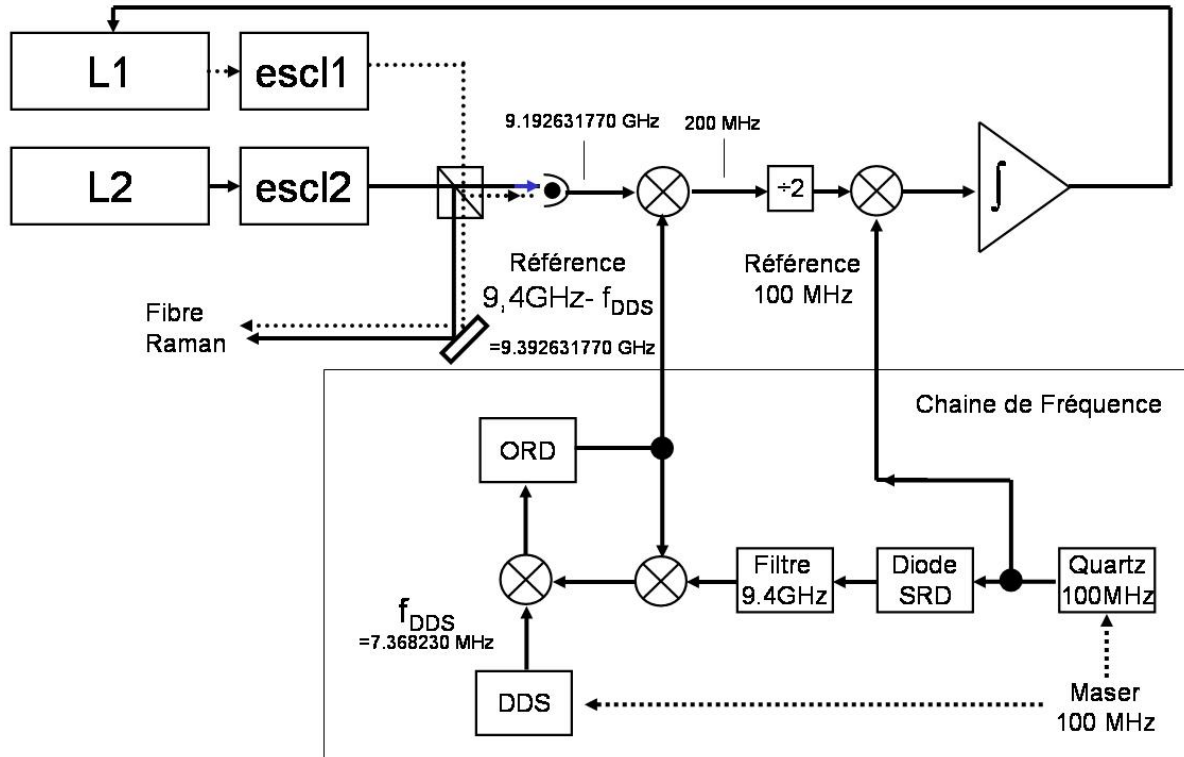


FIG. 3.6 – Principe de l'asservissement de phase des faisceaux Raman. Le battement entre les deux lasers Raman est comparé à deux signaux de référence à  $9,4 - f_{DDS}$  GHz et 100 MHz délivrés par une chaîne de fréquence. La valeur de la fréquence  $f_{DDS}$  conditionne la valeur du désaccord Raman et donc le type de transition Raman accessible (la valeur choisie ici correspond à une transition co-propageante). Le signal d'erreur ainsi obtenu est utilisé pour appliquer des corrections sur le courant et la tension de la cale piézo-électrique du laser L1.

### 3.3.2 Configuration Raman

La manière la plus évidente de générer les deux faisceaux d'interrogation Raman contre-propageants consiste à séparer les deux faisceaux en sortie de fibre à l'aide d'un cube séparateur de polarisation et de les mettre en forme indépendamment par la suite en utilisant pour chacun un système optique séparé. Cette méthode représentée figure 3.7(a) présente de nombreux inconvénients que nous détaillons par la suite.

Tout d'abord, l'utilisation d'optiques de mise en forme différentes crée des distorsions relatives de front d'onde entre les faisceaux d'interrogation et génère ainsi un biais sur la mesure. Comme nous l'avons vu précédemment cet effet peut limiter la stabilité sur le long terme s'il est couplé aux fluctuations de trajectoires atomiques.

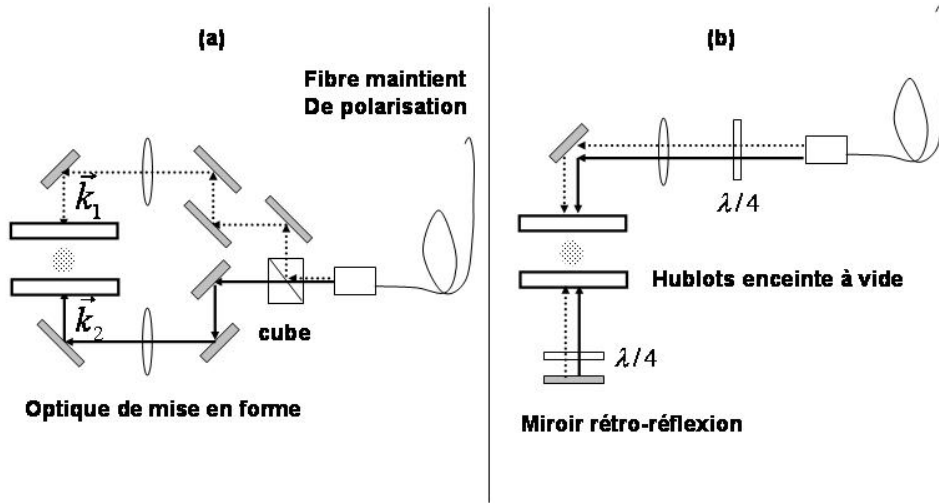


FIG. 3.7 – Dans la configuration (a) les faisceaux 1 et 2 sont séparés puis mis en forme indépendamment avant d'être amenés dans un sens opposé au niveau de la zone d'interrogation. Dans la configuration rétro-réfléchie (b) les faisceaux sont mis en forme ensemble, l'obtention de faisceaux contre-propageant est obtenue par rétro-réflexion sur un miroir. Dans cette configuration, un jeu de lames quart d'onde permet de sélectionner une polarisation conforme à la réalisation de transitions Raman.

Un autre inconvénient de cette méthode est la difficulté qu'il existe à assurer la stabilité de la superposition des faisceaux au niveau de la zone d'interrogation. Dans le cas où les faisceaux 1 et 2 sont déplacés latéralement d'une distance  $\Delta x$  au niveau de la zone d'interrogation, les profils gaussiens des deux faisceaux ne sont plus superposés comme on le constate sur la figure 3.8 et il en résulte un rapport d'intensité différent entre la première et la dernière impulsion Raman. Les différences de rapport d'intensité sont alors linéaires au premier ordre avec le déplacement des faisceaux et de signes opposés entre ces deux impulsions. Cet effet induit un déphasage en sortie de l'interféromètre dû au déplacement lumineux calculable grâce à l'équation 2.15 (avec  $d\alpha_1 = -d\alpha_3$ ) [Holleville 2001]. Nous trouvons ainsi que pour maintenir ce déphasage en dessous de 1 mrad il est nécessaire de contrôler l'écart à la superposition  $\Delta x$  des deux faisceaux à mieux que  $6 \mu m$  (pour un faisceau de taille 1,5 cm et un temps d'interaction de 80 ms). Cet effet est donc très contraignant sur le contrôle de la superposition des faisceaux afin de ne pas limiter la stabilité long terme de l'expérience. Dans le cas où le déplacement  $\Delta x$  provient d'une fluctuation de l'angle entre les faisceaux Raman, il en résulte en plus une fluctuation du vecteur d'onde effectif  $k_{eff}$  et donc une fluctuation du facteur d'échelle.

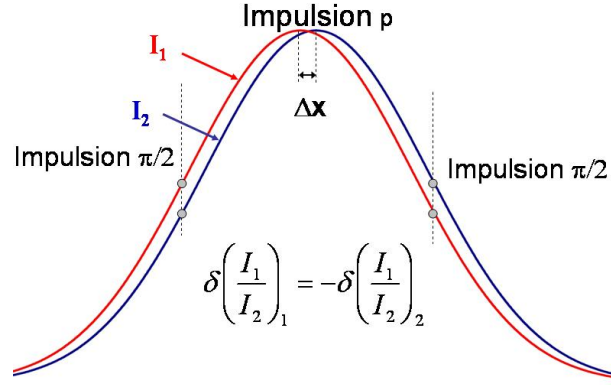


FIG. 3.8 – Si les deux faisceaux Raman sont décalés d’une distance  $\Delta x$ , les rapports d’intensités sont différents au moment de la première et de la dernière impulsion Raman. Cet effet crée un déphasage en sortie de l’interféromètre dû au déplacement lumineux.

Un autre problème rencontré avec cette méthode de mise en forme est l’utilisation de chemins optiques différents qui génère un bruit de phase parasite dû à la propagation. Cet effet a un impact sur la stabilité court terme du dispositif. Il est possible en réalisant un asservissement supplémentaire de contrôler la valeur moyenne de ce déphasage. Néanmoins il importe pour notre expérience de contrôler la phase sur l’ensemble du profil transverse des deux faisceaux d’interrogation. Nous avons montré que ceci n’est pas possible du fait des fluctuations d’air présentes à l’échelle de la taille transverse des lasers Raman [Canuel 2003]. Cette méthode n’est donc pas favorable à une stabilité court et long terme optimale pour les mesures de déphasage interférométrique.

Pour résoudre ce problème, il est possible d’utiliser une configuration où les faisceaux sont mis en forme par le même système optique, traversent ensemble la zone d’interaction puis sont rétro-réfléchis sur un miroir afin de les rendre contre-propageants [Brevet 1]. Cette situation représentée figure 3.7 (b), permet d’assurer la superposition des deux faisceaux d’interrogation. Elle permet également d’avoir une meilleure stabilité du facteur d’échelle puisque qu’au premier ordre, seule la direction de la normale au miroir de rétro-réflexion intervient. Enfin, cette méthode permet de limiter le plus possible le nombre d’optiques différentes vues par les deux faisceaux contre-propageant ce qui minimise les déphasages dus aux aberrations relatives entre les faisceaux Raman [Fils 2005].

L’inconvénient de cette configuration est qu’il existe dans la zone d’interaction quatre faisceaux différents permettant différentes transition co-propageantes et contre-propageantes. Nous étudierons dans un premier temps comment l’ajustement de la polarisation des faisceaux 1 et 2 permet de sélectionner uniquement des transitions co ou contre-propageantes.

### Sélection de transitions co ou contre-propageantes

Un champ magnétique de biais présent dans la zone d’interaction Raman permet de lever la dégénérescence des différents sous niveaux Zeeman. Ainsi, en choisissant correctement la différence de fréquence entre les faisceaux Raman, il est possible de coupler uniquement les états  $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ .

De plus, la conservation du moment cinétique lors de transitions dipolaire électrique à un photon entre ces deux niveaux et les différents niveaux relais de la transition Raman  $|6P_{3/2}, F, m_F\rangle$  ( $F=2..5, -F < m_F < F$ ) impose des règles de sélection. Ainsi, seules les transitions  $\Delta F = 0, \pm 1$  et  $\Delta m_F = 0, \pm 1$  sont autorisées à l’exception de la transition  $\Delta F = 0$  et  $\Delta m_F = 0$ . Cette dernière règle interdit l’utilisation de faisceaux Raman en polarisation  $\pi$ . Les seules polarisations autorisées pour les faisceaux 1

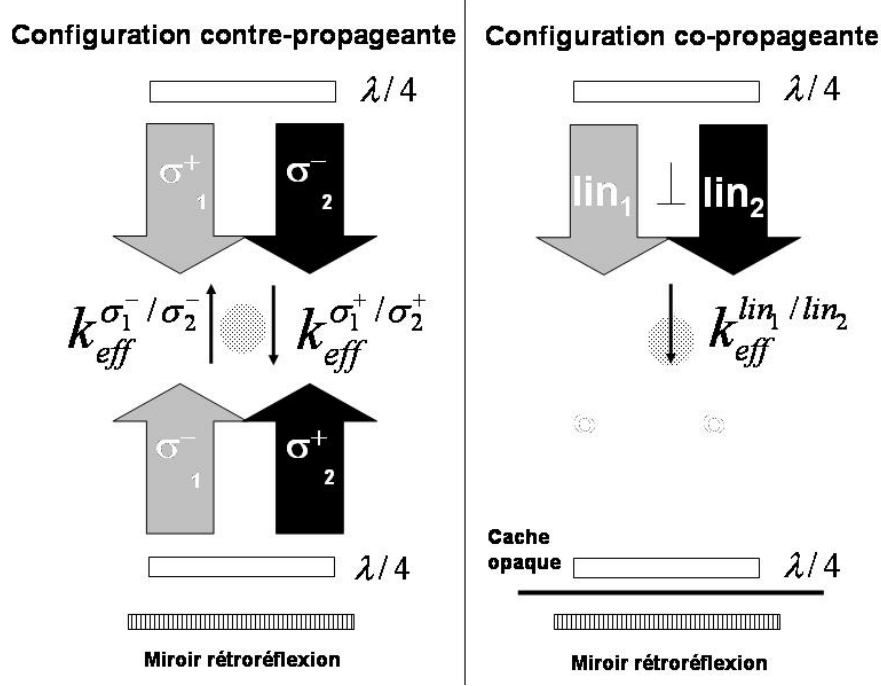


FIG. 3.9 – Dans la configuration contre-propageante, les polarisations  $lin_1 \perp lin_2$  en sortie de fibre sont transformées en  $\sigma_1^+/\sigma_2^-$ . La polarisation des faisceaux rétro-réfléchis est alors transformée en  $\sigma_1^-/\sigma_2^+$ . La transition Raman peut s'effectuer avec  $k_{eff}^{\sigma_1^-/\sigma_2^+}$  ou  $k_{eff}^{\sigma_1^+/\sigma_2^-}$ . En configuration co-propageante, la polarisation en sortie de fibre n'est pas modifiée et le miroir de rétro-réflexion masqué.

et 2 sont alors  $\sigma_1^+/\sigma_2^+$  ou  $\sigma_1^-/\sigma_2^-$ . Il est également possible d'utiliser une combinaison de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  pour chaque faisceau. Ainsi, en choisissant une configuration  $lin_1 \perp lin_2$  on induit à la fois des transitions  $\sigma_1^+/\sigma_2^+$  et  $\sigma_1^-/\sigma_2^-$  dont les amplitudes s'additionnent constructivement.

Pour obtenir une configuration contre-propageante, les polarisations des deux faisceaux en sortie de fibre Raman  $lin_1 \perp lin_2$  sont transformées en  $\sigma_1^+/\sigma_2^-$  à l'aide d'une lame quart d'onde. Ce procédé représenté 3.9 interdit donc la réalisation de transition copropageantes. Afin d'obtenir des faisceaux contre-propageants 1 et 2 de même polarisation, on place une seconde lame quart d'onde devant le miroir de rétro-réflexion permettant de transformer les faisceaux  $\sigma_1^+/\sigma_2^-$  en  $\sigma_1^-/\sigma_2^+$ . On peut alors réaliser, des transitions contre-propageantes  $\sigma_1^-/\sigma_2^-$  ou  $\sigma_1^+/\sigma_2^+$ . A chacune de ces transitions sont associées un vecteur d'onde effectif  $k_{eff}^{\sigma_1^-/\sigma_2^-} = k_{eff}^-$  et  $k_{eff}^{\sigma_1^+/\sigma_2^+} = k_{eff}^+$  de sens opposés.

Ce dispositif expérimental permet un passage rapide dans une configuration co-propageante représenté également figure 3.9. En orientant les axes neutres de la première lame quart d'onde le long des axes propres de la fibre optique, on obtient deux faisceaux en polarisation  $lin_1 \perp lin_2$  dans la zone d'interaction. La mise en place d'un cache sur le miroir de rétro-réflexion permet alors d'interdire toute transition contre-propageante.

### Choix d'un unique vecteur d'onde effectif en configuration contre-propageante

Afin de réaliser la transition Raman contre-propageante avec une paire de faisceau unique, nous utilisons l'effet Doppler associé à la vitesse moyenne des atomes le long de leur trajectoire. Comme nous l'avons vu précédemment, la condition de résonance de la transition Raman s'écrit :

$$\delta = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_{\mu o} + \delta r + \delta d) = 0$$

ou  $\delta r = \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2M}$  et  $\delta d = \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v}$  sont les termes de désaccord dus au recul et à l'effet Doppler. Ce dernier dépendant du signe de  $k_{\text{eff}}$ , il est possible d'introduire des fréquences de résonance différentes pour les deux vecteurs d'onde effectifs de signes opposés  $k_{\text{eff}}^-$  et  $k_{\text{eff}}^+$ . Ce processus se réalise expérimentalement de manière différente dans les configurations horizontale et verticale.

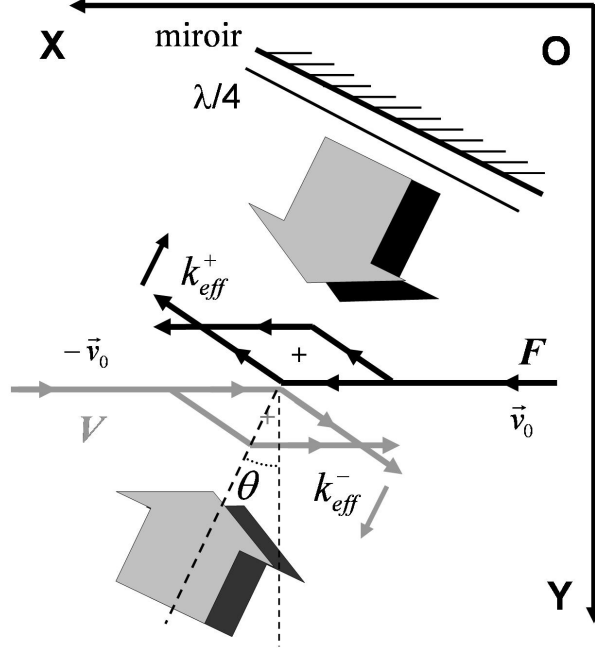


FIG. 3.10 – En configuration horizontale, les faisceaux Raman sont inclinés de  $6^\circ$  par rapport à la trajectoire atomique afin d'introduire un effet Doppler permettant de sélectionner une unique paire de faisceaux Raman pour chaque source atomique. Les deux sources ayant une vitesse le long du faisceau Raman de signe opposé, lorsque le désaccord est choisi pour être résonnant avec  $k_{\text{eff}}^+$  pour la source B, la source A est résonnante avec  $k_{\text{eff}}^-$ .

En configuration horizontale, si les faisceaux Raman sont perpendiculaires à la trajectoire moyenne des atomes, le terme de désaccord Doppler est nul. Il est néanmoins possible de dissymétriser le rôle de  $k_{\text{eff}}^-$  et  $k_{\text{eff}}^+$  en inclinant le faisceau Raman d'un angle  $\theta$  par rapport à la trajectoire atomique (figure 3.10). Pour chaque nuage atomique, les désaccords Doppler correspondants à la sélection de  $k_{\text{eff}}^+$  ou  $k_{\text{eff}}^-$  sont alors opposés. Nous utiliserons par la suite les notations suivantes :

$$\delta d_f^+ = -\delta d_f^- = \delta d$$

et

$$\delta d_v^+ = -\delta d_v^- = -\delta d$$

Avec  $\delta d$  la valeur absolue du désaccord Doppler :

$$\delta d = k_{\text{eff}} v_0 \cos(\alpha)$$

En choisissant la différence de fréquence  $(\omega_1 - \omega_2) - \omega_{\mu o} = \delta r + \delta d_{v,f}^\pm$ , il est possible pour chaque nuage atomique de sélectionner une transition utilisant  $k_{\text{eff}}^+$  ou  $k_{\text{eff}}^-$ . De plus, les deux nuages atomiques F et V se propagent avec des vitesses identiques mais de signes opposés, il vient :

$$\delta d_f^+ = \delta d_v^-$$

et

$$\delta d_f^- = \delta d_v^+$$

Ainsi lorsque la différence de fréquence est choisie pour être résonnante avec  $k_{eff}^+$  pour un nuage, l'autre nuage est résonnant avec  $k_{eff}^-$  et réciproquement. Avec une vitesse de  $v_0 = 0,33 \text{ m.s}^{-1}$  et un angle de  $\alpha \approx 6^\circ$  on trouve  $\delta d = 81 \text{ kHz}$ . Les deux différences de fréquences possibles sont alors  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\mu o} + 89 \text{ kHz}$  ou  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\mu o} - 73 \text{ kHz}$  en tenant compte de l'effet de recul.

Il est possible de distinguer ces deux transitions en mesurant la probabilité de transition d'une impulsion d'interrogation  $\pi$  obtenue en balayant le désaccord Raman  $\omega_{\mu o} - \omega_1 - \omega_2$ . La figure 3.11 montre le résultat de cette expérience réalisée à l'apogée de la trajectoire de la source vanille. Les deux résonances sont clairement visibles. Elles ne sont pas symétriques par rapport à la fréquence correspondant à une transition co-propageante (choisie ici comme origine des fréquences) du fait de l'effet du recul. Nous observons que l'effet Doppler obtenu en inclinant le faisceau d'un angle de  $6^\circ$  est suffisant pour séparer suffisamment les deux transitions. Ceci est obtenu grâce à l'utilisation d'atomes froids permettant de limiter la largeur de chaque transition qui est liée à la distribution de vitesse des sources.

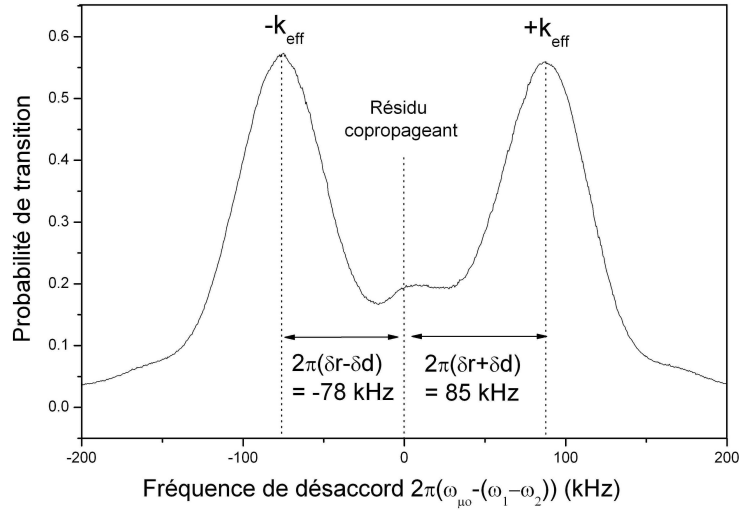


FIG. 3.11 – Probabilité de transition en fonction du désaccord d'une impulsion  $\pi$  réalisée à l'apogée de la source vanille. L'origine des fréquences est choisie à la fréquence correspondant à la réalisation d'une transition co-propageante (dont un léger résidu est visible). Les deux transitions correspondant aux sélections des paires de faisceaux Raman conduisant à un transfert de  $k_{eff}^+$  et  $k_{eff}^-$  sont clairement visibles.

Dans la configuration verticale, la projection de la vitesse des atomes est naturellement non nulle le long des faisceaux Raman, il est donc possible d'utiliser le même procédé pour sélectionner  $k_{eff}^-$  ou  $k_{eff}^+$  sans avoir à incliner le faisceau d'interrogation. La principale différence avec la configuration horizontale est que le désaccord Doppler à utiliser est déterminé par la valeur de la vitesse verticale des atomes. Sous l'effet de la gravité, cette valeur varie linéairement en fonction du temps, obligeant à modifier la différence de fréquence entre les deux faisceaux Raman au moment de trois impulsions. L'inconvénient de cette configuration est qu'à l'apogée des trajectoires atomiques atteinte au temps  $T_a$ , les vitesses verticales des deux sources sont nulles empêchant ainsi de discriminer  $k_{eff}^-$  ou  $k_{eff}^+$  à l'instant de la seconde impulsion Raman.

Afin de résoudre ce problème, il est possible d'augmenter la vitesse de lancement verticale d'une valeur  $\Delta v$  égale sur chaque source atomique. Ce procédé, visible figure 3.12 décale les trajectoires des nuages dans le plan  $Oxz$  mais n'a pas d'incidence sur leur superposition dans le plan perpendiculaire aux faisceaux Raman verticaux. Grâce à cette méthode, la vitesse verticale devient non nulle à l'instant  $T_a$ . Il est ainsi possible d'utiliser dans cette configuration la même séquence temporelle qu'en configuration horizontale tout en ayant un effet Doppler non nul pour chaque impulsion Raman et égal à :

$$\begin{aligned}\delta d_{F,V}^{\pm} &= \pm k_{eff}(\Delta v - gT) && \text{impulsion 1} \\ &= \pm k_{eff}\Delta v && \text{impulsion 2} \\ &= \pm k_{eff}(\Delta v + gT) && \text{impulsion 3}\end{aligned}$$

Dans cette configuration, le signe de la vitesse des atomes le long des faisceaux d'interrogation est le même pour les deux sources atomiques, il en résulte que la paire de faisceaux sélectionnée est la même pour les sources F et V.

Le choix de la différence de vitesse  $\Delta v$  est déterminé par la valeur minimale pour que l'effet Doppler décale suffisamment les transitions associées à  $k_{eff}^-$  et  $k_{eff}^+$ . Nous utilisons ainsi une valeur  $\Delta v$  permettant une distance entre ces transitions de  $2\delta d_{A,B}^{\pm} = 2k_{eff}g\Delta t \approx 58$  kHz.

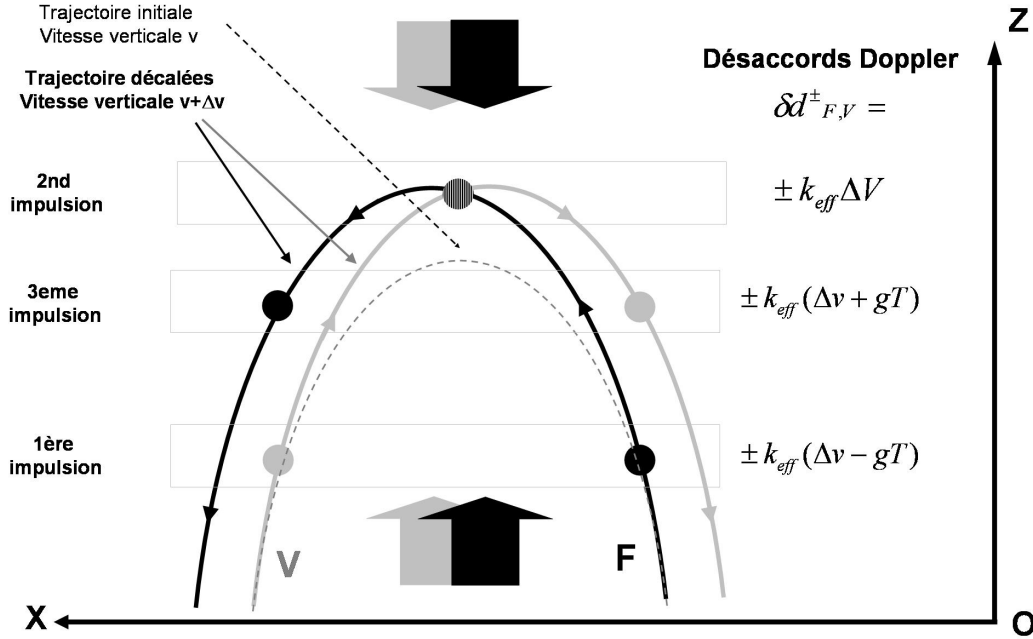


FIG. 3.12 – Position des sources atomiques F et V au moment des trois impulsions Raman en configuration verticale. La discrimination des fréquences de transitions associées à la sélection de  $k_{eff}^-$  ou  $k_{eff}^+$  impose d'augmenter la vitesse verticale des deux sources d'une même valeur  $\Delta v$ . La séquence temporelle utilisée est alors la même qu'en configuration horizontale. Le signe de la vitesse des sources F et V étant identique au moment des trois impulsions, la paire de faisceau correspondant à  $k_{eff}^-$  et  $k_{eff}^+$  sélectionnée par le choix de  $\delta d_{F,V}^{\pm}$  est la même pour les sources F et V.

### Déplacement lumineux à deux photons.

L'inconvénient de cette configuration rétro-réfléchi est que bien qu'il soit possible d'effectuer la transition avec une unique paire de faisceau comme nous venons de le voir, l'autre paire est présente dans la zone d'interaction et celle-ci peut induire un déplacement lumineux du fait que son désaccord a une valeur finie ( $2\delta d$ ). Pour chaque nuage atomique, il existe en fait deux conditions de résonance  $\delta_{v,f}^{\pm}$  associées chacune à la transition Raman utilisant  $k_{eff}^{-}$  et  $k_{eff}^{+}$  :

$$\delta_{v,f}^{\pm} = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_{\mu o} + \delta r + \delta d_{v,f}^{\pm}) = 0$$

Si la condition de résonance est vérifiée pour  $k_{eff}^{+}$  pour la source V :

$$\delta_v^{+} = 0$$

les faisceaux lasers sont alors désaccordés par rapport à la transition utilisant  $k_{eff}^{-}$  pour le même nuage de :

$$\delta_v^{-} = 2\delta d$$

Cette situation est représentée figure 3.13.

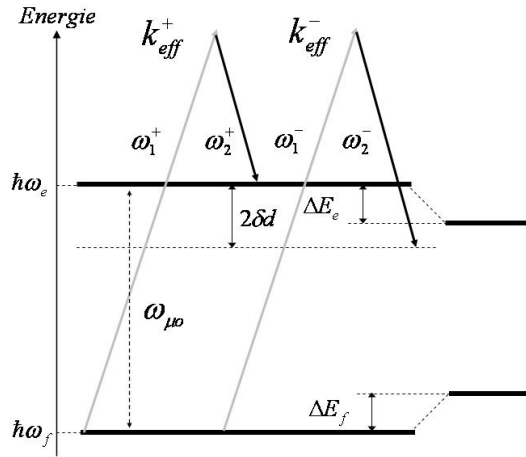


FIG. 3.13 – Lorsque la condition de résonance pour la paire de faisceaux Raman correspondant à  $k_{eff}^{+}$  est vérifiée, il existe un désaccord  $2\delta d$  pour la transition à deux photons utilisant  $k_{eff}^{-}$ .

La transition utilisant  $k_{eff}^{-}$  introduit alors un déplacement d'énergie du niveau fondamental et excité calculé section 2.1.1 :

$$\Delta E_f = -\Delta E_e = \frac{\hbar\Omega_{eff}^2}{4\delta_v^{-}}$$

Ce déplacement lumineux provenant d'une transition Raman, il sera appelé par la suite **déplacement lumineux à deux photons**. Le déplacement lumineux différentiel en résultant s'écrit alors :

$$\delta^{AC2} = \frac{1}{\hbar}(\Delta E_e - \Delta E_f) = -\frac{\Omega_{eff}^2}{2\delta_v^{-}} = -\frac{\Omega_{eff}^2}{4\delta d} \quad (3.3)$$



Ce terme de déplacement lumineux modifie la condition de résonance de la transition Raman pour le nuage V utilisant  $k_{eff}^+$  :

$$\delta_v^+ = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_{\mu o} + \delta r + \delta d_v^+) = \delta^{AC2}$$

Nous noterons par la suite  $\Gamma_v^+$  l'écart de pulsation à la résonance micro-onde pour la transition utilisant  $k_{eff}^+$  sur V :

$$\Gamma_v^+ = (\omega_1 - \omega_2)_r - \omega_{\mu o}$$

$\Gamma_v^+$  vaut alors :

$$\Gamma_v^+ = \delta r + \delta d - \frac{\Omega_{eff}^2}{4\delta d} \quad (3.4)$$

De même, pour être à résonance pour  $k_{eff}^-$  sur le nuage V, le désaccord introduit par la présence de la transition correspondant à  $k_{eff}^+$  induit un déplacement de signe opposé (si  $\delta_v^- = 0$ ,  $\delta_v^+ = -2\delta d$ ) qui vaut donc :

$$\Gamma_v^- = \delta r - \delta d + \frac{\Omega_{eff}^2}{4\delta d} \quad (3.5)$$

Contrairement au déplacement lumineux à un photon évoqué précédemment qui déplace d'une même valeur  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$ , le déplacement lumineux à deux photons décale ces deux transitions de façon **antisymétrique**.

### Influence d'une fluctuation de déplacement lumineux à deux photons sur le déphasage en sortie de l'interféromètre.

Si la puissance des faisceaux Raman fluctue, la pulsation de Rabi effective  $\Omega_{eff}^2$  au moment des trois impulsions Raman change également et un déphasage  $\Delta\Phi_{LS2}$  est créé en sortie de l'interféromètre sous l'influence du déplacement lumineux à deux photons.

Si la condition de résonance est vérifiée pour  $k_{eff}^+$  sur le nuage V, on a :

$$(\omega_1 - \omega_2)_r - \omega_{\mu o} - \delta r - \delta d + \frac{\Omega_{eff}^2}{4\delta d} = 0$$

Si nous considérons le développement au premier ordre par rapport aux fluctuations de pulsation de Rabi  $\Delta\Omega_{eff}$ , il apparaît une variation du désaccord noté  $\delta(\delta^{AC2})$  qui vaut :

$$\delta(\delta^{AC2}) = -\frac{\Delta\Omega_{eff}\Omega_{eff}}{2\delta d}$$

L'effet d'une fluctuation de déplacement lumineux à deux photons se traduit donc par une modification du désaccord de la transition Raman. Le calcul du déphasage en sortie de l'interféromètre est donc similaire à celui créé par une fluctuation de déplacement lumineux à un photon effectué section 2.3.5 et vaut :

$$\Delta\Phi_{LS2} = \frac{\delta(\delta^{AC2})(3)}{\Omega_{eff0}} - \frac{\delta(\delta^{AC2})(1)}{\Omega_{eff0}} \quad (3.6)$$

où  $\delta(\delta^{AC^2})(1)$  et  $\delta(\delta^{AC^2})(3)$  sont respectivement les désaccords Raman induit par le déplacement lumineux à deux photons au moment de la première et de la dernière impulsion.

Pour la source vanille à résonance pour  $k_{eff}^+$ , nous obtenons :

$$\Delta\Phi_{LS2} = - \left( \frac{\Delta\Omega_{eff}(3)}{2\delta d} - \frac{\Delta\Omega_{eff}(1)}{2\delta d} \right)$$

Le déphasage parasite en sortie de l'interféromètre peut également provenir de l'utilisation d'une pulsation de Rabi effective différente au moment de la première et de la dernière impulsion due au profil d'intensité gaussien du faisceau Raman. En effet, la non symétrie de la trajectoire des atomes par rapport au centre des faisceaux Raman peut créer des valeurs de  $\Omega_{eff}(1)$  et  $\Omega_{eff}(3)$  différentes. La figure 3.14 décrit cette situation. La pulsation de Rabi effective est différente aux positions  $(x_1^A, z_1^A)$  et  $(x_3^A, z_3^A)$  du nuage atomique à l'instant de la première et de la dernière impulsion Raman. Le déphasage en sortie de l'interféromètre est calculable d'une manière similaire à l'équation 3.6. Pour la source vanille à résonance pour  $k_{eff}^+$  :

$$\Delta\Phi_{LS2x} = - \left( \frac{\Delta\Omega_{eff}(x_3^A, z_3^A)}{2\delta d} - \frac{\Delta\Omega_{eff}(x_1^A, z_1^A)}{2\delta d} \right)$$

Cet effet est alors vu comme un biais sur la mesure.

De la même manière que pour les défauts de front d'onde, cet effet peut aussi dégrader le rapport signal sur bruit s'il est couplé aux fluctuations de trajectoires des atomes. La figure 3.14 représente ainsi deux trajectoires A et B possibles de la même source. Les déphasages associés  $\Delta\Phi_{LS2x,A,B}$  sont différents.

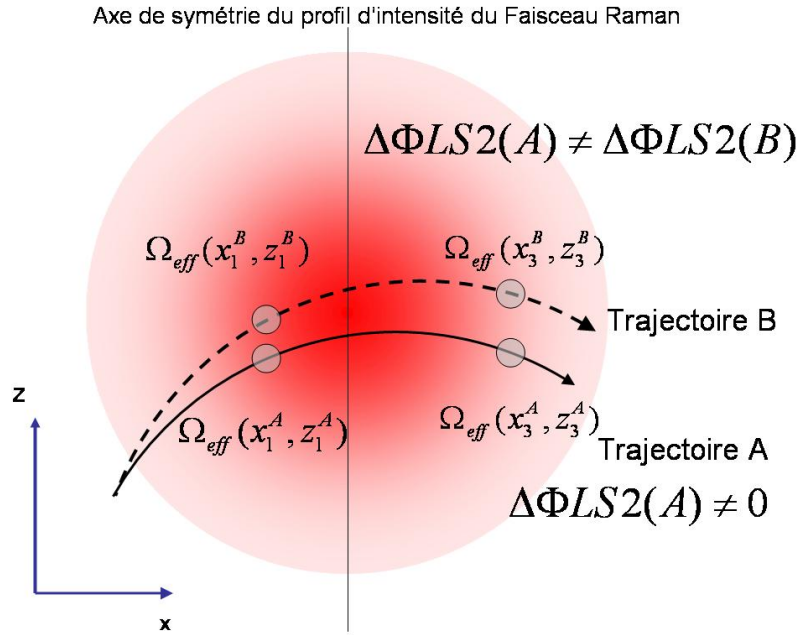


FIG. 3.14 – Lorsque l'apogée de la trajectoire atomique A n'est pas centrée sur l'axe de symétrie des faisceaux Raman, il apparaît un déphasage  $\Delta\Phi_{LS2x}(A)$  non nul. Une fluctuation de trajectoire entraîne un déphasage différent :  $\Delta\Phi_{LS2x}(A) \neq \Delta\Phi_{LS2x}(B)$ .

### 3.3.3 Montage expérimental dans les deux configurations horizontale et verticale.

L'enceinte à vide de l'expérience est représentée figure 3.15 avec les accès optiques nécessaires aux deux configurations Raman. Les mises en forme des faisceaux d'interrogation dans les configuration horizontale et verticale sont représentées figure 3.16 et 3.17.

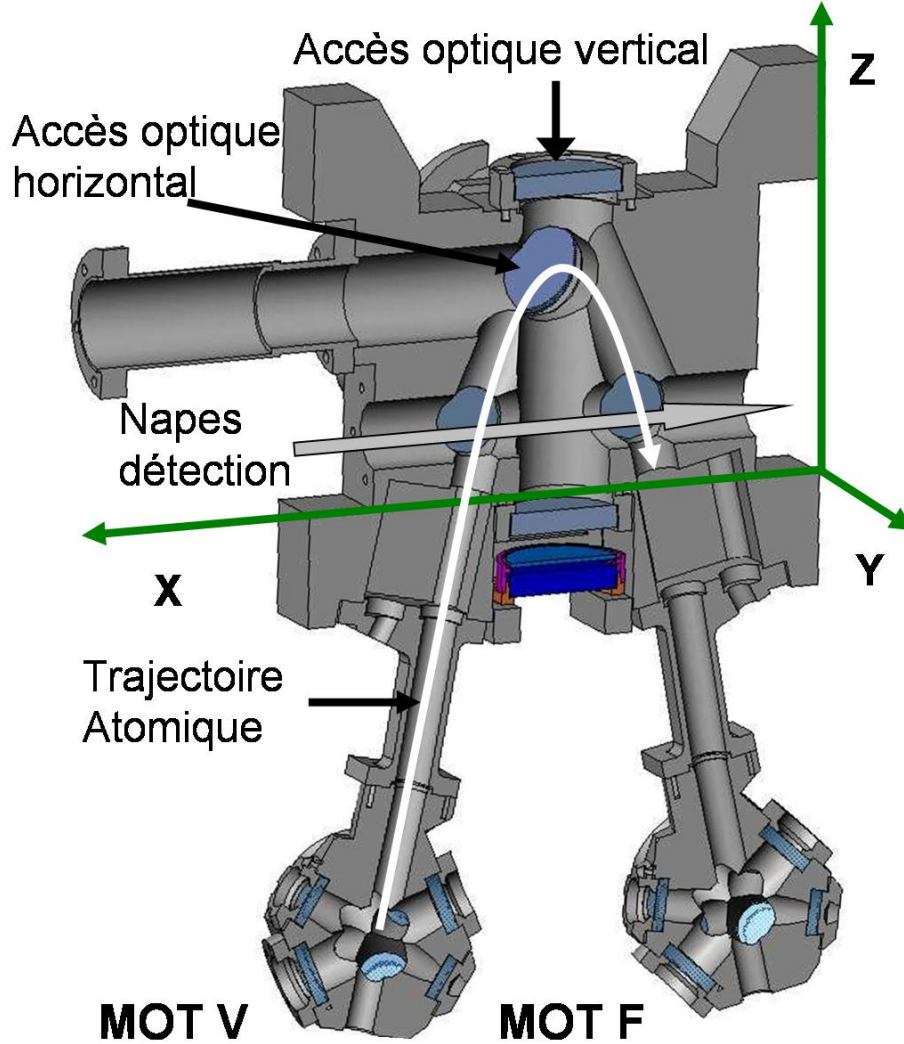


FIG. 3.15 – Enceinte à vide de l'expérience. Deux accès optiques différents permettent la réalisation des configurations horizontale et verticale.

Dans la configuration horizontale, les faisceaux Raman traversent tout d'abord une lame  $\lambda/4$  dont l'orientation réglable permet d'obtenir au choix des polarisations  $lin_1 \perp lin_2$  ou  $\sigma_1^+ / \sigma_2^-$ . Les faisceaux sont alors collimatés par un achromat de focale 170 mm permettant d'optimiser le contraste d'interférence atomique pour un temps d'interaction de 60 ms. La dimension des hublots permet normalement d'utiliser un temps d'interaction maximal de  $2T = 80$  ms. L'inclinaison de  $6^\circ$  des faisceaux Raman en configuration horizontale limite dans ce cas cette valeur à  $2T = 60$  ms. L'ensemble de ce dispositif est placé sur une platine de translation deux axes permettant de déplacer le centre du faisceau dans le plan des trajectoires atomiques et ainsi d'optimiser expérimentalement la valeur du contraste.

Le faisceau ainsi mis en forme est rétro-réfléchi sur un miroir réglé pour renvoyer le faisceau

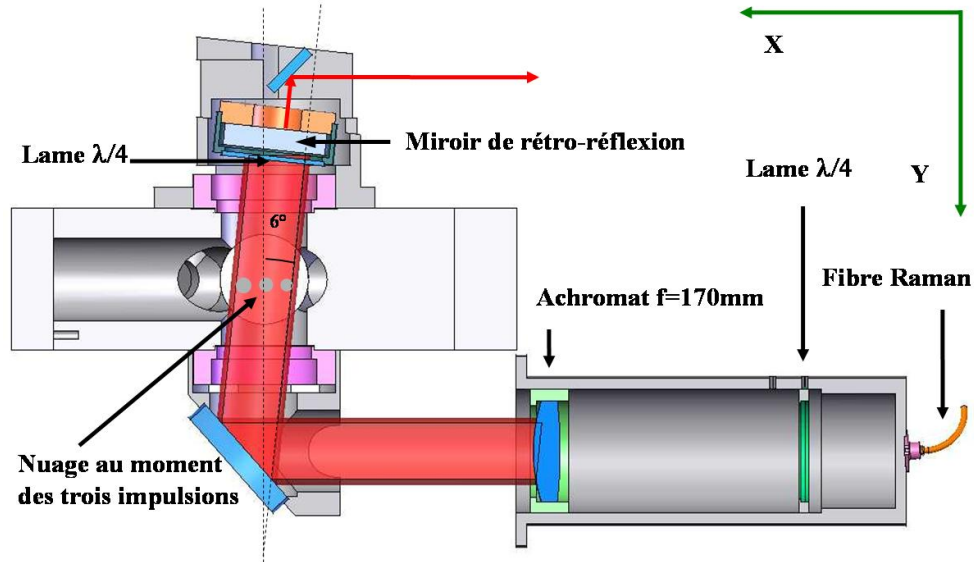


FIG. 3.16 – Mise en forme des faisceaux Raman en configuration horizontale.

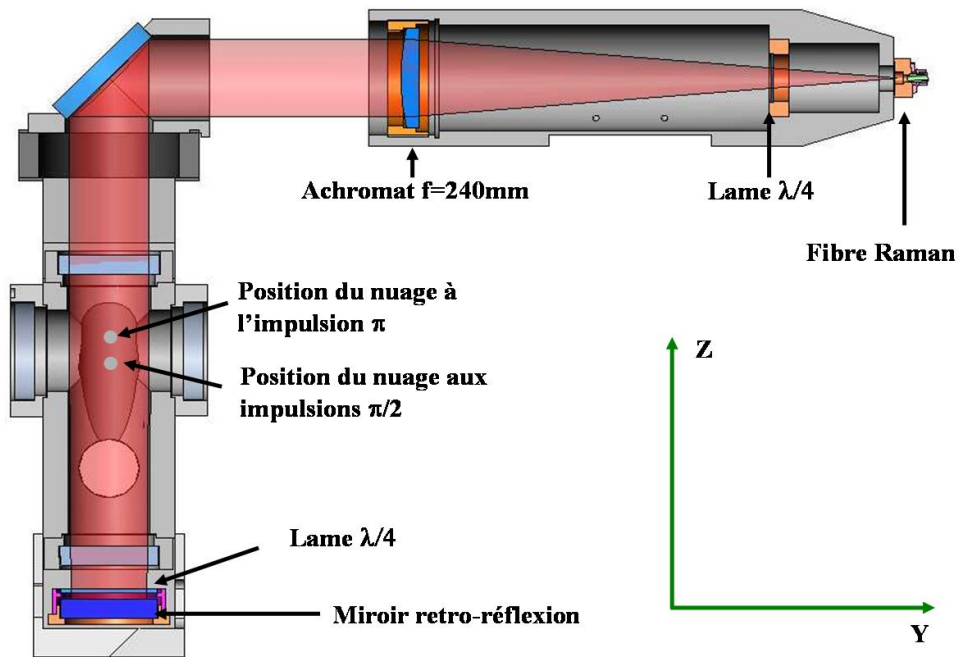


FIG. 3.17 – Mise en forme des faisceaux Raman en configuration verticale.

incident dans la fibre optique Raman. Une seconde lame  $\lambda/4$  permet de transformer les polarisations  $\sigma_1^+/\sigma_2^-$  en  $\sigma_1^-/\sigma_2^+$  dans la configuration contre-propageante. La qualité optique de l'ensemble des composants, paramètre crucial afin de limiter les déphasages dus aux défauts de front d'onde [Fils 2005], est au minimum de  $\lambda/16$  RMS.

Le montage de la configuration verticale visible sur la figure 3.17 est identique mis à part la valeur de la focale de l'achromat de 240 mm permettant d'optimiser le contraste pour un temps d'interaction de 80 ms. L'utilisation d'un faisceau non incliné par rapport à l'enceinte à vide permet d'atteindre

dans cette configuration un temps total d'interaction plus grand.

### 3.4 Différentes séquences expérimentales

#### 3.4.1 Expression des déphasages dans les configurations horizontale et verticale

Comme nous l'avons vu section 3.1.5 la probabilité en sortie de l'interféromètre V ou F s'écrit :

$$P_V = a_V + c_V \cos(\Delta\Phi_V)$$

$$P_F = a_F + c_F \cos(\Delta\Phi_F)$$

Les déphasages  $\Delta\Phi_V$  et  $\Delta\Phi_F$  s'expriment en fonction des déphasages inertiels d'accélération et de rotation  $\Delta\Phi_a$  et  $\Delta\Phi_r$  et en fonction des différents déphasages parasites dus à la phase laser  $\Delta\Phi_l$ , aux champs magnétiques  $\Delta\Phi_b$ , aux défauts de front d'onde  $\Delta\Phi_{ab}$  ainsi qu'aux termes de déplacement lumineux à un et à deux photons  $\Delta\Phi_{LS1}$  et  $\Delta\Phi_{LS2}$ . Les deux sources atomiques n'interagissant pas avec les mêmes vecteurs d'onde effectif  $k_{eff}$  dans les configurations Raman utilisant des faisceaux horizontaux ou verticaux, l'expression exacte de  $\Delta\Phi_V$  et  $\Delta\Phi_F$  dépend de la configuration choisie. Nous étudions donc dans cette section comment s'expriment ces différents termes de déphasage lorsqu'on passe de la source V à F dans les deux configurations Raman.

##### Les déphasages inertiels

Ces déphasages calculés chapitre 2 s'expriment par :  $\Delta\Phi = (\mathbf{k}\mathbf{a})T^2$  et  $\Delta\Phi = -2\mathbf{k}(\mathbf{v}_0 \times \boldsymbol{\Omega})T^2$ . Les deux sources atomiques étant contre-propageantes, le signe de la vitesse  $\mathbf{v}$  change lorsqu'on passe de F à V. Dans la configuration verticale, on a donc :

$$\Delta\Phi_{a_V} = \Delta\Phi_{a_F}$$

$$\Delta\Phi_{r_V} = -\Delta\Phi_{r_F}$$

Par contre, en configuration horizontale les deux nuages interagissent avec des vecteurs d'onde opposés, ce qui implique :

$$\Delta\Phi_{a_V} = -\Delta\Phi_{a_F}$$

$$\Delta\Phi_{r_V} = \Delta\Phi_{r_F}$$

##### Les déphasages lasers

Les déphasages dus à une fluctuation temporelle de la phase laser s'expriment par :

$$\Delta\Phi_l = \Phi_l(t_1) - 2\Phi_l(t_2) + \Phi_l(t_3)$$

où  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  sont les instants des trois impulsions d'interrogation. Les deux sources interagissant au même instant avec les faisceaux Raman, ces déphasages sont identiques pour les sources V et F. Cet effet est également indépendant du vecteur d'onde effectif utilisé. Nous obtenons alors dans les deux configurations :

$$\Delta\Phi_{l_V} = \Delta\Phi_{l_F}$$

Les déphasages d'aberration dus à une fluctuation spatiale de la phase laser s'expriment par :

$$\Delta\Phi_l = \mathbf{k}_{eff1} \cdot \mathbf{r}_1 - 2\mathbf{k}_{eff2} \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{k}_{eff3} \cdot \mathbf{r}_3$$

où  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$ ,  $\mathbf{r}_3$  et  $\mathbf{k}_{eff1}$ ,  $\mathbf{k}_{eff2}$ ,  $\mathbf{k}_{eff3}$  sont respectivement les positions des sources atomiques et les vecteurs d'onde effectifs de la transition Raman au moment des trois impulsions. Si les trajectoires des deux sources sont correctement superposées, on a alors :

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{1,V} &= \mathbf{r}_{3,F} \\ \mathbf{r}_{2,V} &= \mathbf{r}_{2,F} \\ \mathbf{r}_{3,V} &= \mathbf{r}_{1,F}\end{aligned}$$

En configuration verticale, nous obtenons donc :

$$\Delta\Phi l_V = \Delta\Phi l_F$$

Cet effet dépendant de  $\mathbf{k}_{eff}$  les déphasages V et F sont opposés en configuration horizontale :

$$\Delta\Phi l_V = -\Delta\Phi l_F$$

### Les déphasages dus au champ magnétique et au déplacement lumineux à un photon

L'influence d'un champ magnétique sur le déphasage en sortie de l'interféromètre a été détaillée chapitre 2. Pour une fluctuation temporelle de champ magnétique le déphasage s'exprime par :

$$\Delta\Phi = 4\pi K^{(2)} B_0 \left( \int_0^T \Delta B(t) dt - \int_T^{2T} \Delta B(t) dt \right)$$

Ce terme étant indépendant de la vitesse des atomes et du vecteur d'onde effectif le déphasage s'écrit dans les deux configurations Raman :

$$\Delta\Phi B t_V = \Delta\Phi B t_F$$

Par contre, les trajectoires atomiques de F et V étant parcourues dans des sens opposés, les déphasages  $\Delta\Phi B x$  dûs à une fluctuation **spatiale** de champ magnétique sont opposés dans les deux configurations Raman :

$$\Delta\Phi B x_V = -\Delta\Phi B x_F$$

Une modification du déplacement lumineux à un photon revient à déplacer la fréquence de la transition atomique d'une manière identique pour les deux sources. Cet effet est donc strictement équivalent à une modification du champ magnétique (qui aurait lieu uniquement pendant la durée des impulsions).

Contrairement au déphasage créé par le déplacement lumineux à deux photons (sensible à la valeur absolue de  $\Omega_{eff}$ ), celui créé par le déplacement lumineux à un photon est sensible uniquement au rapport d'intensité entre les faisceaux Raman (équation 2.15) :

$$\Delta\Phi_{LS1} = \frac{1}{2\alpha_0^{3/2}} (d\alpha_3 - d\alpha_1)$$

Il convient de noter que ce résultat n'est valable qu'au premier ordre en  $\alpha$  en partant d'une situation où le rapport d'intensité  $\alpha_0$  est choisi afin d'annuler le déplacement lumineux à un photon.

La configuration Raman rétro-réfléchi assurant la superposition spatiale des deux faisceaux d'interrogation, le déphasage créé par le déplacement lumineux à un photon ne peut alors être que d'origine temporelle. La transformation des termes de déphasages associés sur F et V se déduisent alors de ceux d'une fluctuation temporelle de champ magnétique :  $\Delta\Phi_{LS1V} = \Delta\Phi_{LS1F}$  dans les deux configurations Raman.

### Les déphasages dus au déplacement lumineux à deux photons

Contrairement au déplacement lumineux à un photon qui déplace de la même manière les transitions associées aux deux vecteur d'onde effectifs  $k_{eff}^{\pm}$ , le déplacement lumineux à deux photons dépend du désaccord Doppler  $\delta d$  s'exprimant en fonction de  $k_{eff}$  et de la vitesse des atomes.

Dans le cas d'une fluctuation temporelle de  $\Omega_{eff}$ , le déphasage à la sortie de l'interféromètre  $\Delta\Phi_{LS2t}$  est de même signe pour les deux sources en configuration verticale puisque celles-ci ont la même vitesse et interagissent avec un  $k_{eff}$  identique. En configuration horizontale, les signes de  $k_{eff}$  et de la vitesse sont opposés pour les deux sources, il en résulte que les déphasages  $\Delta\Phi_{LS2t_{F,V}}$  sont également de même signes.

Nous avons vu section 3.3.2 qu'il peut exister un déphasage  $\Delta\Phi_{LS2x}$  d'origine spatial dû à la non homogénéité de  $\Omega_{eff}^2$  le long de la trajectoire des atomes. Le déphasage pour la source F s'écrit :

$$\Delta\Phi_{LS2x} = - \left( \frac{\Delta\Omega_{eff}(x_3, z_3)_F}{2\delta d} - \frac{\Delta\Omega_{eff}(x_1, z_1)_F}{2\delta d} \right) \quad (3.7)$$

où  $(x_3, z_3)_F$  et  $(x_1, z_1)_F$  sont les positions du nuage F dans le faisceau Raman au moment des impulsions 1 et 3. Si les trajectoires des deux sources sont superposées, on a :

$$(x_3, z_3)_F = (x_1, z_1)_V \quad (3.8)$$

$$(x_1, z_1)_F = (x_3, z_3)_V \quad (3.9)$$

Comme nous l'avons vu précédemment, le terme d'effet Doppler en  $\mathbf{k}_{eff} \cdot \mathbf{v}_0$  étant de même signe pour F et V en configuration horizontale et verticale, il en résulte que les déphasages  $\Delta\Phi_{LS2x_{F,V}}$  sont opposés pour les deux configurations.

### 3.4.2 Extraction des déphasages inertiels à flanc de frange et influence des effets parasites

#### Configuration horizontale

Dans cette configuration, les probabilités de transition en sortie des deux interféromètres s'écrivent :

$$\begin{aligned} P_V &= a_V + c_V \cos(\Delta\Phi_V) \\ P_F &= a_F + c_F \cos(\Delta\Phi_F) \end{aligned} \quad (3.10)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_V &= +\Delta\Phi_a + \Delta\Phi_r + \Delta\Phi_l + \Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} + \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t} + \Delta\Phi_{LS2x} \\ \Delta\Phi_F &= -\Delta\Phi_a + \Delta\Phi_r + \Delta\Phi_l - \Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} - \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t} - \Delta\Phi_{LS2x} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Afin d'opérer les deux interféromètres atomiques dans la zone de sensibilité optimale, il convient de placer à flanc de frange les interférogrammes associés à F et V. Les termes parasites  $\Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} + \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t} + \Delta\Phi_{LS2x}$  ont une valeur (évaluée chapitre 5) bien plus faible que celle des déphasages inertiels  $\Delta\Phi_a$  et  $\Delta\Phi_r$ . La probabilité de transition en fonction de la phase laser est donc constituée de deux jeux de franges déphasés de  $2\Delta\Phi_a$  visibles figure 3.18.

Afin de limiter ce déphasage, une plate-forme d'isolation des vibrations du sol est utilisée. Ce dispositif, dont les performances sont détaillées chapitre 5, permet de maintenir le déphasage  $2\Delta\Phi_a$  en dessous d'une centaine de mrad. Il est alors possible dans cette configuration, d'appliquer volontairement un déphasage laser  $\Delta\Phi_l$  constant d'une mesure à l'autre compensant le déphasage de rotation

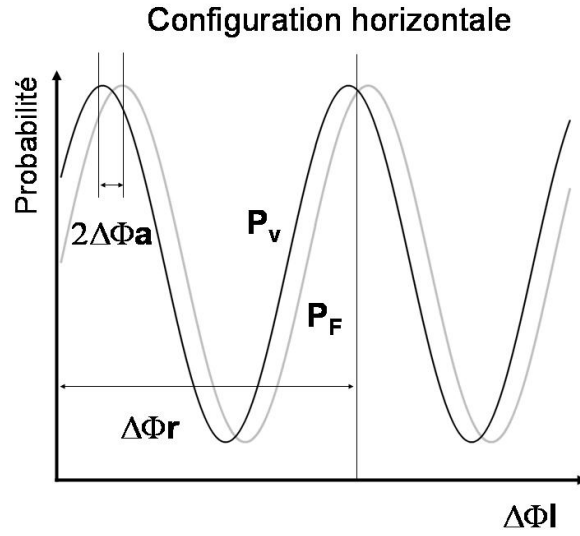


FIG. 3.18 – Les franges d'interférences atomiques sur les sources  $F$  et  $V$  obtenues en balayant la valeur de  $\Delta\Phi I$  sont déphasées de  $2\Delta\Phi a$  en configuration horizontale

terrestre afin de placer les deux interféromètres à flanc de frange. Les relations 3.11 peuvent alors être linéarisées ce qui permet de calculer les déphasages totaux  $\Delta\Phi_V$  et  $\Delta\Phi_F$  :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_F &= \frac{(P_F - a_F)}{c_F} \\ \Delta\Phi_V &= \frac{(P_V - a_V)}{c_V}\end{aligned}\tag{3.12}$$

La discrimination entre les déphasages de rotation et d'accélération est réalisée en calculant la demi-somme et la demi-différence des probabilités  $\Delta\Phi_V$  et  $\Delta\Phi_F$  :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\Phi_F + \Delta\Phi_V}{2} &= \Delta\Phi r + \Delta\Phi I + (+\Delta\Phi Bt + \Delta\Phi LS1 + \Delta\Phi LS2t) \\ \frac{\Delta\Phi_F - \Delta\Phi_V}{2} &= \Delta\Phi a + (+\Delta\Phi ab + \Delta\Phi Bx + \Delta\Phi LS2x)\end{aligned}\tag{3.13}$$

En configuration horizontale, la rotation est donc obtenue par la demi-somme des déphasages totaux et l'accélération par la demi-différence.

Nous remarquons que les fluctuations de phase laser sont ici vues comme une rotation. Le bruit de phase des faisceaux Raman est une des causes de limitation du rapport signal à bruit sur le court terme (cf section 5). Cette configuration n'est donc pas la plus favorable à un rapport signal sur bruit optimal sur un coup pour des mesures de rotation. En ce qui concerne les limitations long terme, les deux principales sources de fluctuations que sont  $\Delta\Phi LS1$  et  $\Delta\Phi LS2x$  sont réparties l'une sur la demi-somme et l'autre sur la demi-différence.



### Configuration verticale

Dans cette configuration les déphasages en sortie des deux interféromètres s'écrivent :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_F &= +\Delta\Phi_a + \Delta\Phi_r + \Delta\Phi_l + \Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} + \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t} + \Delta\Phi_{LS2x} \\ \Delta\Phi_F &= +\Delta\Phi_a - \Delta\Phi_r + \Delta\Phi_l + \Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} - \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t} - \Delta\Phi_{LS2x}\end{aligned}\quad (3.14)$$

En négligeant les mêmes termes que précédemment, la probabilité de transition en fonction de la phase laser sur les deux interféromètres est ici constituée de deux jeux de franges visibles figure 3.19 déphasés de  $2\Delta\Phi_r$ . Il n'est donc pas possible dans cette configuration de modifier la phase laser afin de compenser le terme de déphasage due à la rotation de la Terre et de placer ainsi les deux interféromètres à flanc de frange simultanément. Par contre, il est ici possible d'orienter la direction Oy de l'expérience afin d'annuler la projection  $\Omega T_y = \Omega \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_y$  de la Rotation de la terre sur le plan de l'interféromètre. Pour cela, il convient de pointer la direction Ox de l'expérience vers le Nord. Les deux interféromètres sont alors en phase et à flanc de frange à condition d'introduire un déphasage laser nul  $\Delta\Phi_l = 0$  et un désaccord Raman compensant la gravité g (voir section 3.3.2).

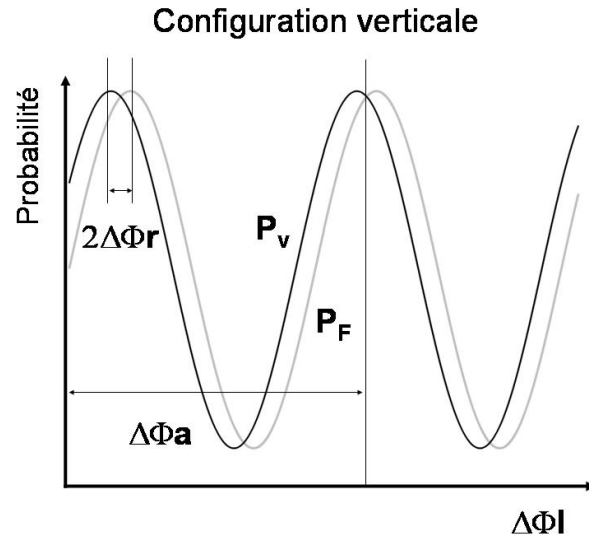


FIG. 3.19 – En configuration verticale, les franges d'interférences atomiques sur les sources F et V obtenues en balayant la valeur de  $\Delta\Phi_l$  sont déphasées de  $2\Delta\Phi_r$

La demi-somme et la demi-différence des probabilités  $\Delta\Phi_V$  et  $\Delta\Phi_F$  s'écrivent ici :

$$\frac{\Delta\Phi_F + \Delta\Phi_V}{2} = \Delta\Phi_a + \Delta\Phi_l + (+\Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bt} + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2t})$$

$$\frac{\Delta\Phi_F - \Delta\Phi_V}{2} = \Delta\Phi_r + (+\Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS2x})$$

Nous observons que l'ensemble des fluctuations temporelles apparaissent ici sur le terme d'accélération. Cette configuration est donc potentiellement plus favorable à un rapport signal sur bruit optimal pour la rotation à court et à long terme.

### 3.4.3 Détermination des coefficients de décalage et de contraste

Les deux configurations Raman étant sensibles au déphasage laser  $\Delta\Phi l$ , il est possible de balayer d'une mesure à l'autre la valeur du déphasage laser introduit pendant l'interféromètre afin de scanner les franges d'interférences atomiques. L'ajustement de ces courbes permet alors de déterminer les paramètres de décalage  $a_V, a_F$  et de contraste  $c_V, c_F$  (définis équation 3.10) à utiliser pour le calcul des déphasages totaux à partir de la probabilité de transition. Il est alors possible comme nous venons de le voir d'utiliser une phase laser fixe  $\Delta\Phi l_0$  d'une mesure à l'autre pour effectuer des mesures inertielles à flanc de frange. Cette configuration expérimentale sera appelée par la suite "phase fixe". L'inconvénient de cette méthode est que la fluctuation de certains paramètres expérimentaux comme le rapport d'intensité entre les faisceaux Raman ou la température des sources atomiques peuvent faire varier les paramètres de décalage et de contraste. Ces fluctuations sont alors faussement interprétés comme une fluctuation du déphasage en sortie des interféromètres. Afin de compenser les fluctuations de décalage (terme prépondérant), nous utilisons une séquence expérimentale alternant des mesures à flanc de franges de part et d'autre de la frange centrale représentée figure 3.20.

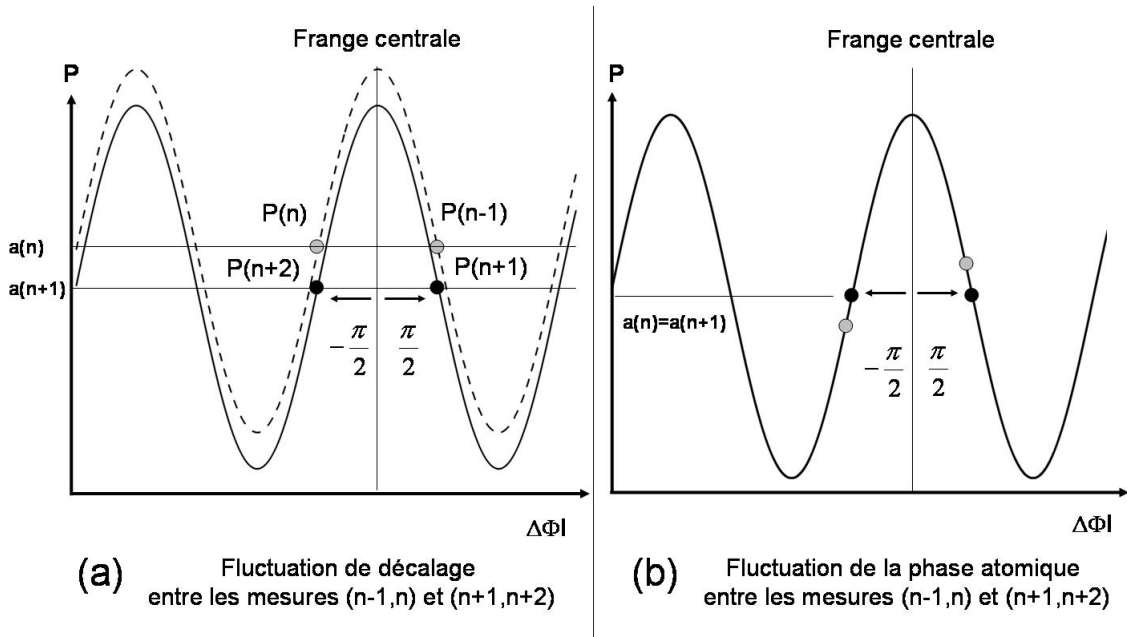


FIG. 3.20 – Évolution de la probabilité de transition mesurée sur un des deux nuages dans le cas d'une fluctuation du décalage de l'interférogramme associé (cas (a)) ou d'une fluctuation de la phase atomique (cas (b)) lors de l'utilisation de mesures alternées à  $\pm \frac{\pi}{2}$  par rapport à la frange centrale. Nous remarquons que la valeur des décalages calculés  $a(n)$  et  $a(n+1)$  est inchangé dans le cas (b). L'alternance de mesures  $\pm \frac{\pi}{2}$  ne compense donc pas des dérives de la phase atomique mais **uniquement des dérives de décalage de l'interférogramme**

Nous introduisons donc une phase laser au  $n-1$  et  $n$  ème coup :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi l(n-1) &= \Delta\Phi l_0 & \leftrightarrow & \text{"} + \frac{\pi}{2} \text{"} \\ \Delta\Phi l(n) &= \Delta\Phi l_0 - \pi & \leftrightarrow & \text{"} - \frac{\pi}{2} \text{"} \end{aligned}$$

En référence à la frange centrale, les mesures avec une phase laser  $\Delta\Phi l_0$  sont appelées mesures à " $+\frac{\pi}{2}$ " et celles avec une phase  $\Delta\Phi l_0 - \pi$ , mesures à " $-\frac{\pi}{2}$ ".

Les valeurs des décalages  $a_{V,F}$  sont alors calculées tous les deux coups par la moyenne des probabilités obtenues aux coups  $n-1$  et  $n$  :

$$a_{V,F}(n) = \frac{P_{V,F}(n-1) + P_{V,F}(n)}{2}$$

Les paramètres de contrastes étant nettement plus stables que ceux de décalages, leurs valeurs sont considérées comme fixes et déterminées une fois pour toute par ajustement des jeux de frange interférométriques sur les nuages F et V.

Il est important de remarquer que cette méthode ne compense pas d'éventuelles dérives du déphasage atomique. Dans le cas d'une variation de ce déphasage représenté figure 3.20(b), l'alternance du signe de la pente entre les mesures à " $\pm\frac{\pi}{2}$ " génère une différence de probabilité de signe opposé entre les mesures à " $\pm\frac{\pi}{2}$ ", cet effet n'a donc aucune incidence sur la valeur du décalage calculé par la demi-somme de ces probabilités.

### 3.4.4 Renversement de l'aire de l'interféromètre

Il est également possible d'utiliser une séquence expérimentale permettant de rejeter les fluctuations de déplacement lumineux à un photon et d'une manière plus générale l'ensemble des déphasages parasites indépendants du signe de  $k_{eff}$ . Pour cela, il convient de renverser le signe du vecteur d'onde effectif  $k_{eff}$  entre deux mesures successives en modifiant le désaccord Raman. Nous alternons ainsi des mesures avec un désaccord :

$$\begin{aligned} (\omega_1 - \omega_2) &= \omega_{\mu o} + \delta r + \delta d \leftrightarrow +k_{eff} \\ (\omega_1 - \omega_2) &= \omega_{\mu o} + \delta r - \delta d \leftrightarrow -k_{eff} \end{aligned}$$

Afin de combiner ce procédé avec celui permettant de compenser les dérives de décalage des interférogrammes, nous utilisons une séquence expérimentale alternant la sélection de  $\pm k_{eff}$  et d'une phase laser permettant de se situer à  $\pm\pi/2$  de la frange centrale. Cette séquence est appelé par la suite séquence " $\pm k_{eff}, \pm\pi/2$ ". Nous alternons alors des séries de quatre mesures constituées comme suit :

$k_{eff}$	$\Delta\Phi l$	Probabilités mesurées
$+k_{eff}$	" $+\frac{\pi}{2}$ "	$P_{+,V,F}^+$
$-k_{eff}$	" $+\frac{\pi}{2}$ "	$P_{+,V,F}^-$
$+k_{eff}$	" $-\frac{\pi}{2}$ "	$P_{-,V,F}^+$
$-k_{eff}$	" $-\frac{\pi}{2}$ "	$P_{-,V,F}^-$

Nous étudions maintenant comment sont utilisées ces séries de 4 mesures afin de rejeter divers effets parasites dans les deux configurations Raman.

#### Séquence " $\pm k_{eff}, \pm\pi/2$ " en configuration horizontale

Dans cette configuration, les probabilités obtenues avec la source F pour une série de 4 mesures s'écrivent après linéarisation :

Mesures à "  $+\pi/2$  " :

$$\begin{aligned} P_{+,F}^+ &= a_{+,F}^+ + c_F^+ (+\Delta\Phi a_+^+ + \Delta\Phi r_+^+ + \Delta\Phi l_+^+ + \Delta\Phi LS1_{+,F}^+ + \Delta\Phi LS2t_{+,F}^+ + \Delta\Phi LS2x_{+,F}^+) \\ P_{+,F}^- &= a_{+,F}^- + c_F^- (-\Delta\Phi a_+^- - \Delta\Phi r_+^- - \Delta\Phi l_+^- + \Delta\Phi LS1_{+,F}^- - \Delta\Phi LS2t_{+,F}^- - \Delta\Phi LS2x_{+,F}^-) \end{aligned}$$

Mesures à  $\pi/2$  :

$$\begin{aligned} P_{-,F}^+ &= a_{-,F}^+ - c_F^+ \left( +\Delta\Phi a_-^+ + \Delta\Phi r_-^+ + \Delta\Phi l_-^+ + \Delta\Phi LS1_{-,F}^+ + \Delta\Phi LS2_{-,F}^+ + \Delta\Phi LS2x_{-,F}^+ \right) \\ P_{-,F}^- &= a_{-,F}^- - c_F^- \left( -\Delta\Phi a_-^- - \Delta\Phi r_-^- - \Delta\Phi l_-^- + \Delta\Phi LS1_{-,F}^- - \Delta\Phi LS2_{-,F}^- - \Delta\Phi LS2x_{-,F}^- \right) \end{aligned}$$

Les fluctuations de déplacement lumineux étant probablement les principales limitations des dérives long terme des mesures interférométriques (cet aspect sera discuté dans le chapitre 5), nous considérons uniquement dans cette section les déphasages  $\Delta\Phi LS1, \Delta\Phi LS2t$  et  $\Delta\Phi LS2x$ .

Lors du passage de  $+k_{eff}$  à  $-k_{eff}$ , nous observons que seul le signe du déplacement lumineux à un photon reste inchangé.

Comme précédemment, la valeur des contrastes est déterminée une fois pour toute en balayant les franges d'interférence atomique pour les désaccords correspondants à  $+k_{eff}$  et  $-k_{eff}$ . La valeur du décalage de chaque interférogramme est alors calculée en temps réel en moyennant les probabilités correspondant à un même  $k_{eff}$ , soit pour le nuage F,  $(P_{+,F}^+, P_{-,F}^+)$  et  $(P_{+,F}^-, P_{-,F}^-)$  :

$$\begin{aligned} a_{+,F}^+ &= \frac{P_{+,F}^+ + P_{-,F}^+}{2} \\ a_{+,F}^- &= \frac{P_{+,F}^- + P_{-,F}^-}{2} \end{aligned}$$

Afin d'extraire les déphasages de rotation et d'accélération, nous utilisons alors ces jeux de quatre données deux par deux en séparant le traitement des données à  $+\pi/2$  et  $-\pi/2$ . Nous présentons par la suite le traitement des données acquises à  $+\pi/2$ .

Connaissant les paramètres d'offset et de contraste, les probabilités  $P_{+,F}^+$  et  $P_{+,F}^-$  sont utilisées pour définir  $\Delta\Phi i_{+,F}$  et  $\Delta\Phi o_{+,F}$  par :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi i_{+,F} &= \frac{P_{+,F}^+ - a_{+,F}^+}{c_F^+} - \frac{P_{+,F}^- - a_{+,F}^-}{c_F^-} \\ &= \left( +\overline{\Delta\Phi a_+} + \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,F}) + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} \right) \\ \Delta\Phi o_{+,F} &= \frac{P_{+,F}^+ - a_{+,F}^+}{c_F^+} + \frac{P_{+,F}^- - a_{+,F}^-}{c_F^-} \\ &= \left( +\delta(\Delta\Phi a_+) + \delta(\Delta\Phi r_+) + \delta(\Delta\Phi l_+) + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) \right) \end{aligned}$$

Dans ces expressions les moyennes correspondent aux valeurs moyennes mesurées entre  $\pm k_{eff}$  et les différences  $\delta$  aux demi différences entre  $\pm k_{eff}$ , soit par exemple pour l'accélération :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\Phi a_+} &= \frac{\Delta\Phi a_+^+ + \Delta\Phi a_+^-}{2} \\ \delta(\Delta\Phi a_+) &= \frac{\Delta\Phi a_+^+ - \Delta\Phi a_+^-}{2} \end{aligned}$$

Le déphasage  $\Delta\Phi i_{+,F}$  ainsi défini représente donc les déphasages inertiels et plus généralement l'ensemble des déphasages changeant avec le signe de  $k_{eff}$ .  $\Delta\Phi o_{+,F}$  représente les déphasages invariants avec le signe de  $k_{eff}$ .

Pour la source V on a de manière similaire à  $+\pi/2$  :

$$\begin{aligned} P_{+,V}^+ &= a_{+,V}^+ + c_V^+ (-\Delta\Phi a_+^+ + \Delta\Phi r_+^+ + \Delta\Phi l_+^+ + \Delta\Phi LS1_{+,V}^+ + \Delta\Phi LS2t_{+,V}^+ - \Delta\Phi LS2x_{+,V}^+) \\ P_{+,V}^- &= a_{+,V}^- + c_V^- (+\Delta\Phi a_+^- - \Delta\Phi r_+^- - \Delta\Phi l_+^- + \Delta\Phi LS1_{+,V}^- - \Delta\Phi LS2t_{+,V}^- + \Delta\Phi LS2x_{+,V}^-) \end{aligned}$$

Conformément aux résultats de l'équation 3.11, nous observons que seul le signe de l'accélération change lors du passage de F à V. Les déphasages  $\Delta\Phi_{i+,V}$  et  $\Delta\Phi_{o+,V}$  s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{i+,V} &= \frac{P_{+,V}^+ - a_{+,V}^+}{c_V^+} - \frac{P_{+,V}^- - a_{+,V}^-}{c_V^-} \\ &= (-\overline{\Delta\Phi a_+} + \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,V}) + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}} - \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}}) \\ \Delta\Phi_{o+,V} &= \frac{P_{+,V}^+ - a_{+,V}^+}{c_V^+} + \frac{P_{+,V}^- - a_{+,V}^-}{c_V^-} \\ &= (-\delta(\Delta\Phi a_+) + \delta(\Delta\Phi r_+) + \delta(\Delta\Phi l_+) + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}} + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,V}) - \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V})) \end{aligned}$$

Le signal équivalent de rotation  $S_{Rot,+}$  à  $+\pi/2$  est obtenu par la demi somme des déphasages "inertiels" obtenus sur les sources F et V :

$$\begin{aligned} S_{Rot,+} &= \frac{\Delta\Phi_{i+,F} + \Delta\Phi_{i+,V}}{2} \\ &= \frac{\overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+}}{2} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS1_{+,V}) + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,F})}{2} + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}}}{2} \\ &\quad - \frac{\overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}}}{2} \end{aligned}$$

Ce signal donne donc accès à la somme du déphasage de rotation et de la phase laser ainsi qu'à divers déphasages parasites résultant des déplacements lumineux à un et deux photons mesurés sur les sources F et V. Dans le cas idéal où d'une part les deux trajectoires atomiques sont parfaitement superposées :

$$\Delta\Phi LS2t_{+,F} = \Delta\Phi LS2t_{+,V} = \Delta\Phi LS2t_+$$

et

$$\Delta\Phi LS2x_{+,F} = \Delta\Phi LS2x_{+,V} = \Delta\Phi LS2x_+$$

et où d'autre part nous pouvons négliger les termes en  $\delta()$  issus de la différence entre deux mesures successives, l'expression de  $S_{Rot,+}$  se simplifie en :

$$S_{Rot,+} \approx \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \overline{\Delta\Phi LS2t_+} \quad (3.15)$$

Le signal de rotation contient donc majoritairement le terme de déphasage dû au déplacement lumineux à deux photons d'origine temporel.

Le signal équivalent d'accélération  $S_{acc,+}$  à  $+\pi/2$  est obtenu par :

$$\begin{aligned}
 S_{Acc,+} &= \frac{\Delta\Phi_{i+,F} - \Delta\Phi_{i+,V}}{2} \\
 &= \overline{\Delta\Phi_{a+}} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS1_{+,V}) - \delta(\Delta\Phi LS1_{+,F})}{2} + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}}}{2} \\
 &\quad + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}}}{2}
 \end{aligned}$$

En se plaçant dans le cas idéal évoqué précédemment,  $S_{Acc,+}$  s'écrit :

$$S_{Acc,+} \approx \overline{\Delta\Phi_{a+}} + \overline{\Delta\Phi LS2x_{+}} \quad (3.16)$$

Ce signal inertiel est donc principalement dégradé par le déphasage dû au déplacement lumineux à deux photons d'origine spatial.

Il est possible également de calculer la demi-somme et la demi différence des signaux supplémentaires  $\Delta\Phi_{o+}$  sur F et V. La demi-somme  $\Sigma_{\Delta\Phi_{o+}}$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{\Delta\Phi_{o,+}} &= \frac{\Delta\Phi_{o+,F} + \Delta\Phi_{o+,V}}{2} \\
 &= \delta(\Delta\Phi r_{+}) + \delta(\Delta\Phi l_{+}) + \frac{\overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}}}{2} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2t_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,V})}{2} \\
 &\quad + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) - \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V})}{2}
 \end{aligned}$$

Dans le cas idéal :

$$\Sigma_{\Delta\Phi_{o,+}} \approx \overline{\Delta\Phi LS1_{+}} \quad (3.17)$$

Le signal  $\Sigma_{\Delta\Phi_{o,+}}$  contient donc comme terme prépondérant le déplacement lumineux à un photon. La demi-différence  $\Delta_{\Delta\Phi_{o,+}}$  s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 \Delta_{\Delta\Phi_{o,+}} &\approx \delta(\Delta\Phi_{a+}) + \frac{\overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}}}{2} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2_{+,F}) - \delta(\Delta\Phi LS2_{+,V})}{2} \\
 &\quad + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V})}{2}
 \end{aligned}$$

Le signal  $\Delta_{\Delta\Phi_{o,+}}$  contient donc des déphasages liés aux fluctuations coups à coups des signaux d'accélération, de phase laser et de déplacement lumineux à deux photons. Le terme prépondérant sur le long terme est ici la différence entre les nuages F et V de la valeur moyenne du déplacement lumineux à un photon et ce terme est nul dans le cas où les trajectoires atomiques sont parfaitement superposées.

Nous réalisons un traitement similaire pour le couple de données à  $-\pi/2$  permettant d'accéder aux signaux  $S_{Rot,-}, S_{Acc,-}, \Sigma_{\Delta\Phi_{o,-}}, \Delta_{\Delta\Phi_{o,-}}$ .

Cette méthode de séquence expérimentale " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ " permet donc en configuration horizontale de rendre le signal de rotation indépendant des fluctuations de déplacement lumineux à un photon. Ce terme est alors mesurable sur un signal indépendant  $\Sigma_{\Delta\Phi o}$ . Afin d'obtenir les termes prépondérant influant sur chacun des signaux  $S_{Rot,+}, S_{Acc,+}, \Sigma_{\Delta\Phi o,+}, \Delta_{\Delta\Phi o,+}$ , nous avons négligé les termes résultants de différences soit entre deux mesures successives à " $\pm k_{eff}$ " soit résultant de différence entre les deux sources F et V. Ceci n'est rigoureusement valide que lorsque les effets à rejeter sont stables sur un temps caractéristique correspondant à 4 mesures successives ( $\approx 2$  s) et que les trajectoires des sources sont correctement superposées. La section suivante est consacrée à la même séquence expérimentale dans une configuration utilisant de faisceaux Raman verticaux.

### Séquence " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ " en configuration verticale

Nous ne considérerons ici que les deux premières mesures de la séquence effectuées à  $+\pi/2$ . Les probabilités obtenues sur F et V sont alors :

$$\begin{aligned} P_{+,F}^+ &= a_{+,F}^+ + c_F^+ \left( +\Delta\Phi a_+^+ + \Delta\Phi r_+^+ + \Delta\Phi l_+^+ + \Delta\Phi LS1_{+,F}^+ + \Delta\Phi LS2t_{+,F}^+ + \Delta\Phi LS2x_{+,F}^+ \right) \\ P_{+,F}^- &= a_{+,F}^- + c_F^- \left( -\Delta\Phi a_+^- - \Delta\Phi r_+^- - \Delta\Phi l_+^- + \Delta\Phi LS1_{+,F}^- - \Delta\Phi LS2t_{+,F}^- - \Delta\Phi LS2x_{+,F}^- \right) \\ P_{+,V}^+ &= a_{+,V}^+ + c_V^+ \left( +\Delta\Phi a_+^+ - \Delta\Phi r_+^+ + \Delta\Phi l_+^+ + \Delta\Phi LS1_{+,V}^+ + \Delta\Phi LS2t_{+,V}^+ - \Delta\Phi LS2x_{+,V}^+ \right) \\ P_{+,V}^- &= a_{+,V}^- + c_V^- \left( -\Delta\Phi a_+^- + \Delta\Phi r_+^- - \Delta\Phi l_+^- + \Delta\Phi LS1_{+,V}^- - \Delta\Phi LS2t_{+,V}^- + \Delta\Phi LS2x_{+,V}^- \right) \end{aligned}$$

Nous obtenons donc sur F des probabilités de la même forme que dans la configuration horizontal. Sur la source V en revanche, les déphasages inertiels d'accélération et de rotation ont des signes opposés. Comme précédemment nous calculons les déphasages  $\Delta\Phi i_+$  et  $\Delta\Phi o_+$  sur F et V à partir de ces mesures de probabilité :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi i_{+,F} &= \left( +\overline{\Delta\Phi a_+} + \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,F}) + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} \right) \\ \Delta\Phi o_{+,F} &= \left( +\delta(\Delta\Phi a_+) + \delta(\Delta\Phi r_+) + \delta(\Delta\Phi l_+) + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) \right) \\ \Delta\Phi i_{+,V} &= \left( +\overline{\Delta\Phi a_+} - \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,V}) + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}} - \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}} \right) \\ \Delta\Phi o_{+,V} &= \left( +\delta(\Delta\Phi a_+) - \delta(\Delta\Phi r_+) + \delta(\Delta\Phi l_+) + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}} + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,V}) - \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V}) \right) \end{aligned}$$

Le signal équivalent de rotation est ici accessible en calculant la **demi-différence** des déphasages  $\Delta\Phi i_+$  :

$$\begin{aligned} S_{Rot,+} &= \frac{\Delta\Phi i_{+,F} - \Delta\Phi i_{+,V}}{2} \\ &= \overline{\Delta\Phi r_+} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS1_{+,F}) - \delta(\Delta\Phi LS1_{+,V})}{2} + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}}}{2} \\ &\quad + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}}}{2} \end{aligned}$$

Ce terme peut s'écrire dans le cas idéal évoqué précédemment :

$$S_{Rot,+} \approx \overline{\Delta\Phi r_+} + \overline{\Delta\Phi LS2x_+} \quad (3.18)$$

Dans cette configuration, le signal de rotation est donc majoritairement dégradé par le déplacement lumineux à deux photons d'origine **spatial**.

Le signal équivalent d'accélération est obtenue par la **demi-somme** des déphasages  $\Delta\Phi_{i+}$  :

$$\begin{aligned} S_{Acc,+} &= \frac{\Delta\Phi_{i+,V} + \Delta\Phi_{i+,F}}{2} \\ &= \overline{\Delta\Phi a_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS1_{+,V}) + \delta(\Delta\Phi LS1_{+,F})}{2} + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2t_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS2t_{+,V}}}{2} \\ &\quad + \frac{\overline{\Delta\Phi LS2x_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS2x_{+,V}}}{2} \end{aligned}$$

Ce qui se simplifie en :

$$S_{Acc,+} \approx \overline{\Delta\Phi a_+} + \overline{\Delta\Phi l_+} + \overline{\Delta\Phi LS2t_+} \quad (3.19)$$

Les signaux supplémentaires  $\Sigma_{\Delta\Phi o,+}$  et  $\Delta_{\Delta\Phi o,+}$  s'expriment par :

$$\begin{aligned} \Sigma_{\Delta\Phi o,+} &= \frac{\Delta\Phi_{o+,F} + \Delta\Phi_{o+,V}}{2} \\ &= +\delta(\Delta\Phi a_+) + \delta(\Delta\Phi l_+) + \frac{\overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} + \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}}}{2} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2t_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,V})}{2} \\ &\quad + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) - \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V})}{2} \end{aligned}$$

soit dans le cas idéal :

$$\Sigma_{\Delta\Phi o,+} \approx \overline{\Delta\Phi LS1_+} \quad (3.20)$$

Comme précédemment,  $\Sigma_{\Delta\Phi o,+}$  permet de mesurer indépendamment les déphasages de déplacement lumineux à un photon. Pour la différence des déphasages  $\Delta_{\Delta\Phi o,+}$ , nous obtenons ici :

$$\begin{aligned} \Delta_{\Delta\Phi o,+} &\approx +\delta(\Delta\Phi r_+) + \frac{\overline{\Delta\Phi LS1_{+,F}} - \overline{\Delta\Phi LS1_{+,V}}}{2} + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2t_{+,F}) - \delta(\Delta\Phi LS2t_{+,V})}{2} \\ &\quad + \frac{\delta(\Delta\Phi LS2x_{+,F}) + \delta(\Delta\Phi LS2x_{+,V})}{2} \end{aligned}$$

La configuration " $\pm k_{eff}, \pm\pi/2$ " permet donc en configuration verticale de rendre le signal de rotation indépendant des fluctuations de déplacement lumineux à un photon **et des fluctuations de phase laser**. Cette configuration est donc la plus favorable à un rapport signal à bruit court terme optimal pour ce signal. Pour le bruit long terme, il convient de remarquer que le déplacement lumineux à deux photons d'origine spatiale, et non plus temporelle comme en horizontal, est présent sur le signal de rotation. L'influence de ces deux effets sera abordé dans le chapitre 5.



Dans ce chapitre, nous avons présenté la description expérimentale de l'expérience du gyromètre atomique depuis le refroidissement des atomes jusqu'à l'étape de détection permettant d'évaluer la probabilité de transition en sortie des deux interféromètres. Nous avons également vu que le choix de l'orientation des faisceaux d'interrogation Raman permet de modifier la sensibilité du dispositif aux effets inertiels. Grâce aux choix techniques réalisés, il est ainsi potentiellement possible de mesurer l'ensemble des projections dans l'espace des vecteurs rotation et accélération. Lors de la présentation des faisceaux d'interrogation, nous avons vu que le choix crucial d'une configuration Raman rétro-réfléchi impose la présence d'un effet parasite appelé déplacement lumineux à deux photons et pouvant dégrader la stabilité long terme des mesures inertiels. L'étude expérimentale de cet effet sera effectué dans le chapitre 5.

Nous avons ensuite montré comment sont calculés les signaux inertiels à partir des probabilités mesurées en sortie de l'interféromètre dans différentes séquences expérimentales. La séquence " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ " permet notamment en alternant la phase et la fréquence des faisceaux d'interrogation de s'affranchir des fluctuations de décalage des interférogrammes et du déplacement lumineux à un photon. L'influence des effets parasites restant sur les signaux équivalents de rotation et d'accélération a alors été étudié dans les configurations Raman utilisant des faisceaux horizontaux et verticaux. L'importance des limitations induites par ces effets sera évalué expérimentalement dans le chapitre 5. Afin de limiter l'importance de ces effets parasites, il convient de disposer de deux nuages d'atomes lancés sur des trajectoire superposées. Comme nous le verrons par la suite, la qualité de ces sources (nombre d'atomes, température ...) influe également directement sur le rapport signal à bruit des mesures interférométriques. Le chapitre suivant est consacré à leur étude.

# Chapitre 4

## Les nouvelles sources atomiques

Une part importante de ce travail de thèse a été consacrée à l'amélioration des sources d'atomes froids afin de dépasser les limitations mises en évidence avec l'ancien système de refroidissement. Il était en effet apparu que le nombre d'atomes utiles lors de la détection limitait le rapport signal à bruit des mesures de déphasage interférométrique.

Ce chapitre est consacré au nouveau système de refroidissement que nous avons mis au point afin d'augmenter le nombre total d'atomes disponibles à l'issue de la phase de lancement. Ces modifications permettent également de diminuer la température des sources qui influence le nombre d'atomes utiles par l'effet de la sélectivité en vitesse des transitions Raman. Ce nouveau système permet aussi d'obtenir des trajectoires atomiques correctement superposées. Cet aspect est crucial afin d'obtenir un contraste optimal pour les deux interféromètres simultanément et de limiter les biais dus à la non-superposition des deux trajectoires.

Dans la section 4.1, nous présenterons tout d'abord le banc optique réalisé pour générer les divers faisceaux utilisés pour le refroidissement et la détection des atomes. Nous présenterons également dans cette section un nouveau modèle de laser mis au point afin d'améliorer la stabilité long terme de l'expérience.

Nous verrons ensuite dans le chapitre 4.2 comment ces faisceaux sont utilisés afin de réaliser les deux pièges magnéto-optiques. Un système de coupleur optique, présenté section 4.2.1, est utilisé afin de répartir la puissance issue du banc de refroidissement vers les fibres optiques utilisées pour générer les trois paires de faisceaux contre-propageants nécessaires au fonctionnement de chaque piège. La mise en forme des faisceaux issus de ces fibres dans les collimateurs de refroidissement ainsi que leur réglage sur l'enceinte à vide sera étudié section 4.2.3.

Le système de pilotage de chaque cycle de refroidissement est alors présenté section 4.3. Une des spécificités majeures de ce système est de permettre un réglage indépendant des deux sources atomiques, ce qui est nécessaire pour garantir la superposition de leurs trajectoires.

La dernière section est consacrée à l'étude expérimentale des caractéristiques des sources atomiques obtenues avec ce nouveau système. Nous étudierons ainsi le nombre d'atomes disponibles au niveau de la détection dans le bon niveau hyperfin ainsi que la température des nuages d'atomes. Nous mesurerons ensuite dans la section 4.4.6 la superposition et la stabilité des trajectoires des deux nuages d'atomes froids.

### 4.1 Le banc laser de refroidissement

Nous décrivons dans cette section le banc laser de refroidissement. La section 4.1.1 est tout d'abord consacrée à la présentation d'un nouveau type de laser en cavité étendue mis au point

pour en constituer les sources laser. Dans la section nous présentons les divers faisceaux devant être générés par ce banc laser à partir de deux laser maîtres, l'un accordé sur une fréquence "repompeur" ( $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F' = 3\rangle$ ), l'autre accordé sur une fréquence "refroidisseur" ( $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ ). Le montage du banc est alors abordé en séparant les parties utilisant les fréquences "repompeur" et "refroidisseur".

### 4.1.1 Les nouvelles sources lasers

Les modèles de lasers à cavité étendue que nous utilisions précédemment ne possédaient pas une stabilité suffisante pour atteindre de longs temps d'intégration. Nous étions ainsi limité à des mesures continues de quelques dizaines de minutes seulement avant que la sensibilité du laser aux perturbations extérieurs (variations de température, vibrations, etc...) ne fausse son asservissement. Nous présentons ici un modèle de laser en cavité étendue bien plus stable sur le long terme.

#### Position du problème

Les lasers présents sur le banc de refroidissement sont utilisés pour refroidir, interroger et détecter les atomes. Ces processus induisent des contraintes notamment sur la qualité spectrale des sources utilisées. Tout d'abord, le processus de refroidissement met en jeu la raie D2 du Césium qui possède une largeur naturelle de  $\frac{\Gamma}{2\pi} = 5$  MHz. Ceci implique l'utilisation de lasers possédant une largeur de raie petite devant cette valeur. Il faut également noter que pour réaliser l'asservissement de phase des faisceaux servant pour l'interrogation Raman, il est nécessaire d'utiliser des lasers possédant une largeur de raie petite devant la bande passante d'asservissement (2,5 MHz). Il apparaît donc nécessaire de disposer de sources de largeur spectrale d'environ 100 kHz. Le même type de spécification est nécessaire pour réaliser une détection ne dégradant pas le rapport signal à bruit [Dimarcq 1993].

Il existe dans le commerce des diodes lasers monomodes disponibles à la fréquence de la raie D2 du Césium (852 nm). Du fait de la faible longueur de leur cavité, ces lasers possèdent une largeur spectrale trop importante (15 MHz) pour nos applications. Pour réduire leur largeur spectrale, ces diodes peuvent être couplées à une cavité externe, on parle alors de laser en cavité étendue (LCE). La largeur spectrale d'un laser étant inversement proportionnelle à la durée de vie d'un photon dans la cavité, un allongement de la cavité permet de réduire la largeur de raie. Pour atteindre une finesse spectrale de 100 kHz, une longueur de cavité externe de quelques cm est suffisante. Par contre, il convient de ne pas trop allonger la cavité externe car l'inconvénient de ce type de montage est la diminution de la stabilité mécanique et la réduction de l'intervalle spectral libre qui peut provoquer des sauts de modes et une émission multimode due à une sélectivité spectrale insuffisante.

Pour résoudre ce problème, un élément sélectif en fréquence peut être ajouté dans la cavité externe afin de favoriser un fonctionnement monomode au voisinage de la fréquence centrale du filtre [Lucas-Leclin 1998]. Les montages existants jusqu'à présent consistaient à utiliser un réseau en configuration Littrow pour jouer à la fois le rôle de filtrage et de coupleur de sortie. L'inconvénient de ce type de dispositif est sa sensibilité mécanique et thermique importante qui limite son utilisation sur le long terme. L'autre problème est que la direction du faisceau de sortie est reliée à la longueur d'onde d'émission du laser.

#### Nouveau concept

Nous avons développé au laboratoire un nouveau type de montage utilisant un filtre interférentiel en transmission ainsi qu'un oeil de chat pour refermer la cavité et assurer le couplage de sortie

[Allard 2004], [Baillard 2006]. La structure auto-alignée de la cavité lui assure une stabilité plus importante qu'avec une configuration Littrow.

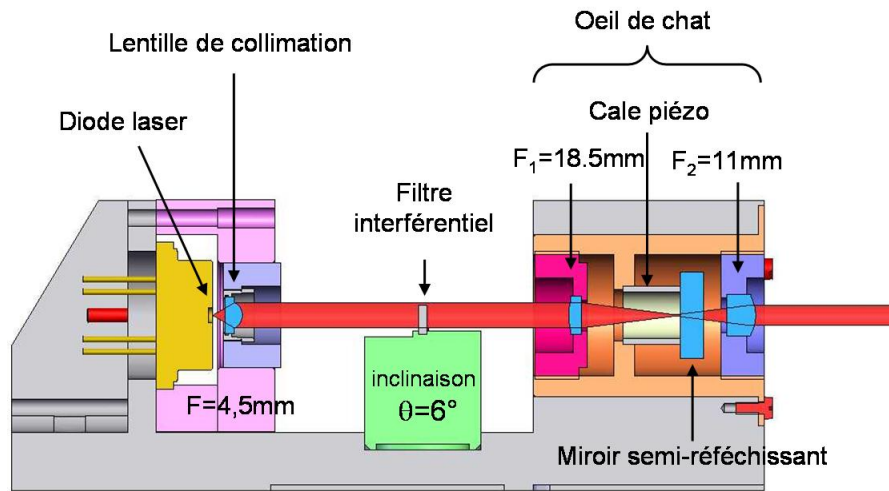


FIG. 4.1 – Nouvelle conception de laser en cavité étendue. La lumière issue d'une diode laser est collimatée par une lentille de courte focale puis traverse un filtre interférentiel en transmission. Un œil de chat referme alors la cavité et assure le couplage de sortie.

Ce nouveau type de conception est décrit figure 4.1. Nous utilisons comme source laser une diode SDL 5422 émettant en libre 150 mW pour un courant de 150 mA. L'intervalle spectral libre de la diode est de 50 GHz ce qui correspond à la longueur de sa cavité interne d'environ 0,8 mm.

La lumière issue de cette diode est collimatée par une lentille de courte focale (4,5 mm) et de grande ouverture numérique ( $\sim 0,6$ ). Ce faisceau traverse ensuite un filtre interférentiel formé d'un empilement de couches diélectriques. Cet élément possède un traitement anti réfléchissant et présente un taux de transmission à la longueur d'onde de 852 nm de 91 % pour un angle de  $6^\circ$ , ce qui permet d'éviter d'éventuels retours dans la diode. En comparaison avec une configuration Littrow utilisant un réseau en réflexion comme élément de filtrage, ce dispositif est bien moins sensible à une variation d'inclinaison ou de position du faisceau [Baillard 2006]. La largeur spectrale à mi-hauteur du filtre est de 100 GHz.

La cavité externe est refermée en utilisant un œil de chat formé d'une lentille de focale 18,5 mm et d'un miroir semi réfléchissant. Cette structure permet là aussi d'obtenir une stabilité mécanique bien meilleure qu'avec une configuration Littrow. Un autre avantage est que les parties "sélection spectrale" et "réflexion intra cavité" sont ici séparées ce qui permet de tester le fonctionnement du laser avec différentes valeurs de couplage de sortie en modifiant sur le taux de réflexion du miroir semi réfléchissant [Baillard 2006]. L'accordabilité du système est obtenue en plaçant ce miroir de rétro-réflexion sur une cale piézo-électrique. Ce dispositif permet de varier la longueur de la cavité et donc de changer la fréquence d'émission d'une manière continue sur un intervalle dépendant de la distance entre deux modes de la cavité. Contrairement à une configuration Littrow, la direction du faisceau de sortie reste inchangée lors d'un changement de fréquence, ce qui se traduit par une meilleure stabilité de réglage de l'ensemble du banc optique.

Nous avons monté plusieurs lasers selon ce modèle en variant la valeur du taux de réflexion du miroir de sortie. Pour une même valeur de courant de 85 mA, la puissance laser disponible en sortie est de 47, 40 et 30 mW pour des taux de réflexions de respectivement 15 %, 20 % et 30 %. Pour les valeurs de 15 et 20 %, le fonctionnement monomode n'est obtenu que pour certaines plages du

courant de pompage de la diode. Avec un taux de 30 % ce fonctionnement est monomode sur toute la plage de fonctionnement du laser entre 10 et 80 mA. La figure 4.2 montre une courbe d'absorption saturée obtenue avec ce laser. Celui-ci est accordé au voisinage de la transition "repompeur". Nous observons que le fonctionnement du laser est monomode sur une plage de 2GHz correspondant à la totalité de l'écart entre deux modes de la cavité laser :  $\Delta\nu = \frac{c}{2L} = 2 \text{ GHz}$  avec  $L=7,5 \text{ cm}$ .

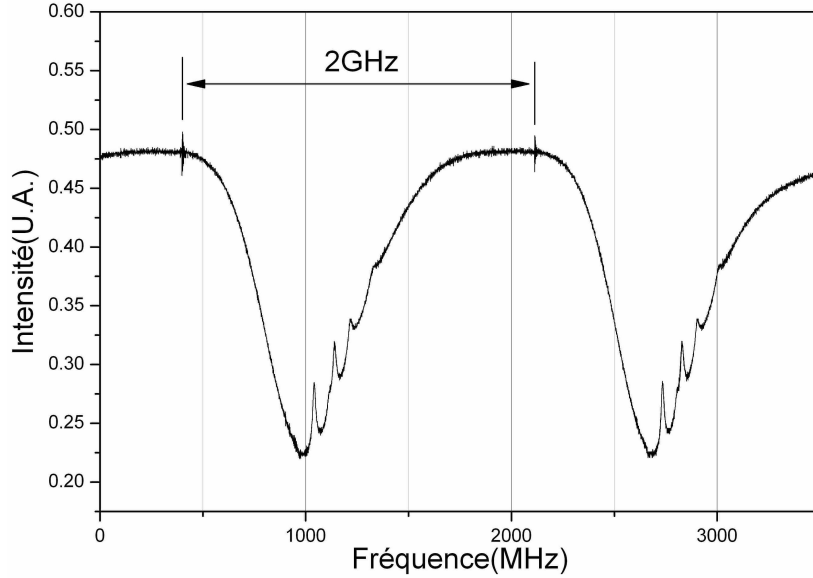


FIG. 4.2 – Courbe d'absorption saturée de la raie  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6S_{3/2}\rangle$  du Césium réalisé avec un laser à filtre interférentiel possédant un miroir de rétro-réflexion de 30 %. Le fonctionnement du laser est complètement monomode sur l'ensemble de l'intervalle spectral libre.

La largeur de raie obtenue avec ce laser peut être calculée à partir de la formule de Henry [Henry 1983] dans le cas d'une limitation par un bruit blanc de fréquence :

$$\frac{\Delta\nu_{LCE}}{\Delta\nu_d} = \left( \frac{n \cdot l_d}{l_{LCE}} \right)^2 \quad (4.1)$$

Où  $\Delta\nu_d$  et  $\Delta\nu_{LCE}$  sont les largeurs de raie respectives de la diode laser seule ou bien montée en cavité externe,  $n$  est l'indice de propagation dans la diode de longueur  $l_d$  et où  $l_{LCE}$  est la longueur de la cavité externe. Avec  $l_d = 0.8 \text{ mm}$ ,  $n = 3.6$ ,  $l_{LCE} = 7.5 \text{ cm}$  et  $\Delta\nu_d = 15 \text{ MHz}$  on trouve  $\Delta\nu_{LCE} = 22 \text{ kHz}$ .

Il pourrait être intéressant de diminuer la longueur de la cavité externe afin d'augmenter l'intervalle spectral libre tout en restant en dessous de la limite des 100 kHz de largeur. Néanmoins, dans le cadre d'une utilisation du laser pour un asservissement de phase il convient de prendre en compte le bruit haute fréquence du laser qui diminue lorsque la longueur de cavité augmente. Une longueur de 7,5 cm apparaît comme un compromis entre ces diverses contraintes.

Nous avons mesuré la largeur de raie de ce type de laser en réalisant un battement de fréquence entre deux lasers séparés en fréquence de 8,75 GHz. Un des deux systèmes est asservi par spectroscopie sur la raie D2 du Césium. Le second est asservi en fréquence (avec une bande passante de 15 kHz) par rapport au premier en utilisant une chaîne de fréquence à 9.2 GHz comme référence. Le spectre de ce battement est représenté figure 4.3. Pour les fréquences éloignées de plus de 500 kHz

de la porteuse, le spectre peut être ajusté par une distribution lorentzienne caractéristique du niveau de bruit blanc de fréquence auquel correspond une somme quadratique des largeurs de raie des deux lasers de 28 kHz. Cette étude nous permet donc de situer la largeur de raie d'un seul laser à  $\approx 20$  kHz. A ce bruit blanc se superpose une distribution aléatoire de la fréquence centrale due à des bruits techniques (mécaniques, thermiques ...) qui ont tendance à élargir la distribution Lorentzienne. Cette distribution peut être modélisée autour de la porteuse entre  $\pm 500$  kHz par une gaussienne de largeur à mi hauteur de 155 kHz.

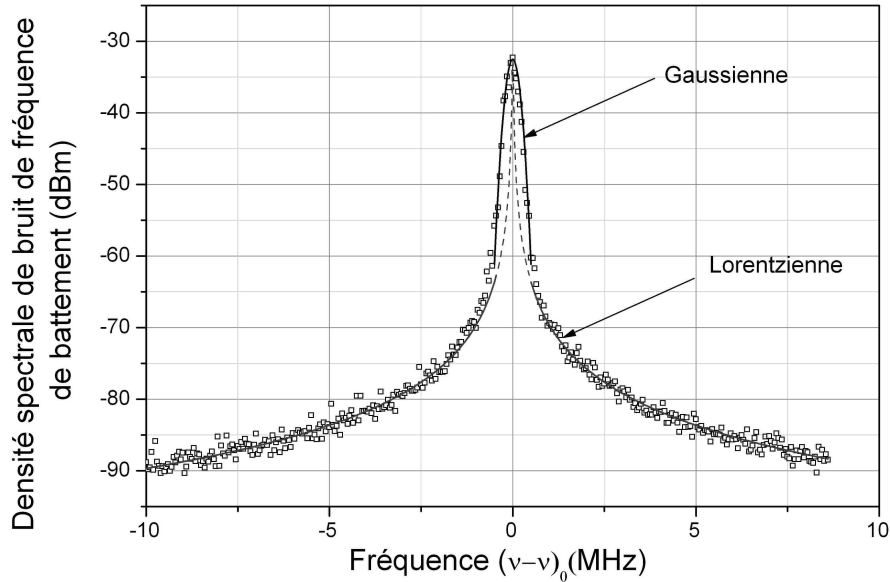


FIG. 4.3 – Densité spectrale de bruit de fréquence de battement entre deux laser à filtre étalon. La bande d'analyse de l'analyseur de spectre utilisé pour cette mesure est de 1 kHz. Les ailes du battement peuvent être ajustées par une lorentzienne de largeur 28 kHz.

Ce nouveau concept de laser est utilisé pour réaliser les lasers maîtres du banc de refroidissement. Ils seront à terme également utilisés pour générer les faisceaux d'interrogation Raman.

#### 4.1.2 Les différentes fonctions du banc de refroidissement

Nous abordons dans cette section les caractéristiques des différents faisceaux qui doivent être générés sur le banc optique de refroidissement. Il s'agit non seulement de faisceaux utilisés sur les deux pièges, mais aussi de faisceaux de détection et servant sur le banc d'interrogation Raman. Leurs différentes fréquences sont représentées figure 4.4 par rapport aux niveaux d'énergie de l'atome de Césium.

- La phase de refroidissement dans le piège magnéto-optique nécessite de générer un faisceau accordé sur la transition "**refroidisseur**". Sa fréquence doit pouvoir être ajustée entre -2 et -20  $\Gamma$  par rapport à la résonance pour réaliser un cycle de refroidissement. La phase de refroidissement nécessite également de générer un faisceau accordé à résonance de la transition "repompeur" appelé "**repompeur piège**".
- Lors de l'étape de sélection des atomes issus du MOT, un "**faisceau pousseur**" accordé sur la transition "refroidisseur" est utilisé pour chasser les atomes résiduels dans  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ . Pour

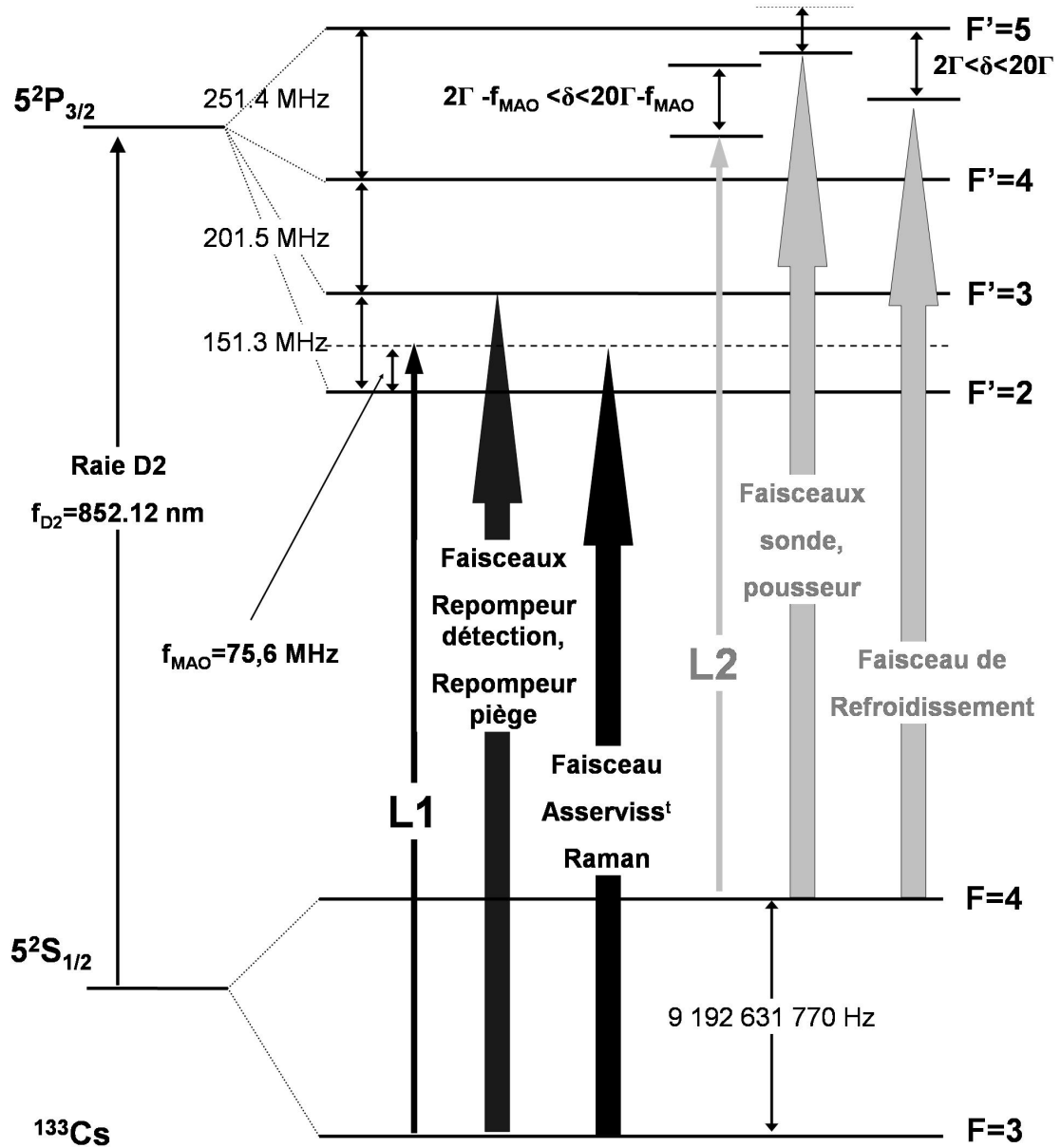


FIG. 4.4 – Fréquences des cinq faisceaux lasers générées sur le banc optique de refroidissement ainsi que la fréquence de fonctionnement des deux lasers maîtres L1 et L2 par rapport aux niveaux d'énergie de l'atome de Césium.

optimiser ce processus il est nécessaire de pouvoir ajuster finement sa fréquence de quelques  $\Gamma$  autour de la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ .

- Pendant la phase de détection, on utilise un **"faisceau sonde"** accordé sur la transition "refroidisseur" pour détecter les atomes dans l'état excité. Un faisceau appelé **"repompeur de détection"** est également utilisé pour sonder, selon le même processus les atomes dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  en les ramenant dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  (voir section 3.1.4).
- Enfin, il est également nécessaire de générer, sur le banc de refroidissement un faisceau accordé au voisinage de la transition "repompeur" afin de réaliser un asservissement de fréquence sur le

banc Raman pour le faisceau Raman accordé sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers excité.

Pour réaliser l'ensemble de ces fonctions, nous avons mis au point un banc optique reposant sur l'utilisation de deux lasers maîtres de fréquences respectives "repompeur" et "refroidisseur". Les faisceaux évoqués précédemment sont générés après division et passages dans divers modulateurs acousto-optiques (MAO) permettant d'adapter finement et indépendamment la puissance et la fréquence de chaque faisceau. Le schéma fonctionnel de ce banc est représenté dans la figure 4.5.

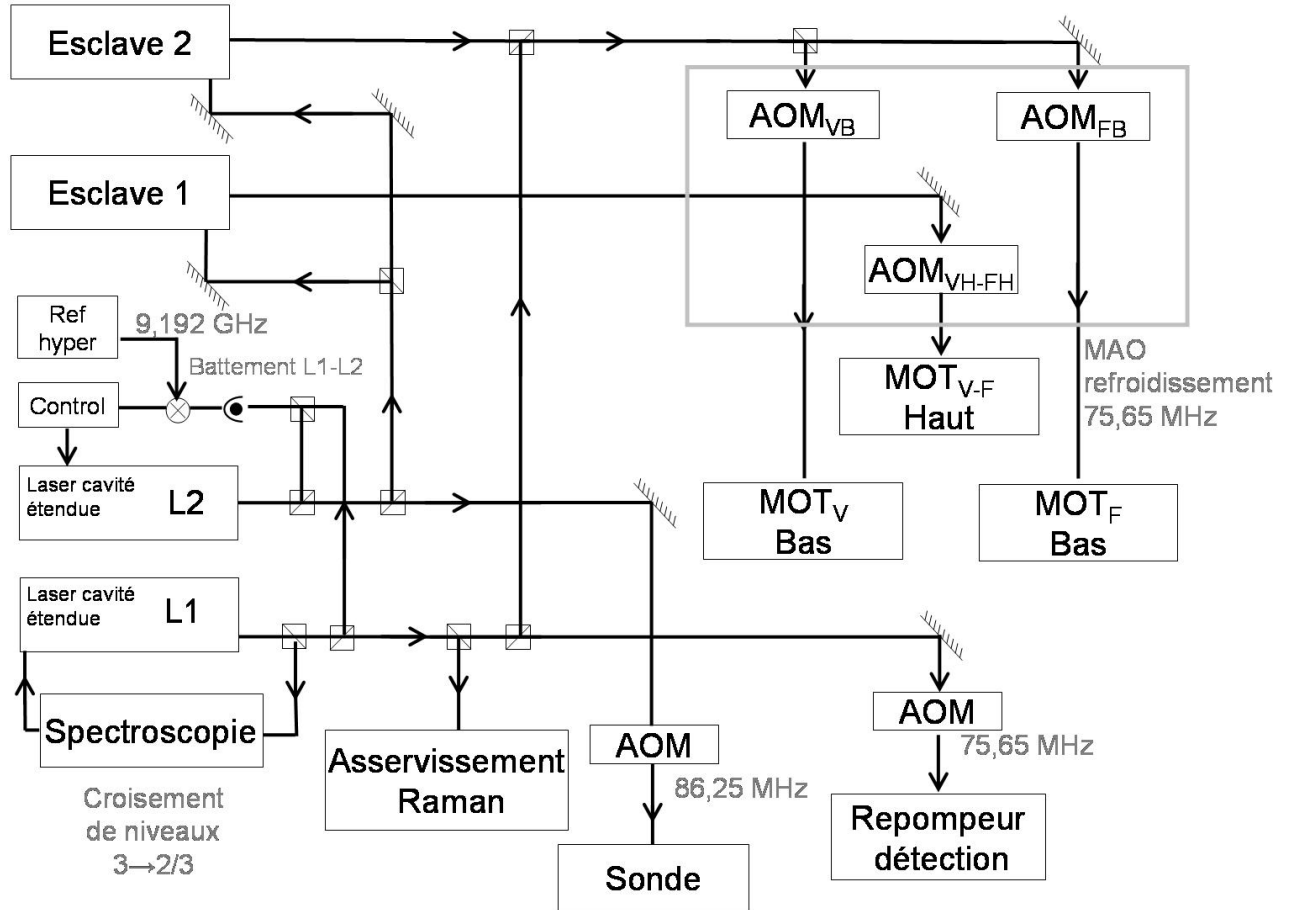


FIG. 4.5 – Schéma de principe du banc de refroidissement. Le laser L1 est asservi par spectroscopie d'absorption saturée et sert à générer les faisceaux "repompeur piège" et "repompeur de détection". Il sert également à réaliser par battements les asservissements du laser L2 et de l'un des deux lasers maître du banc Raman. Le laser L2 injecte deux diodes esclaves qui servent à générer les faisceaux de refroidissement du piège.

Le premier laser maître L1 est asservi de manière absolue sur le croisement de niveau  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 3\rangle, |6P_{3/2}, F = 2\rangle$  par spectroscopie d'absorption saturée dans une vapeur de Césium. Une partie de la puissance de ce laser est utilisée pour générer le faisceau "repompeur sonde", après passage dans un modulateur acousto-optique (MAO) de fréquence 75,65 MHz (différence de fréquence entre le croisement de niveau 3-2 et le niveau  $|6P_{3/2}, F = 3\rangle$ ). Une autre partie de la puissance de ce laser est prélevée pour être superposée avec les faisceaux de refroidissement afin de générer le faisceau "repompeur piège" (après passage dans les mêmes MAO que les faisceaux de



refroidissement). Ce laser est également utilisé comme référence de fréquence pour réaliser l'asservissement du second laser (L2) par battement optique entre les deux lasers.

Ce second laser est à la base de la génération des faisceaux de refroidissement utilisés dans le MOT, il est donc accordé au voisinage de la raie  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F = 5\rangle$ . Le battement entre les deux lasers L1 et L2 se situe alors dans le domaine hyperfréquence et ce signal est comparé à une référence de fréquence externe afin d'obtenir un signal d'erreur utilisable pour asservir le laser L2. Une partie de la puissance de L2 laser est prélevée pour injecter deux diodes esclaves E1 et E2. Ce processus permet de conserver les propriétés spectrales du laser L2 [Kobayashi 1981] tout en permettant de bénéficier d'une puissance de 150 à 200 mW selon le modèle de diode utilisé. Le faisceau issu de la diode esclave E1, de puissance 150 mW, permet après passage dans un MAO de générer le faisceau qui sera utilisé dans tous les collimateurs bas des deux pièges magnéto-optiques. Le faisceau issu de la diode esclave E2 (puissance 200 mW) permet après division et passage dans deux MAO différents de générer deux faisceaux, utilisés séparément dans les collimateurs hauts de chacun des deux pièges. Ce procédé est nécessaire pour permettre un réglage indépendant des deux sources atomiques. Selon la valeur de la consigne appliquée sur la cale piézo électrique de ce laser, la fréquence en sortie de L2 varie alors entre  $f_{D_2} - 75,65 \text{ MHz}$  et  $f_{D_2} - 75,65 \text{ MHz} - 20\Gamma$ , ce qui permet d'obtenir une fréquence pour les faisceaux de refroidissement après passage dans les MAO refroidissement de  $f_{D_2}$  à  $f_{D_2} - 20\Gamma$ .

Une partie de la puissance de ce laser est également utilisée pour réaliser le faisceau de détection après passage dans un MAO. Une des fonctions nouvelles du banc optique est de pouvoir réaliser la détection des atomes en même temps que la phase de piégeage est en cours. Ceci permet le fonctionnement de l'expérience sans temps mort (mode "jointif"). Lors de cette phase piège, la fréquence du laser L2 est de  $f_{D_2} - 75,65 \text{ MHz} - 2\Gamma$ . La fréquence du MAO détection a donc été choisie à  $+75,65 \text{ MHz} + 2\Gamma$  soit  $+86,25 \text{ MHz}$  pour pouvoir disposer d'un faisceau de détection à résonance lorsque le laser L2 est réglé sur la fréquence de MOT.

Nous détaillons par la suite le montage du banc optique en séparant les parties "repompeur" et "refroidisseur".

### 4.1.3 Génération des faisceaux "repompeurs" sur le banc de refroidissement.

#### Le laser maître L1

##### *Principe d'asservissement.*

La fréquence du laser L1 est asservi en utilisant une méthode de spectroscopie par modulation de fréquence [Hall 1981] dans une cellule contenant une vapeur de Césium.

Cette méthode repose sur l'introduction d'une modulation de fréquence de quelques MHz sur le laser à asservir. Ce procédé génère deux bandes latérales éloignées de la porteuse par la fréquence de modulation. Lorsque ce faisceau laser est envoyé sur une photodiode rapide, nous réalisons (en plus des termes DC), deux battements à la fréquence de modulation résultant des interférences entre chaque bande latérale et la porteuse. Grâce à la symétrie des deux bandes latérales, ces deux termes s'annulent mutuellement. Par contre, si ce faisceau laser traverse un milieu dispersif, la symétrie entre les deux bandes latérales est brisée. Il apparaît alors des différences d'amplitudes au niveau des bandes latérales ou des déphasages au niveau de la porteuse qui vont générer un signal sur la photodiode dépendant de la longueur d'onde.

L'intérêt de ce procédé est qu'il permet de s'affranchir du bruit résiduel sur l'intensité du laser

observé dans les techniques usuelles de spectroscopie par absorption : l'utilisation d'une fréquence de modulation élevée (quelques MHz) permet de rejeter l'information obtenue par spectroscopie à des fréquences où les bruits techniques et les bruits d'amplitude du laser sont très faibles.

*Montage expérimental.*

Le système d'asservissement que nous avons développé en suivant ce principe est représenté figure 4.6. Le faisceau issu du laser L1 traverse un modulateur de phase électro-optique (EOM) résonnant à la fréquence de 5MHz (modèle New focus 4001) piloté par un oscillateur à 5MHz. Cette modulation de phase génère deux bandes latérales éloignées de la porteuse de 5MHz. Ce faisceau traverse alors un montage d'absorption saturée dans une cellule de Césium avant d'être envoyé sur une photodiode rapide (Hamamatsu S6468, 15 MHz de bande passante) permettant de mesurer la somme des deux battements à 5MHz entre la porteuse et les bandes latérales. Ce signal à 5MHz est alors démodulé avec un mélangeur radio fréquence en utilisant le signal de l'oscillateur pilotant l'EOM. Un déphaseur réglable, placé sur le signal de battement, permet d'optimiser l'amplitude du signal d'erreur obtenu après démodulation. Après une étape de filtrage, ce signal est intégré puis sommé au courant de la diode. Une seconde intégration permet d'obtenir un signal de correction à ajouter à la tension contrôlant la position de la cale piézo électrique intégré au laser. Ce schéma de double intégration permet de ne pas introduire de correction continue sur la valeur du courant de la diode.

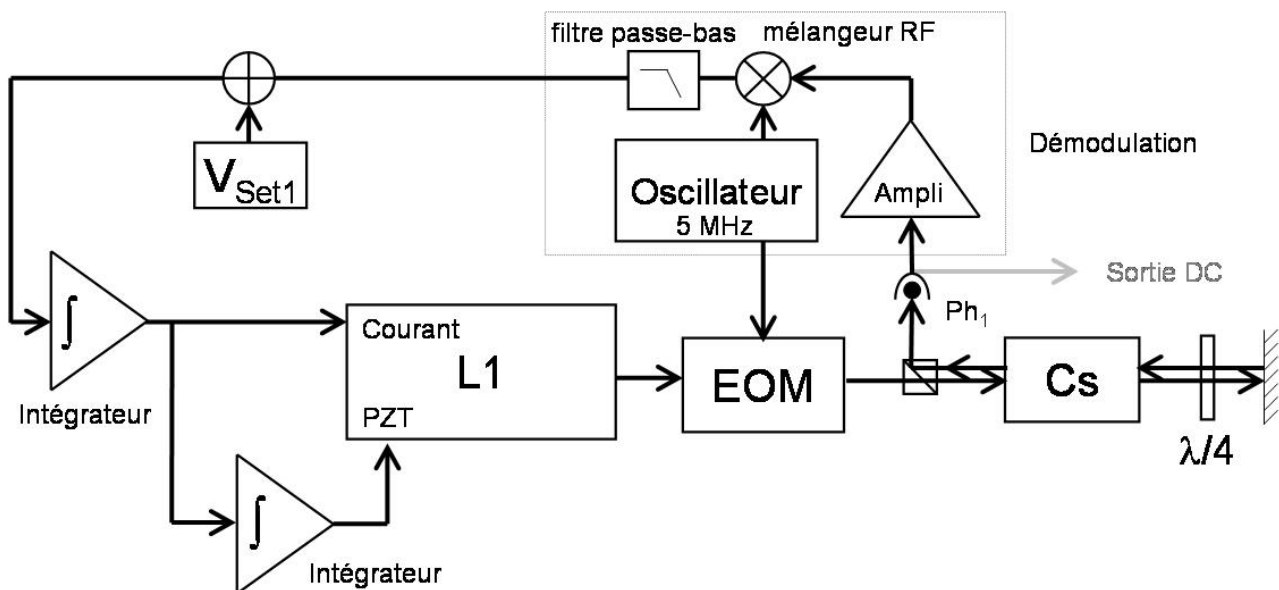


FIG. 4.6 – Boucle d’asservissement du laser L1. Le laser L1 est modulé en phase par un modulateur électro-optique résonnant à 5MHz. Ce faisceau traverse un montage d’absorption saturée avant d’être envoyé sur une photodiode rapide. Après démodulation et intégration, ce signal est utilisé pour effectuer des corrections sur le courant de la diode et la tension de la cale piézo-électrique du laser.

La figure 4.7 est le résultat d'un balayage du courant de la cale piézo-électrique en boucle d'asservissement ouverte. Ceci permet d'observer les différentes raies d'absorption saturée dans la cellule de Césium obtenue par la sortie continue de la photodiode rapide ainsi que le signal d'erreur démodulé avant les étapes d'intégration. Le croisement de niveaux 3-2 est choisi pour réaliser l'asservissement de ce laser.

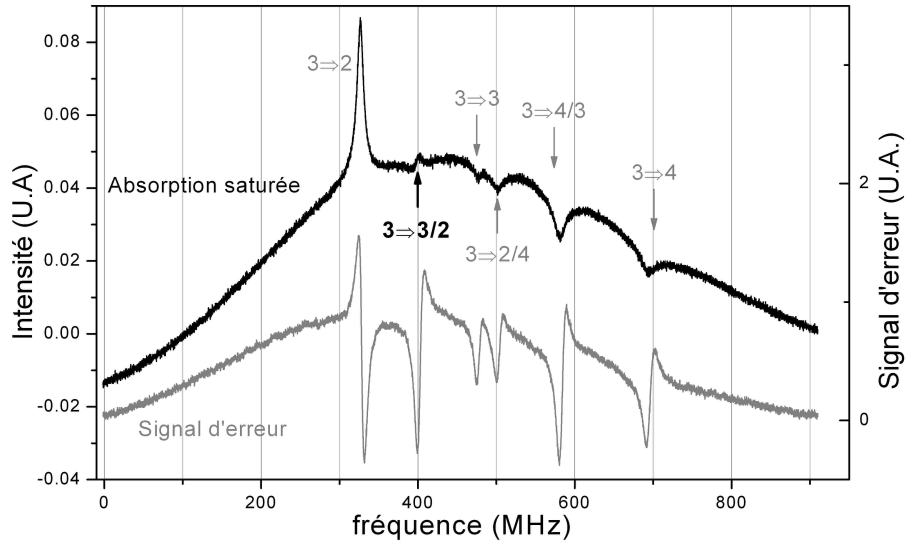


FIG. 4.7 – Absorption saturée et signal d'erreur du laser repompeur accordé sur la raie  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers excité. L'asservissement du laser est effectué sur le croisement de niveaux  $|6P_{3/2}, F' = 3\rangle$  et  $|6P_{3/2}, F' = 2\rangle$ .

### Montage de la partie "repompeur"

Nous abordons dans cette section le montage sur le banc optique de l'ensemble de la partie la partie "repompeur" qui est représenté figure 4.8. Cette partie repose sur le laser L1 qui fournit une puissance de 25 mW. Le faisceau issu de ce laser traverse tout d'abord une étape de mise en forme par deux lentilles cylindriques qui permettent de le circulariser. Il traverse ensuite un isolateur optique évitant les retours pouvant perturber le fonctionnement du système laser. Le faisceau est ensuite divisé plusieurs fois afin de réaliser les fonctions suivantes :

- Tout d'abord,  $150 \mu W$  sont prélevés pour réaliser l'asservissement du laser L1. Dans cette partie, un système de télescope formé d'une lentille divergente et convergente permet d'obtenir un faisceau d'environ 3 mm utilisé pour réaliser l'absorption saturée dans une cellule de Césium protégée par un blindage magnétique.
- Une partie du faisceau précédemment divisé est alors utilisé pour réaliser le battement avec L2.
- Une autre partie est injectée dans une fibre optique après une étape de mise en forme pour être utilisé comme référence pour l'asservissement du laser  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers l'état excité sur le banc Raman.
- Une partie du laser L1 permet également de générer le faisceau "repompeur détection" après passage dans un acousto-optique de fréquence 86,25 MHz. Un même système de télescope est utilisé pour permettre une bonne efficacité de diffraction et un couplage optimal dans la fibre optique. Le modulateur ainsi qu'un obturateur mécanique sont placés au col du faisceau laser.
- Le reste du faisceau issu de L1 (environ 10 mW) est superposé au faisceau refroidisseur dans le piège. Un système de télescope permet de réaliser l'adaptation de mode avec le faisceau de refroidissement.

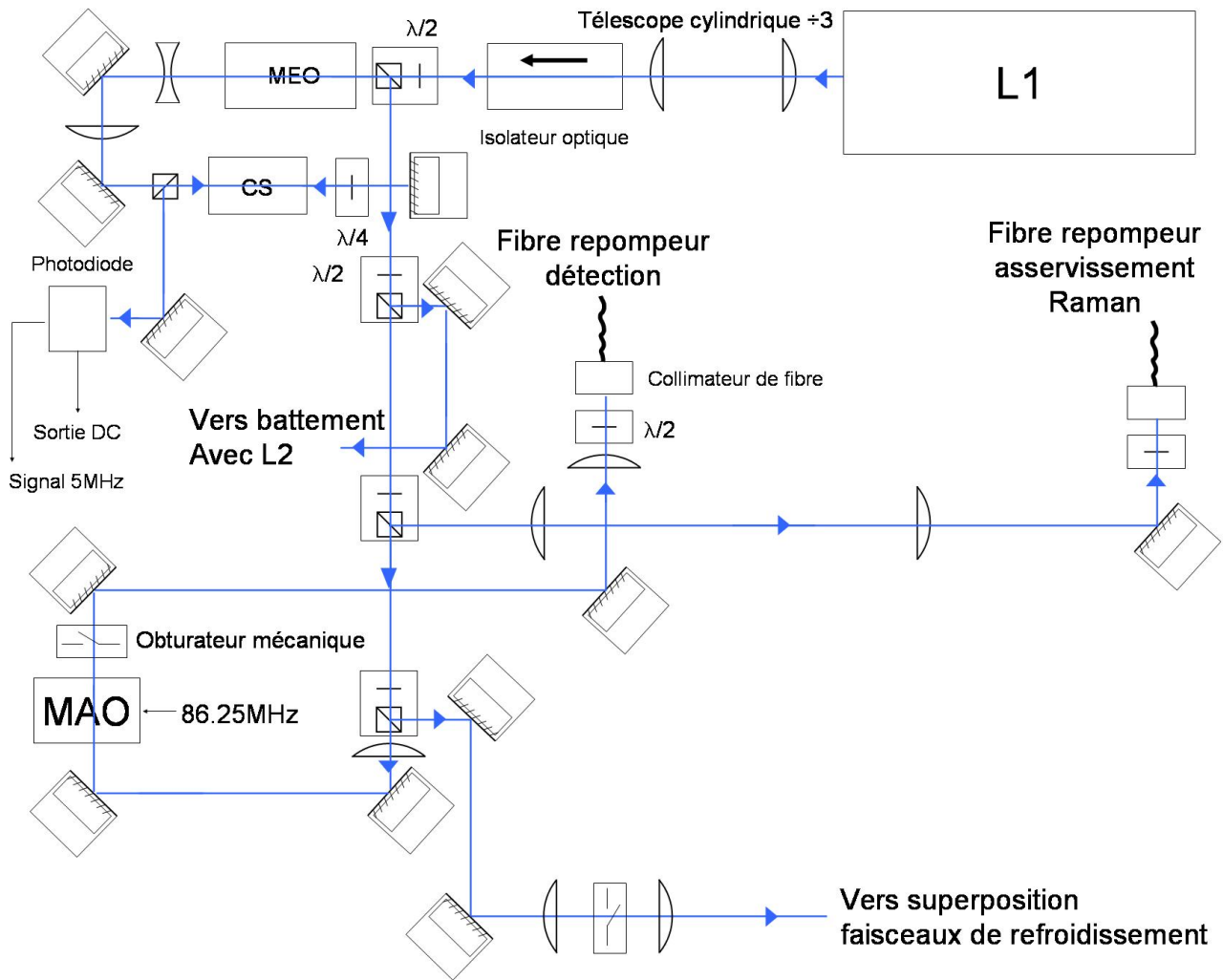


FIG. 4.8 – Partie "repompeur" du banc de refroidissement. Une partie du faisceau de L1 est utilisé pour réaliser son asservissement. La puissance restante est répartie pour le battement avec L2, l'asservissement de fréquence sur le banc Raman, le faisceau "repompeur détection", et la superposition au refroidisseur pour le fonctionnement du piège magnéto-optique.

#### 4.1.4 Partie "refroidisseur" du banc de refroidissement

##### Le laser maître L2

Le laser maître L2 est à la base de la génération des faisceaux de refroidissement. Sa fréquence est asservi par battement par rapport au Laser de référence L1.

Le principe de cet asservissement est présenté figure 4.9. Les faisceaux issus de L1 et L2 sont superposés grâce à l'utilisation d'un cube, puis envoyés sur un photoconducteur rapide (Hamamatsu modèle G4176, de 10 GHz de bande). La somme des puissances des deux lasers au niveau du photoconducteur est de 5 mW. Afin de disposer de faisceaux refroidisseurs dont la fréquence pendant la phase de piégeage est de  $f_{D_2} - 2\Gamma$ , le laser L2 doit être asservi à une fréquence  $f_{D_2} - 2\Gamma - 75,65$  MHz

(en prenant en compte les modulateurs des faisceaux refroidisseur). La fréquence du battement entre les laser L1 et L2 est alors de 8,75 GHz.

Après amplification, ce signal hyperfréquence est ramené dans le domaine radio-fréquence par battement avec un signal de référence à 9,2 GHz fourni par la chaîne de fréquence servant pour la sélection micro-onde des atomes. Le signal radio-fréquence ainsi obtenu est divisé par 512 avant d'être envoyé sur un convertisseur fréquence-tension (CFT) possédant un facteur de conversion de 10 V/MHz. La sortie du CFT est filtrée grâce à un filtre passe bas d'ordre 4 de fréquence de coupure 55 kHz permettant d'éliminer du signal de sortie le résidu important de modulation à la fréquence d'entrée du convertisseur fréquence tension.

Le signal ainsi obtenu est sommé avec une consigne  $V_{Set2}$  délivrée par l'ordinateur de contrôle de l'expérience permettant ainsi faire varier la fréquence d'asservissement. Cette même consigne est envoyée directement sur la cale piézo-électrique en la sommant avec le signal d'erreur intégré. Ce procédé permet au laser de rester asservi lorsque de brusques changements de fréquence sont programmés par la tension de consigne.

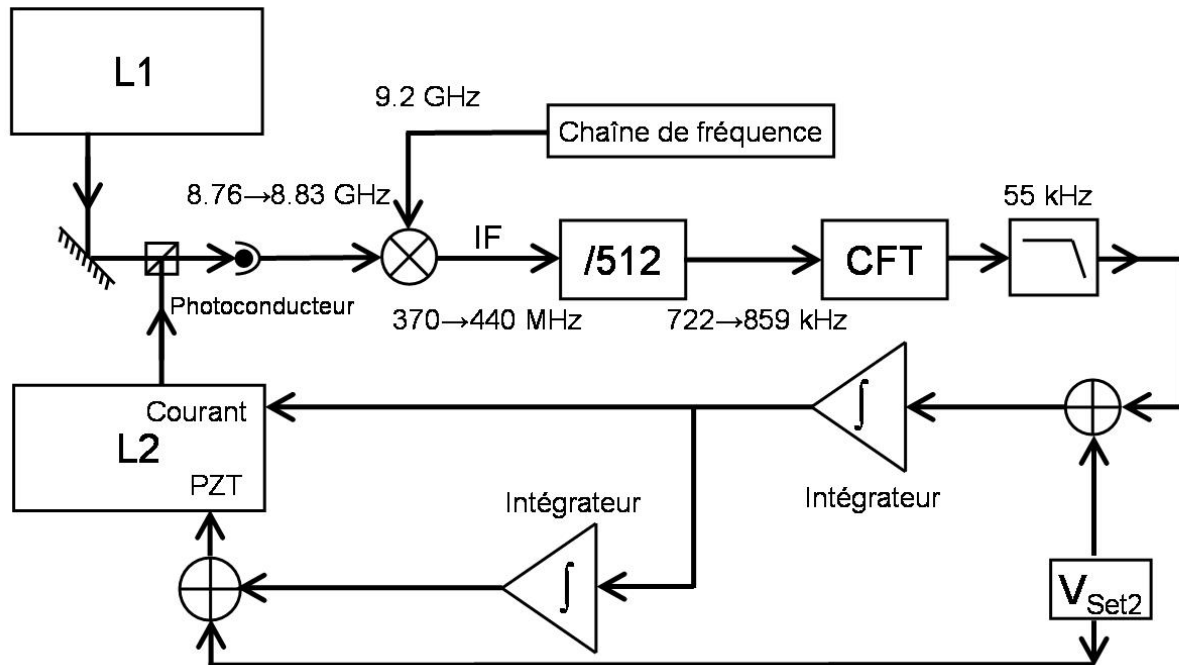


FIG. 4.9 – Boucle d'asservissement du laser L2. Les lasers L1 et L2 sont superposés avant d'être envoyés sur un photoconducteur rapide. Nous réalisons le battement de ce signal avec une référence de fréquence à 9,2 GHz. Après division par 512, le signal est envoyé sur un convertisseur fréquence tension (CFT). Le signal est ensuite filtré puis intégré avant d'être envoyé sur le courant et la tension de la cale piézo électrique du laser. Une consigne  $V_{Set2}$  permet de choisir la fréquence d'asservissement de L2.

### Montage de la partie "refroidissement"

Nous traitons dans cette section le montage sur le banc optique de l'ensemble de la partie "refroidissement" représenté figure 4.10 dont le fonctionnement repose sur le laser L2 qui fournit une puissance de 30 mW. De la même manière que pour L1, le laser L2 traverse tout d'abord une étape

de mise en forme puis traverse un isolateur optique. Il est ensuite divisé pour réaliser les fonctions suivantes :

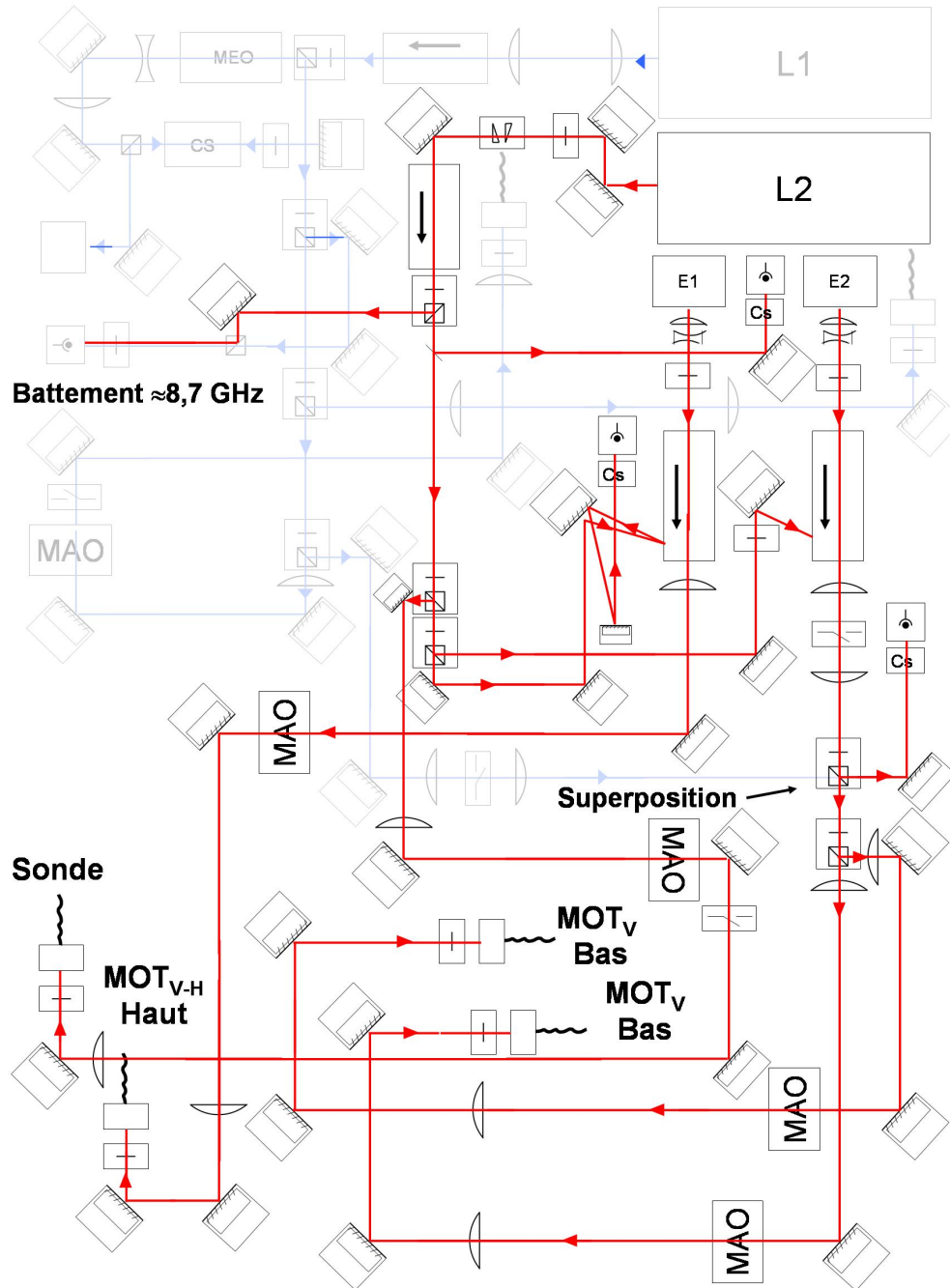


FIG. 4.10 – Montage de la partie "refroidisseur" du banc optique (rouge). Le laser maître L2 asservi en fréquence par rapport à L1 injecte deux diodes esclaves E1 et E2. Ces diodes génèrent trois faisceaux de refroidissement servant à réaliser les faisceaux haut et bas des deux pièges V et F. Nous superposons une partie du faisceau issu de L1 au faisceau E2 afin de repomper les atomes pendant la phase piège. Une partie de la puissance de L2 sert à générer le faisceau sonde.

- Tout d'abord, une partie du faisceau est prélevée vers un montage d'absorption servant à vérifier le bon fonctionnement du laser si nécessaire.
- Le faisceau est ensuite divisé pour permettre l'injection de deux lasers esclaves E1 et E2 fournissant respectivement une puissance de 150 et 200 mW. Cette étape nécessite une puissance de l'ordre de 100  $\mu$ W par laser esclave.
- Le reste de la puissance est affecté à la réalisation du faisceau sonde obtenu après passage dans un modulateur acousto optique à 75.65 MHz et injection dans une fibre optique. Un obturateur mécanique rapide (coupure 30  $\mu$ s) permet de moduler son intensité. Contrairement à l'ancien banc de refroidissement qui utilisait une sortie du coupleur de fibre réalisant les faisceaux de refroidissement du MOT, nous disposons ici d'un faisceau sonde indépendant pour permettre un contrôle indépendant du système de détection. La puissance disponible en sortie de fibre est de 3mW permettant une intensité de détection de  $\approx 3 I_{sat}$ .

L'injection des deux diodes esclaves permet d'obtenir une intensité suffisante pour le processus de refroidissement. Les faisceaux issus de ces diodes sont tout d'abord circularisés avec un dispositif similaire à celui des lasers maîtres. Deux obturateurs mécaniques permettent une coupure totale de ces faisceaux. Ces dispositifs sont placés au col d'un système de télescope de rapport 1/1 permettant d'obtenir un temps de coupure rapide. Le faisceau "repompeur piège" est superposé avec celui issu de E2. Le faisceau ainsi obtenu est séparé en deux.

Les deux faisceaux issus de E2 et le faisceau issu de E1 sont alors chacun injectés dans une fibre optique après passage dans un modulateur acousto optique à 75.65 MHz. Ces modulateurs sont utilisés pour réaliser la modulation de puissance des faisceaux des pièges nécessaire au fonctionnement d'un cycle de refroidissement. Ils permettent également d'introduire une différence de fréquence entre les faisceaux hauts et les faisceaux bas de chaque piège nécessaire au lancement des atomes.

Grâce à ce montage nous obtenons une puissance maximale en sortie de fibre de 35 mW pour chacune des deux fibres générant les faisceaux haut du piège et de 75 mW pour celle générant les faisceaux du bas. Ces faisceaux sont ensuite utilisés pour réaliser les pièges magnéto-optiques après des étapes de division et mise en forme présentées dans la section suivante.

## 4.2 Les deux pièges magnéto-optiques

Nous présentons dans cette section l'ensemble des éléments utilisés pour réaliser les deux pièges magnéto-optiques à partir des faisceaux mis au point sur le banc de refroidissement. Nous étudions tout d'abord le système de coupleur de fibre permettant de répartir la puissance de ces faisceaux d'une manière équilibrée vers les 12 fibres générant chacune un faisceau de piégeage. Nous présentons ensuite la mise en forme de ces faisceaux dans les collimateurs de refroidissement avant d'aborder leur montage sur l'enceinte à vide.

### 4.2.1 Coupleur de fibre

#### Nouvelle conception

L'ancien système de refroidissement utilisait un coupleur de fibre basé sur une technologie tout fibré. Il était constitué de deux coupleurs 2x8 composés chacun de sept coupleurs 2x2 mis en cascade. La division de puissance dans chaque coupleur 2x2 était assurée par un couplage évanescent entre

deux fibres optiques. Les performances de ce système étaient très limitantes pour obtenir un refroidissement correct car l'équilibrage de puissance en sortie de fibre n'était pas assuré et la puissance disponible en sortie de chaque fibre fluctuait avec la température de manière très importante ( $\pm 2\%$  même après asservissement en température du coupleur) [Holleville 2001].

Nous avons donc mis au point un nouveau système de coupleur de fibre. Afin de pouvoir optimiser indépendamment les deux sources (refroidissement et vitesses de lancement différentes), nous avons opté pour une géométrie utilisant deux coupleurs 2x3 et un coupleur 2x6. Ce dispositif est basé sur l'utilisation d'éléments discrets montés sur une plaque en Invar choisi pour son faible coefficient de dilatation thermique (environ  $10^{-6} \mu\text{m.K}^{-1}$ ). L'utilisation d'éléments discrets nous permet d'optimiser finement in-situ l'équilibrage des sorties du coupleur et donc la puissance de chaque faisceau de refroidissement. Ceci est nécessaire pour une complète optimisation de la température des sources atomiques. Le principe du montage est montré figure 4.11, le faisceau issu de chaque fibre piège du banc de refroidissement est branché sur un collimateur réglable (modèle OFR PAF-X-5-NIR) permettant d'obtenir un faisceau collimaté de 1mm de diamètre. Ce faisceau traverse alors un polariseur (modèle OFR Polarcor, 40 dB d'atténuation sur la mauvaise polarisation) permettant de nettoyer la polarisation en sortie de fibre et ainsi de ne pas changer le rapport d'équilibrage des sorties du coupleur de fibre lorsque la polarisation d'entrée fluctue. Le faisceau est alors divisé par l'utilisation successive de lames  $\lambda/2$  et de cubes séparateurs de polarisation. Il est alors possible d'optimiser la puissance de chaque sortie en tournant les lames  $\lambda/2$ . Lors du montage du système, nous avons dû incliner de plusieurs degrés chaque cube afin d'éviter des phénomènes d'interférences. A la sortie de chaque cube, la polarisation est nettoyée par un polariseur puis est renvoyé sur un collimateur réglable. Ce dispositif nous permet d'obtenir une puissance en sortie de chaque fibre d'environ 3 mW. Divers mesures ont été effectuées pour caractériser la stabilité de ce système.

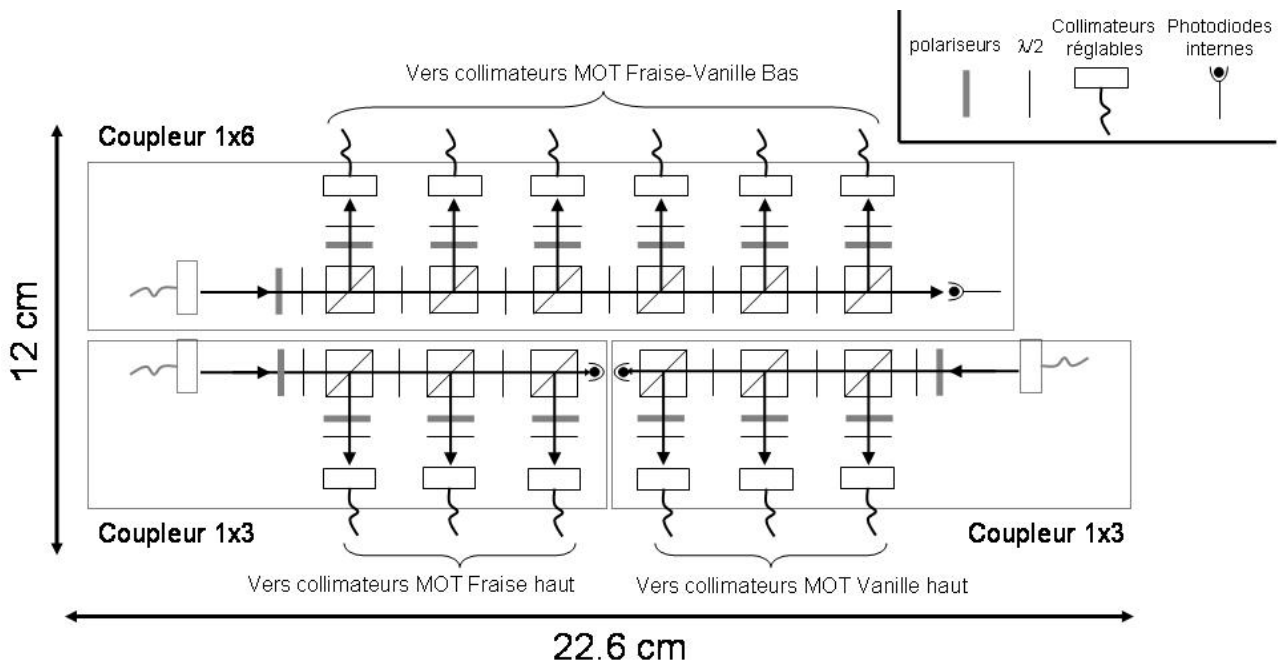


FIG. 4.11 – Principe du nouveau coupleur de fibre basé sur des éléments discrets. Il est constitué de deux coupleurs 1x3 et d'un coupleur 1x6. Après collimation des fibres d'entrée par des collimateurs réglables, la puissance de chaque faisceau de refroidissement est divisé par une succession de lames  $\lambda/2$  et de cubes séparateurs de polarisation. Des photodiodes permettent de contrôler la stabilité de puissance dans chaque ligne.



### Stabilité du système

Nous avons tout d'abord mesuré la stabilité de puissance dans chacun des coupleurs 1x3 et 1x6 en utilisant les photodiodes internes. Cette mesure traduit la stabilité de puissance injectée dans chaque fibre sur le banc de refroidissement, la stabilité de polarisation dans ces mêmes fibres ainsi que l'absence d'éventuels phénomènes d'interférence dans le coupleur de fibre. Le résultat de cette mesure dans un des coupleurs 1x3 est présenté figure 4.12 et montre une stabilité mieux que deux pour 1000 à 10000 secondes. La dérive long terme est due aux fluctuations de couplage d'entrée des fibres optiques sur le banc de refroidissement. Nous avons effectué en même temps une mesure de la stabilité du rapport de puissance de deux sorties du même coupleur 1x3. Il est impératif que ce rapport reste stable à mieux que le pour cent si on veut conserver un équilibrage de puissance optimal des faisceaux de refroidissement. On peut observer figure 4.12 que ce rapport reste en dessous de  $5 \cdot 10^{-4}$  pour des temps de mesures jusqu'à 10000 secondes. La stabilité de puissance obtenue avec ce dispositif s'avère donc très bonne et même légèrement meilleure que celle de dispositifs commerciaux basés sur le même concept [Cheinet 2005]. Néanmoins, compte tenu du temps très important passé à la conception de ce système, la solution commerciale peut paraître, à posteriori, comme un bon compromis.

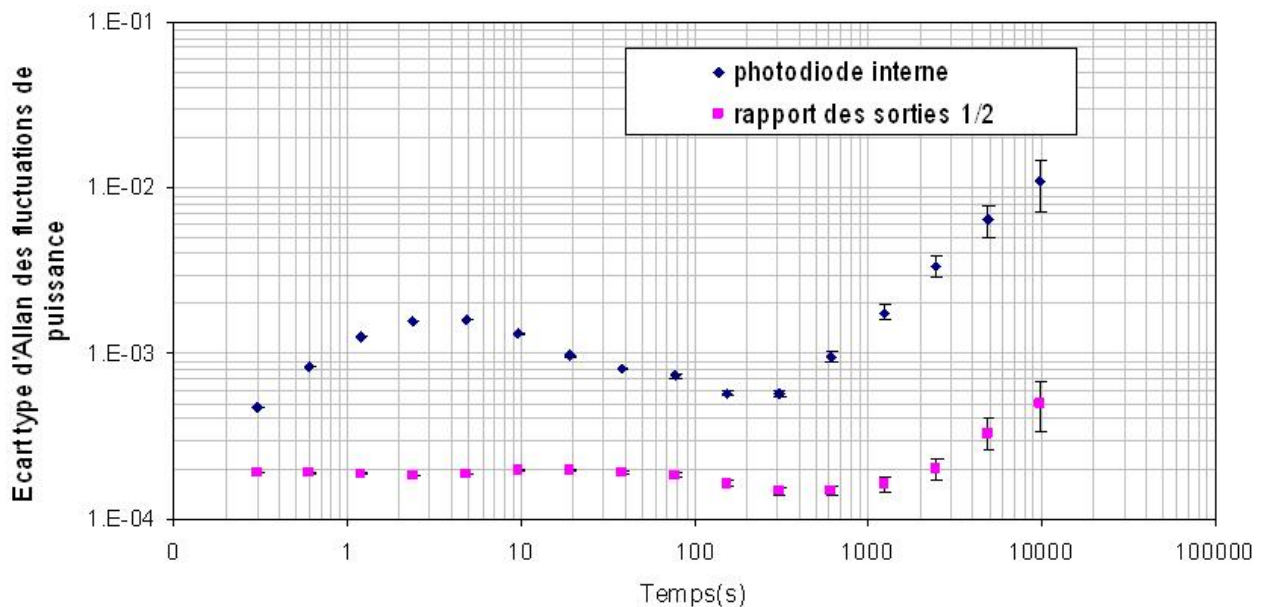


FIG. 4.12 – Stabilité de puissance dans un des coupleurs de fibre 1x3, mesurée avec sa photodiode interne ainsi que la stabilité du rapport de puissance entre deux sorties de ce même coupleur.

Il convient de remarquer que ces mesures de stabilité ont été effectuées avec le coupleur de fibre isolé par une boîte en aluminium, l'ensemble étant placé dans le laboratoire dont la température fluctue de l'ordre de 1 à 2°C (sur quelques minutes). Les mesures de stabilité présentées par la suite sont réalisées avec le coupleur de fibre placé dans une boîte isolant thermiquement l'ensemble de l'enceinte à vide. Les fluctuations de température à l'intérieur de cette boîte sont de l'ordre de 1/100°C. Les fluctuations d'intensité des faisceaux du piège seront ainsi limitées **uniquement** par les fluctuations des fibres d'entrée du coupleur (celles-ci étant en grande partie en dehors de la boîte d'isolation thermique).

Les faisceaux issus des fibres optiques du coupleur sont ensuite mis en formes (diamètre, collimation, polarisation) par des collimateurs fixés sur l'enceinte à vide. Les systèmes de mise en forme

utilisés précédemment étaient liés à l'ancien coupleur, il est donc apparu la nécessité de mettre au point un nouveau modèle de collimateur que nous présentons par la suite.

#### 4.2.2 Les collimateurs de refroidissement

Afin d'assurer le processus de refroidissement, les faisceaux du piège doivent remplir certaines contraintes. Tout d'abord, chaque faisceau doit être correctement collimaté et avoir une bonne qualité de front d'onde. Ensuite, deux faisceaux de piégeage opposés doivent avoir une polarisation  $\sigma+$   $\sigma-$  et des intensités égales. Enfin, le système optique de mise en forme de ces faisceaux à partir des fibres issues du coupleur doit répondre à des contraintes d'encombrement, chaque piège possédant un blindage magnétique de dimension réduite. Le système de collimateur mis au point est décrit figure 4.13.

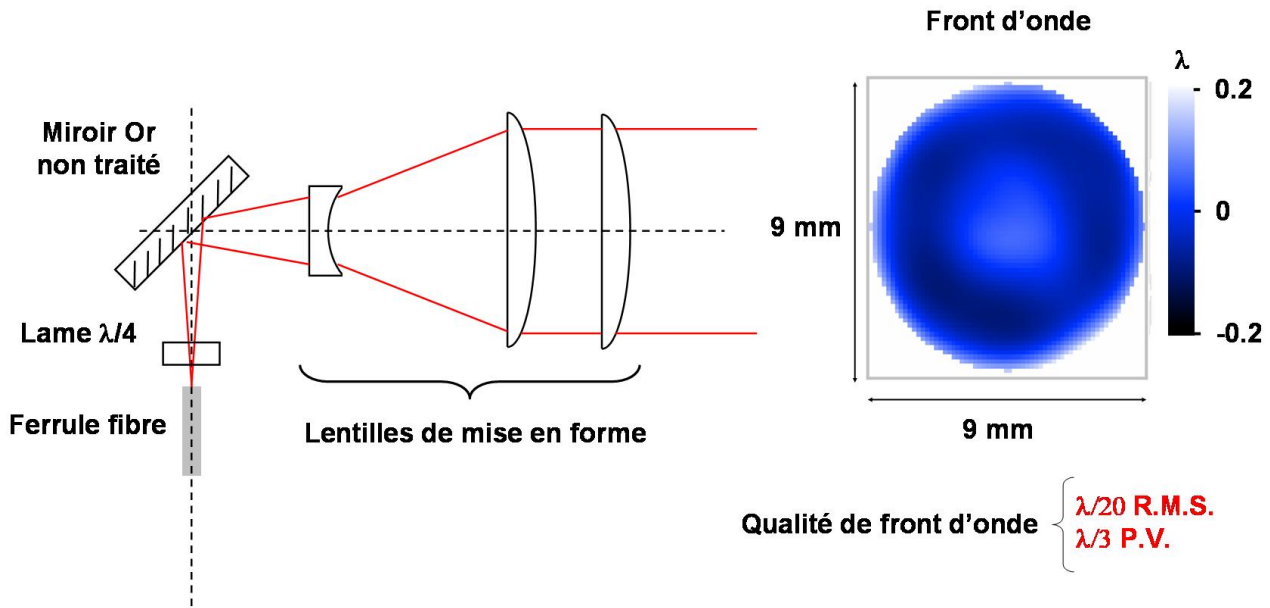


FIG. 4.13 – Principe des nouveaux collimateurs de refroidissement. Le faisceau issu d'une fibre optique du coupleur traverse une lame  $\lambda/4$  permettant d'obtenir une polarisation  $\sigma+$  ou  $\sigma-$ . L'axe optique est replié en utilisant un miroir doré. Une combinaison de trois lentilles permet d'obtenir un faisceau de waist 9 mm.

Le faisceau issu de la fibre optique traverse une lame  $\lambda/4$  ordre 0 orienté pour obtenir une polarisation  $\sigma+$  ou  $\sigma-$ . Pour les contraintes d'encombrement, l'axe optique est alors replié en utilisant un miroir en or non traité permettant de ne pas modifier la polarisation. Le faisceau est alors mis en forme par une combinaison optique à trois lentilles basée sur une lentille divergente et deux lentilles convergentes. Cette combinaison est calculée pour avoir un encombrement réduit tout en ayant une bonne qualité de front d'onde. Le waist du faisceau à l'issue de cette combinaison est de 9 mm ce qui donne des intensités lumineuses au centre de  $3.7 \text{ mW.cm}^{-1}$  soit environ  $3 I_{sat}$  à résonance.

La qualité de front d'onde des faisceaux mesurée avec un analyseur de type Shack-Hartmann (visible figure 4.13) est également compatible avec un refroidissement correct. Nous obtenons ainsi une valeur typique de  $\lambda/20$  R.M.S et  $\lambda/3$  P.V. pour l'ensemble de ces systèmes.

Enfin, ces nouveaux collimateurs sont équipés d'une photodiode placée perpendiculairement à leurs ferrules et évaluant leur lumière diffusée. Il est alors possible, in-situ, de mesurer et d'optimiser la

puissance de chaque faisceau lors du fonctionnement du piège.

Afin d'obtenir un refroidissement optimal des atomes, nous avons développé un système mécanique de réglage de ces collimateurs sur l'enceinte à vide que nous présentons par la suite.

### 4.2.3 Le réglage des collimateurs

Les collimateurs du précédent système utilisaient l'enceinte à vide comme référence des trois directions des paires de faisceaux de refroidissement. Ainsi les trois collimateurs du bas de chaque source étaient plaqués sur le système à vide et les trois collimateurs du haut étaient réglés pour obtenir un retour dans le collimateur opposé, utilisé comme référence. Avec ce système, il n'était pas possible d'obtenir un refroidissement optimal car l'orthogonalité des surfaces de l'enceinte à vide n'est pas assuré. De plus, l'orientation du trièdre ainsi obtenu dans l'espace n'était pas non plus correcte puisque des mesures ont montré que les atomes étaient lancés sur des trajectoires différentes de plusieurs mm au niveau de la zone d'interrogation Raman.

Un système de réglage indépendant du système à vide a donc été développé. Il consiste en deux parties : la première est un trièdre optique de référence qui assure l'orthogonalité des directions de refroidissement, la seconde est un système de cales qui permet d'orienter ce trièdre dans une direction bien définie de l'espace et d'une manière symétrique pour les deux sources de refroidissement afin d'assurer la superposition des trajectoires atomiques. Le schéma de ces deux parties est représenté figure 4.14. Le trièdre de référence est constitué de trois pièces perpendiculaires en laiton sur lesquelles sont collées trois miroirs de référence. L'orthogonalité de ces miroirs est assurée à mieux que 10 secondes d'arc par un réglage au goniomètre. Le système de cales est constitué d'un V de référence monté sur une pièce en laiton dont les angles sont usinées à mieux que 20 secondes d'arc. Cet ensemble de deux pièces est orienté dans le plan horizontal par l'utilisation d'une troisième cale en laiton usinée selon les mêmes contraintes.

Le processus de montage consiste alors à régler les collimateurs du haut du piège de sorte à obtenir un retour dans leur fibre optique grâce aux miroirs de référence du trièdre. Les cales et le trièdre sont ensuite enlevés et les collimateurs de bas du piège sont réglés en prenant comme référence ceux du haut (on cherche ainsi à ré-injecter leur lumière dans les collimateurs de référence du haut).

## 4.3 Pilotage du refroidissement.

Après la description du nouveau banc laser et le remontage des nouveaux pièges magnéto-optiques nous décrivons le système de pilotage permettant d'effectuer un cycle de refroidissement.

Pour assurer les différentes étapes de refroidissement et de lancement des atomes, il est nécessaire de pouvoir moduler l'intensité et la fréquence des faisceaux pièges. L'évolution temporelle de ces paramètres est décrite figure 4.15 et se décompose selon les phases suivantes :

- Piège Magnéto-optique : durée 140 ms.  
Le désaccord des faisceaux de refroidissement est fixé à  $-2 \Gamma$ . Leur intensité est maximale tout en gardant l'équilibre entre les faisceaux du haut et ceux du bas.
- Mélasse optique : durée 15 ms.  
Le champ magnétique est coupé et le désaccord des faisceaux est fixé à  $-5 \Gamma$ . Leur intensité est légèrement diminuée par rapport à la valeur piège.

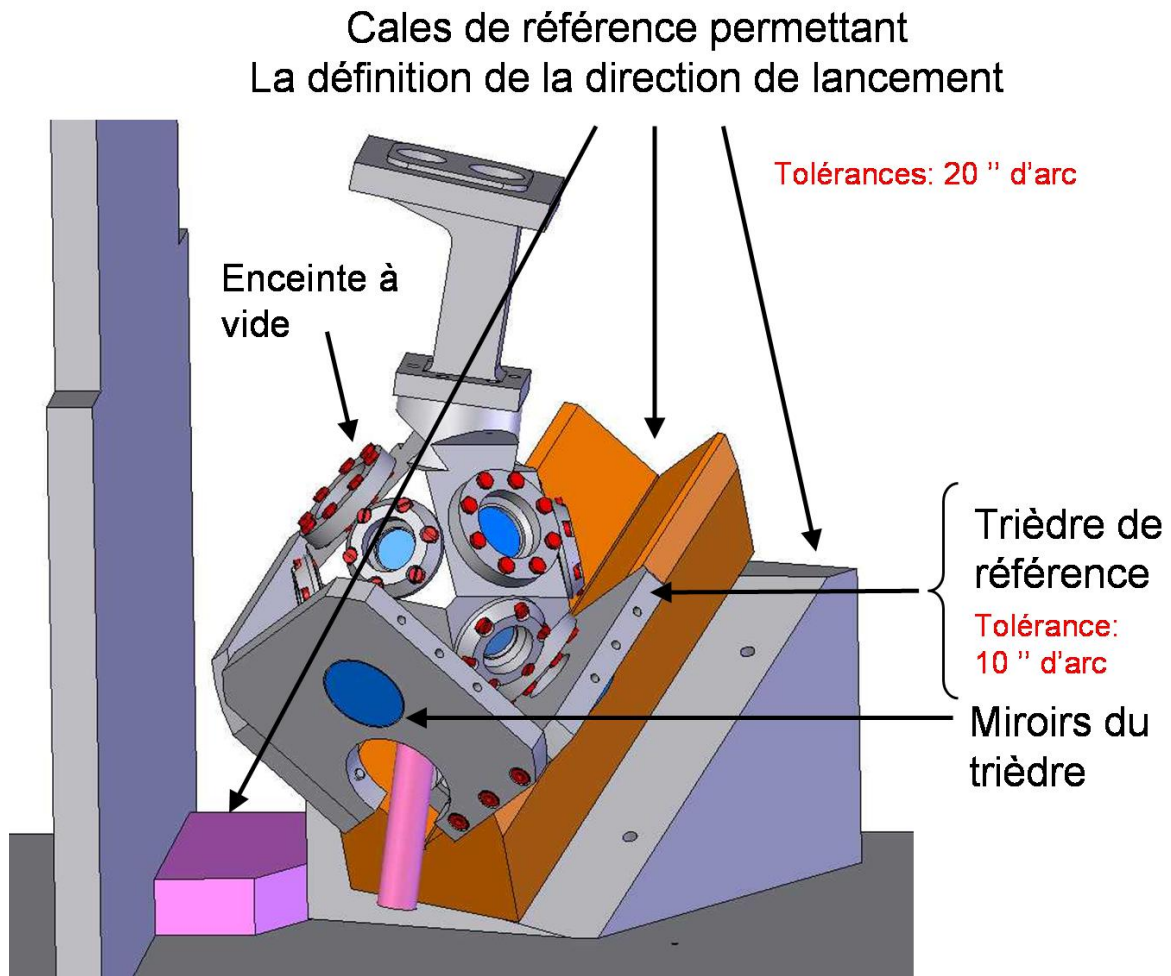


FIG. 4.14 – Système de réglage des nouveaux collimateurs de refroidissement sur l'enceinte à vide. Ce système consiste en un trièdre de référence constitué de trois miroirs orthogonaux. L'orientation de ce trièdre dans l'espace est défini par un système de trois cales usinées avec une grande précision.

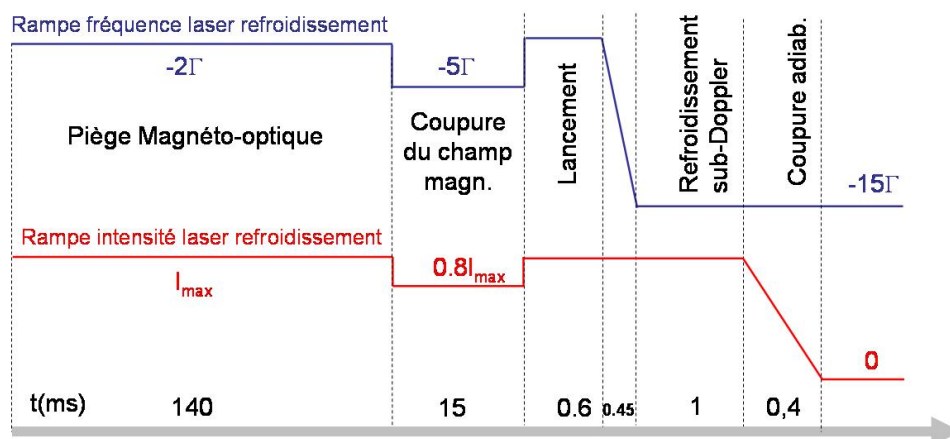


FIG. 4.15 – Modulation temporelle de la fréquence et de l'intensité des faisceaux de piégeage nécessaire à la réalisation du refroidissement et du lancement des atomes.

- Lancement : durée totale  $600 \mu\text{s}$ .  
Le désaccord des faisceaux de refroidissement est fixé à  $-2 \Gamma$ . Les lasers refroidisseurs du bas du piège sont désaccordés d'une valeur supplémentaire de  $3.2 \text{ MHz}$  pour créer la mélasse mouvante. L'intensité des faisceaux lasers du haut est diminuée par rapport à ceux du bas.
- Refroidissement sub Doppler : durée  $1 \text{ ms}$ .  
Le désaccord de faisceaux est augmenté progressivement pendant  $450 \mu\text{s}$  jusqu'à la valeur de  $-15 \Gamma$  afin d'atteindre des températures sub-Doppler.
- Coupure adiabatique : durée  $400 \mu\text{s}$ .  
L'intensité des lasers refroidisseurs est coupée le plus rapidement possible tout en restant adiabatique pendant  $400 \mu\text{s}$ .

Pour réaliser les changements de fréquence sur les faisceaux refroidisseurs, nous utilisons une rampe de tension délivrée par l'ordinateur de pilotage de l'expérience et appliquée comme consigne au laser L2 (signal  $V_{Set2}$ ). Le contrôle de l'intensité de ces faisceaux est réalisée en modulant la puissance du signal radio-fréquence pilotant les modulateurs acousto-optiques (AOM) piège sur le banc de refroidissement. Enfin, les différences de fréquences de quelques MHz entre les faisceaux de refroidissement nécessaires à la phase de lancement sont introduits en modifiant la fréquence de ces mêmes AOM.

Le système mis au point pour le pilotage des AOM est présenté figure 4.16.

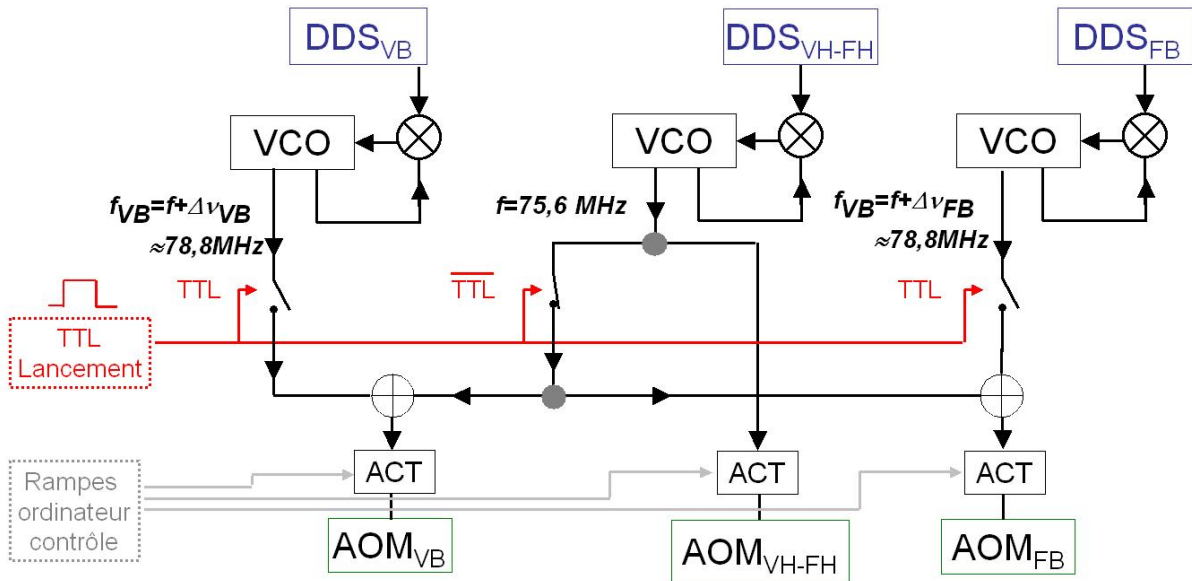


FIG. 4.16 – Système de pilotage des AOM de refroidissement. Des oscillateurs commandables en tension (VCO) asservis sur des synthétiseurs de fréquence génèrent les fréquences de piégeage et de lancement. Ces fréquences sont envoyées aux AOM de refroidissement (selon l'état du TTL de lancement délivré par l'ordinateur de contrôle) à l'aide d'un système d'interrupteurs et de sommations. L'amplitude des signaux envoyés aux MAO est ensuite modulée en utilisant des atténuateurs commandables en tension (ACT) commandés par des rampes de tension délivrées par ordinateur.

Un système de trois oscillateurs commandables en tension (VCO), asservis sur des synthétiseurs

de fréquence, génère trois fréquences :

$$\begin{aligned} f_{VH-FH} &= 75.6 \text{ MHz} \\ f_{VB} &= 75.6 + \Delta\nu_{IV} \text{ MHz} \\ f_{FB} &= 75.6 + \Delta\nu_{IF} \text{ MHz} \end{aligned}$$

où  $\Delta\nu_{IV}$  et  $\Delta\nu_{IF}$  sont les différences de fréquence à appliquer (environ 3.2 MHz) sur les faisceaux refroidisseurs du bas pour assurer le lancement des sources F et V. Un système formé de diviseurs radio-fréquence, de sommateurs et d'atténuateurs commandables en tension permet de générer les fréquences correctes à envoyer aux AOM de refroidissement. La fréquence  $f_{VH-FH}$  est ainsi envoyée en permanence sur les collimateurs du haut (pilote par l'AOM<sub>VH-FH</sub>) et sur les collimateurs du bas pendant la phase de refroidissement. Les fréquences  $f_{VB}$  et  $f_{FB}$  sont envoyées respectivement sur les collimateurs du haut des sources V et F (pilotes par les l'AOM<sub>VB</sub> et l'AOM<sub>FB</sub>) pendant la phase de lancement. Enfin, un atténuateur commandable en tension est placé sur chacune des sorties pour permettre de moduler l'intensité des faisceaux de refroidissement. Ces trois systèmes sont pilotés par des rampes de tension indépendantes délivrées par l'ordinateur de contrôle.

Nous avons donc décrit l'ensemble des éléments réalisés lors de cette thèse afin d'obtenir deux nouveaux pièges magnéto-optiques de caractéristiques optimales. Nous avons monté un nouveau banc optique et un coupleur de fibre de grande stabilité. Grâce un nouvel ensemble de contrôle, la géométrie de ces systèmes permet de régler indépendamment les paramètres des deux pièges. Enfin, une attention particulière à été apportée au montage des collimateurs du piège afin d'assurer un refroidissement optimal et la superposition des trajectoires atomiques.

## 4.4 Caractérisation des sources atomiques.

Nous nous intéressons dans cette section à évaluer expérimentalement les performances des nouvelles sources atomiques. Nous présentons tout d'abord des mesures du nombre total d'atomes chargés dans les deux pièges magnéto-optiques. Nous nous intéressons ensuite à la qualité et à la stabilité de la sélection micro-onde dont dépend le nombre d'atomes utiles dans le bon sous niveau magnétique. Nous étudions ensuite combien d'atomes sont détectés à l'issu d'un vol parabolique et à quelle température. Comme nous l'avons vu précédemment, la qualité de ces deux paramètres est cruciale afin de ne pas dégrader le rapport signal à bruit de l'expérience.

La seconde partie de cette section est consacrée à la superposition et à la stabilité des deux trajectoires atomiques. L'évaluation de la stabilité est réalisée par des mesures de fluctuation de vitesse dans les deux directions d'interrogation Raman et de fluctuation du temps d'arrivée des nuages d'atomes dans les faisceaux de détection. Ces deux mesures sont ensuite utilisées conjointement afin d'en déduire la stabilité de position initiale des pièges.

### 4.4.1 Les pièges magnéto-optiques

Nous évaluons dans cette section le nombre d'atomes piégés lors de la phase MOT et la constante de temps de chargement des deux pièges. Ces mesures s'effectuent en utilisant un système de photodiode que nous présentons par la suite.

### Système de photodiode piège

Ce système est composé d'une lentille biconvexe de courte focale ( $f = 20$  mm) imageant la fluorescence des atomes présents dans le piège sur une photodiode (modèle Hamamatsu S1317-66BQ de taille 6 mm sur 6 mm). Ce signal est ensuite amplifié par un circuit en transimpédance.

Le nombre de cycles émission-absorption de lumière par atome et par seconde est donné par la formule :

$$n = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}$$

où  $\frac{\Gamma}{2\pi} = 5,3$  MHz est la largeur naturelle de la raie  $D_2$  du Césium utilisée pour le refroidissement des atomes et  $s$  le paramètre de saturation prenant en compte les 6 lasers du piège d'intensité au centre  $I \approx 3 I_{sat}$  et désaccordés de  $\delta = -2 \Gamma$  pendant la phase piège :

$$s = 6 \frac{\frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}} + 4 \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2}$$

soit  $s = 0.85$  (nous prenons dans ce calcul les coefficients de Clebsch-Gordan égaux à 1 ce qui conduit à l'obtention d'une valeur plutôt pessimiste. Le calcul précis du facteur correctif peut être trouvé dans la thèse de D. Grison [Grison 1992]). Il est alors possible de relier le nombre totale d'atomes dans le piège à la tension mesurée à la sortie du montage amplificateur par la formule :

$$n_{at/V} = \frac{1}{n E h \nu G R}$$

où  $G = 2.2 \cdot 10^6$  V/A est le gain du circuit amplificateur,  $E = \frac{\Omega}{4\pi} = 5,56 \cdot 10^{-3}$  l'efficacité de détection résultant de l'angle solide de collection de la lumière. On trouve alors un nombre d'atomes par volts de  $n_{at/V} = 8,4 \cdot 10^7$ .

### Résultats expérimentaux

La figure 4.17 montre les courbes de chargement des deux pièges mesurées avec ce système de photodiode.

Le nombre d'atomes chargés dans chaque piège en fonction du temps d'allumage des faisceaux de refroidissement suit une loi exponentielle dont la constante de temps dépend de la pression de Césium et de la pression résiduelle dans l'enceinte à vide de chaque piège. Ces constantes de temps valent ici  $\tau_V = 51$  ms et  $\tau_F = 148$  ms.

Lorsque l'état stationnaire est atteint, on mesure un signal d'environ 2,8 Volts et 12 Volts pour les pièges V et F respectivement ce qui correspond à  $1,0 \cdot 10^9$  et  $2,4 \cdot 10^8$  atomes chargés. Cette valeur, supérieure à celle obtenue avec l'ancien système de refroidissement, est compatible avec celle couramment obtenue avec des pièges magnéto optiques en cellule [Bize 2001]. La différence importante entre le nombre d'atomes chargés dans les sources F et V peut s'expliquer par la présence de franges d'interférences dans les pièges entre les faisceaux issus de deux collimateurs opposés (cet aspect sera discuté par la suite).

#### 4.4.2 La sélection micro-onde

A la fin de la phase de mélasse optique, les atomes sont dans une répartition statistique des différents sous niveaux magnétiques de l'état hyperfin  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ . La sélection micro-onde a pour but de préparer l'état quantique pur  $|6S_{1/2}, F = 3, M_f = 0\rangle$ . La qualité de ce processus est primordial pour notre expérience. En effet, si des atomes dans d'autres  $M_f$  de  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  sont présents à



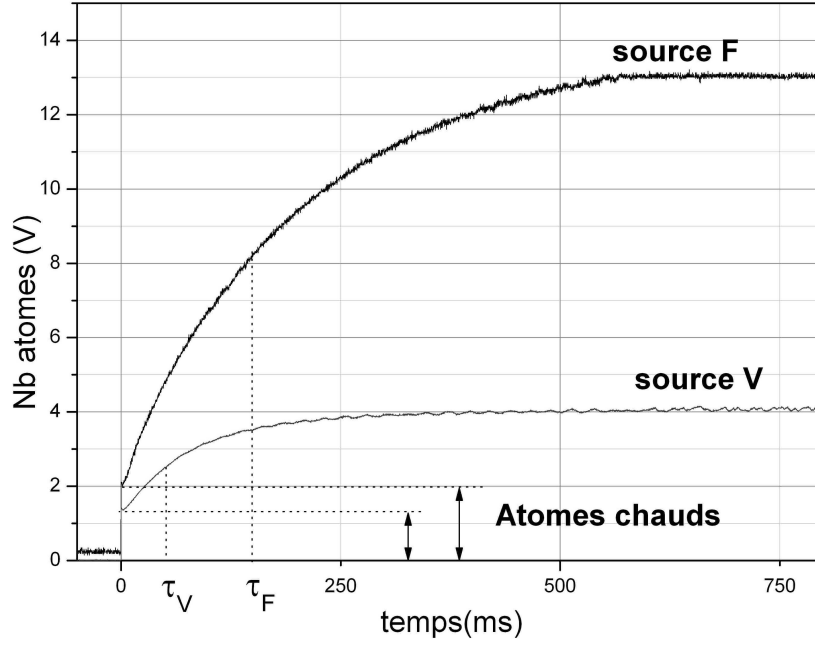


FIG. 4.17 – Courbes de chargement des pièges Magnéto-optique F et V. Le signal dû aux atomes chauds de chaque piège se traduit comme un décalage de quelques Volts. La valeur atteinte à l'état stationnaire correspond à  $1,0 \cdot 10^9$  et  $2,4 \cdot 10^8$  atomes chargés pour F et V respectivement (nous observons ici une saturation du signal correspondant à la source F).

l'issu de ce processus, ils seront détectés en même temps que les atomes utiles et la fluctuation de leur nombre peut ainsi dégrader le rapport signal sur bruit de l'expérience.

Afin de déterminer le nombre d'atomes dans les différents sous niveaux magnétiques de l'état hyperfin  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  à l'issue de la sélection, nous utilisons des transitions micro-ondes  $\pi$  entre les états  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4, M'_F\rangle$  (notées  $M_F, M'_F$ ) réalisées avec une antenne micro-onde placée près de la zone d'interrogation Raman. Ce dispositif expérimental sera détaillé chapitre 5. L'impulsion micro onde est réalisée lors du passage des atomes à leur apogée dans la zone d'interaction Raman. En balayant la fréquence de l'antenne, nous obtenons à l'issu de la détection une probabilité de transition reliée au nombre d'atomes dans chaque sous niveau magnétique. Dans cette expérience, nous conservons une même valeur de la pulsation de Rabi effective.

Ces résultats sont présentés figure 4.18. Nous observons en comparant l'amplitude des transitions impliquant des niveaux  $M_f$  différents de 0 (ici les transitions  $(-1,-1)$ ,  $(1,1)$  et  $(2,2)$ ) avec celle de la transition  $(0,0)$  que le nombre d'atomes dans chaque  $M_f$  non nul est de quelques pour mille.

Il est possible d'obtenir une mesure plus précise en moyennant la probabilité obtenue en choisissant comme fréquence de transition fixe, la fréquence de chaque transition impliquant des  $M_f$  non nuls (soit toutes les transitions  $(-3,3)$ ,  $(-2,-2)$ ,  $(-1,-1)$ ,  $(1,1)$ ,  $(2,2)$  et  $(3,3)$ ). Pour effectuer cette mesure, nous optimisons la pulsation de Rabi effective pour chaque valeur de fréquence (en ajustant la durée de l'impulsion micro-onde). Nous trouvons alors que la somme des atomes dans les mauvais  $M_f$  est de 9/1000 et 8/1000 pour les nuages V et F respectivement. Ces mesures montrent que les atomes dans les  $M_f$  non nuls ne peuvent dégrader le rapport signal sur bruit de l'expérience.



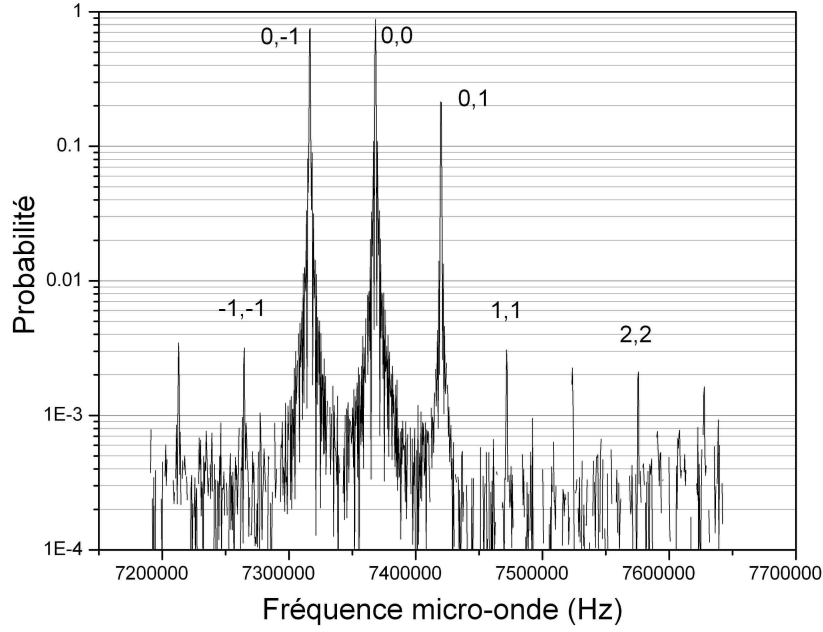


FIG. 4.18 – Probabilité de transition en fonction du désaccord d’une transition micro-onde  $\pi$  réalisée au sommet de la trajectoire des atomes du nuage V.

### 4.4.3 Distribution de vitesse des sources atomiques

#### Analyse des signaux de temps de vol

Il est possible d’utiliser le signal de temps de vol obtenu à la détection pour évaluer la largeur de la distribution de vitesse initiale des atomes. En effet, au niveau de la détection, à l’issue d’un temps de vol balistique de 360 ms, la dispersion en position initiale dans les pièges est négligeable devant l’expansion due nuage du à la distribution des vitesse atomiques. Il convient néanmoins de tenir compte de la hauteur du faisceau de détection (environ 5 mm). Si on suppose que la distribution de vitesse à une forme gaussienne du type :

$$g_{\sigma_v, v_1}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} e^{\left(-\frac{(v-v_1)^2}{2\sigma_v^2}\right)}$$

où  $\sigma_v$  est la demi largeur de la distribution à  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

Le signal temporel enregistré par le système de détection est alors un produit de convolution de la forme :

$$s_g(t) = \int g(v) u_{sonde}(h(t, v)) dv$$

où  $h(t, v)$  est la hauteur d’un atome de la classe de vitesse comprise entre  $v$  et  $v + dv$  à l’instant  $t$  et  $u_{sonde}(h)$  une fonction valant 1 si  $h$  est à la hauteur de la sonde et zéro sinon. Cette fonction  $h$  décrit ainsi le caractère impulsionnel de la détection. Il est alors possible d’ajuster les signaux de temps de vol par cette fonction  $s_g$  afin d’accéder à la largeur de la distribution de vitesse initiale  $\sigma_v$ .

La figure 4.19 représente un signal de temps de vol obtenu avec la source V à la descente. Un ajustement de ce signal par la fonction  $s_g$  par une méthode de type moindre carré fournit une valeur de  $\sigma_v \approx 3.7 v_{rec}$ . Ce chiffre est bien supérieur à celui attendu d’environ  $2 v_{rec}$ . De plus, la fonction d’ajustement obtenue ne rend pas correctement compte de l’allure des ailes du signal de temps de vol et elle est légèrement décentrée.

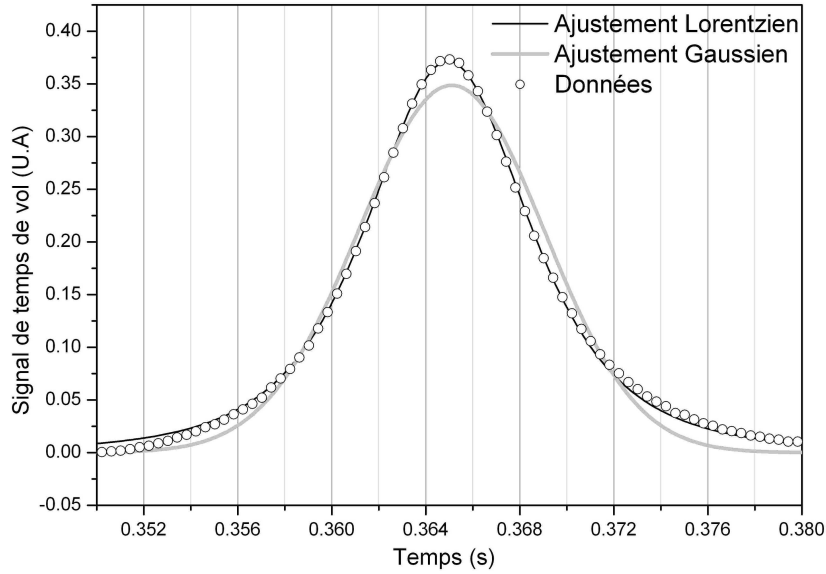


FIG. 4.19 – Signal de temps de vol pour la source V à la descente ainsi que l’ajustement de ces données par les fonctions Gaussienne et Lorentzienne  $s_g(t)$  et  $f(t)$ . L’utilisation de la fonction  $s_g(t)$  ne rend pas correctement compte de la forme du signal. L’origine des temps est ici choisie au moment du lancement des atomes.

Des études menées sur les horloges à atomes froids ont montrées qu’en réalité la distribution de vitesse obtenue à l’issu du processus de refroidissement est mieux décrite par une fonction de type Lorentzienne [Bize 2001, Sortais 2001] :

$$L_{\Delta v, b}(\mathbf{v}) = \frac{N}{(1 + \frac{\mathbf{v}}{\Delta v})^b} \quad (4.2)$$

où  $v$  est la vitesse radiale d’un atome par rapport au centre du nuage,  $\Delta v$  la vitesse caractéristique de la dispersion en vitesses radiales et  $b$  un paramètre proche de 2 [Sortais 2001].

Nous réalisons alors figure 4.19 l’ajustement des courbes de temps de vol par une fonction du type :

$$u(t) = \frac{u(t_0)}{(1 + \frac{(t-t_0)}{\Delta t})^2}$$

Nous remarquons que cet ajustement n’est pas tout à fait satisfaisant notamment au niveau des ailes du temps de vol et que la courbe obtenue est légèrement décentrée par rapport aux données expérimentales. De plus, la distribution tridimensionnelle de l’équation 4.2 n’étant pas factorisable contrairement à une distribution de type gaussienne, il demeure plus complexe de remonter au paramètre  $\Delta v$  à partir de la valeur  $\Delta t$  obtenue avec l’ajustement des données.

Nous utiliserons alors par la suite un modèle **approchant** la distribution de vitesse des sources F et V ; obtenu en sommant deux distributions Gaussienne décalées en vitesse moyenne. Intuitivement, ce modèle doit permettre de compenser la dissymétrie des signaux de temps de vol. Comme nous le verrons par la suite, ce modèle permet également de prendre aisément en compte l’effet de filtrage de la distribution de vitesse qui est différent suivant les directions horizontales et verticales (cet aspect est discuté dans la section suivante).

Nous réalisons alors un ajustement des mesures par une fonction temporelle  $s_{g(2)}$  prenant en compte une distribution initiale de la forme :

$$g_{\sigma_{v1}, \sigma_{v2}, \Delta v}^{(2)}(v) = \frac{A_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{v1}} e\left(-\frac{v^2}{2\sigma_{v1}^2}\right) + \frac{A_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{v2}} e\left(-\frac{(v-\Delta v)^2}{2\sigma_{v2}^2}\right)$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont les amplitudes des deux distributions gaussiennes,  $\sigma_{v1}$  et  $\sigma_{v2}$  leurs demi-largeurs à  $1/\sqrt{e}$  et  $\Delta v$  leurs différence de vitesse centrale. Ce paramètre  $\Delta v$  peut ainsi rendre compte de la différence du temps d'arrivée moyen des atomes des deux distributions. L'ajustement des données expérimentales par la fonction  $s_{g^{(2)}}(t)$  est représenté figure 4.20.

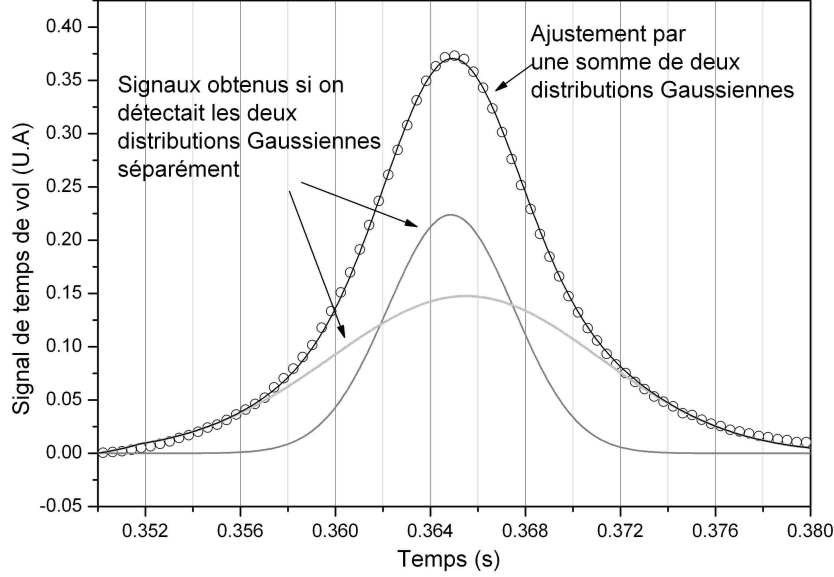


FIG. 4.20 – Ajustement du temps de vol pour la source vanille à la descente par la fonction  $s_{g^{(2)}}(t)$  prenant en compte une distribution initiale de vitesse doublement gaussienne. Nous représentons également les signaux de temps de vol obtenus si les deux distribution de vitesse initiale étaient lancées indépendamment. Nous observons ainsi que le temps de vol peut être décrit par environ 40% d'atomes froids ( $\sigma_{v1} \approx 2,5 v_{rec}$ ) et environ 60% d'atomes moins froids ( $\sigma_{v2} \approx 5,3 v_{rec}$ ).

Cette fonction rend très bien compte de l'allure de l'ensemble du temps de vol. Les paramètres d'ajustement de  $s_{g^{(2)}}(t)$  révèlent que 40 % des atomes détectés peuvent être décrits par une distribution initiale de largeur  $\approx 2,5 v_{rec}$  et 60 % par une distribution de largeur  $\approx 5,3 v_{rec}$ . Notons que dans cet approche, les atomes plus chauds arrivent en avance par rapport aux autres ce qui indique qu'ils sont lancés avec une vitesse initiale moins importante (différence de vitesse  $2,3 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Nous supposons que ces atomes décrochent lors de l'étape de refroidissement adiabatique dans le référentiel en mouvement.

### Utilisation de transitions Raman

Il est possible de mesurer directement la distribution de vitesse des atomes en utilisant des transitions Raman  $\pi$  contre-propageantes sélectives en vitesse. En diminuant l'intensité du faisceau d'interrogation, nous obtenons des durées d'impulsions  $\tau_\pi$  permettant de sélectionner une classe de vitesse très étroite du nuage. En balayant la fréquence du faisceau Raman, nous obtenons ainsi un profil directement relié à la distribution de vitesse des atomes.

Cette mesure est tout d'abord réalisée avec des faisceaux Raman verticaux afin de pouvoir comparer avec les résultats obtenus par temps de vol. La figure 4.21 montre le résultat de cette expérience avec des impulsions d'une durée de  $\tau_\pi = 180 \mu\text{s}$  sur la source V.

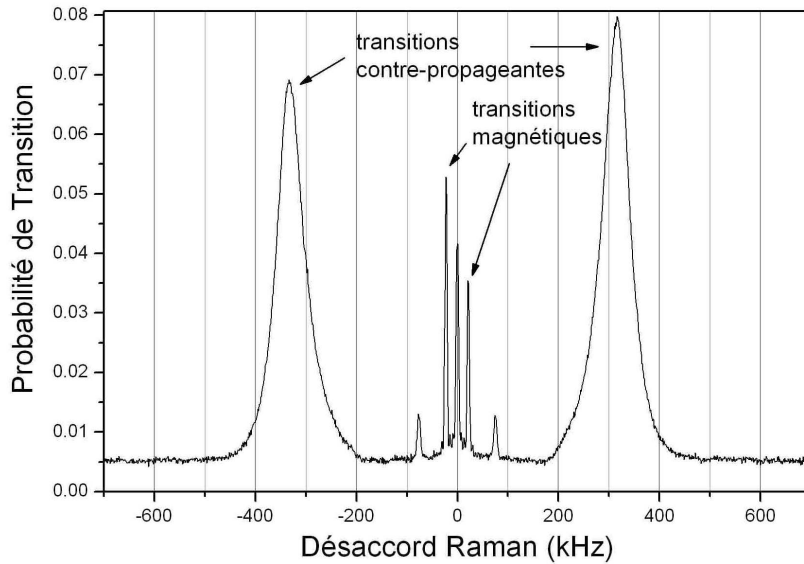


FIG. 4.21 – *Probabilité de transition en fonction de la fréquence pour une interrogation des atomes par une impulsion  $\pi$  contre-propageante de  $180 \mu\text{s}$  réalisée environ  $13 \text{ ms}$  avant l’apogée de la trajectoire sur la source V (en configuration verticale). Nous observons plusieurs résidus de transitions copropageantes : l’un correspondant à une transition  $\Delta M_f = 0$  à une fréquence prise comme référence, les autres correspondants à des transitions  $\Delta M_f \neq 0$ . Les deux transitions contre-propageantes reflètent la distribution de vitesse des atomes.*

Dans cette configuration Raman, nous réalisons l’impulsion  $\pi$  décalée d’environ  $13 \text{ ms}$  par rapport au sommet de la trajectoire afin de séparer les transitions Raman associées à  $k_{eff}^+$  et  $k_{eff}^-$ . Ceci permet également d’éloigner ces transitions contre-propageantes des résidus de transitions copropageantes (0,0) et (0,1) (transitions magnétiques) visibles figure 4.21.

Comme précédemment, nous utilisons le modèle de distribution doublement gaussienne afin d’expliquer l’allure de ces données. L’obtention du signal de probabilité de transition à partir d’un atome de classe de vitesse  $v$  est ici plus complexe que dans le cas d’un signal de temps de vol car il convient de tenir compte de la forme gaussienne du faisceau Raman d’interrogation.

Nous réalisons une simulation de Monté Carlo tirant au hasard des atomes dont la vitesse initiale est donnée par une double loi de Maxwell Boltzmann **de largeurs et d’amplitudes relatives obtenues par les mesures par temps de vol**. La probabilité de transition est alors calculée en tenant compte de la position de ces atomes à l’instant de l’impulsion dans le faisceau Raman de profil gaussien. Le résultat de cette simulation pour l’une des deux transitions contre-propageantes de la figure 4.21 est représenté en rouge sur la figure 4.22. Nous remarquons que la courbe simulée rend alors très bien compte de la forme des données expérimentales.

Il est possible de réaliser le même type d’expérience dans la direction horizontale. La figure 4.23 représente ainsi le résultat du balayage du désaccord Raman lors d’une impulsion  $\pi$  contre-propageante de  $135 \mu\text{s}$  réalisée à l’apogée de la source V au voisinage de la transition utilisant  $k_{eff}^+$ .

Nous remarquons que dans cette configuration le résidu de transition Raman copropageante 0,1 est très proche de la transition contre-propageante et ne peut être éloigné car le désaccord de la transition contre-propageante est fixé par la valeur d’inclinaison du faisceau d’interrogation.

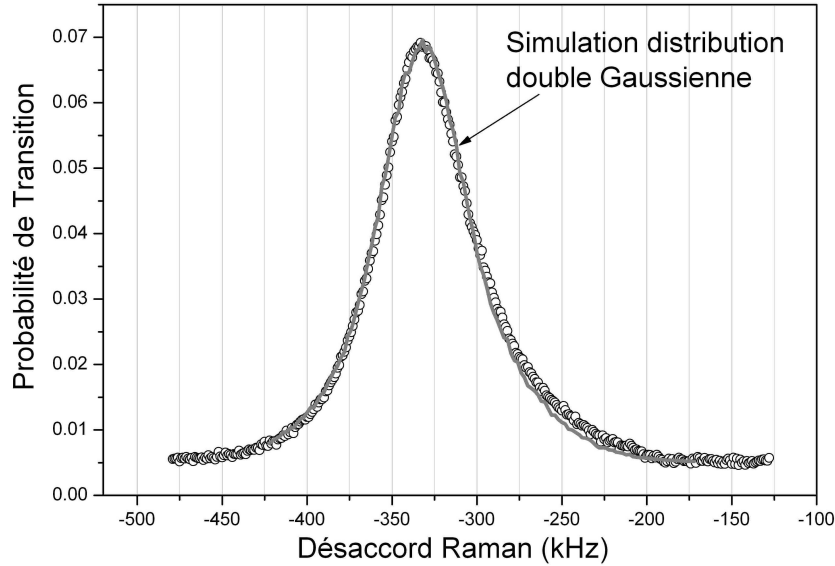


FIG. 4.22 – Mesure de la probabilité de transition en fonction de la fréquence pour l’une des deux transitions contre-propageantes représentées 4.21 (cercles noirs). Nous représentons également le résultat d’une simulation de Monte Carlo rendant compte de l’allure de ces données expérimentales (trait rouge). Nous utilisons comme loi de tirage une double loi de Maxwell Boltzmann de largeurs et d’amplitudes relatives obtenues par les mesures par temps de vol. La simulation rend bien compte de l’allure des résultats expérimentaux.

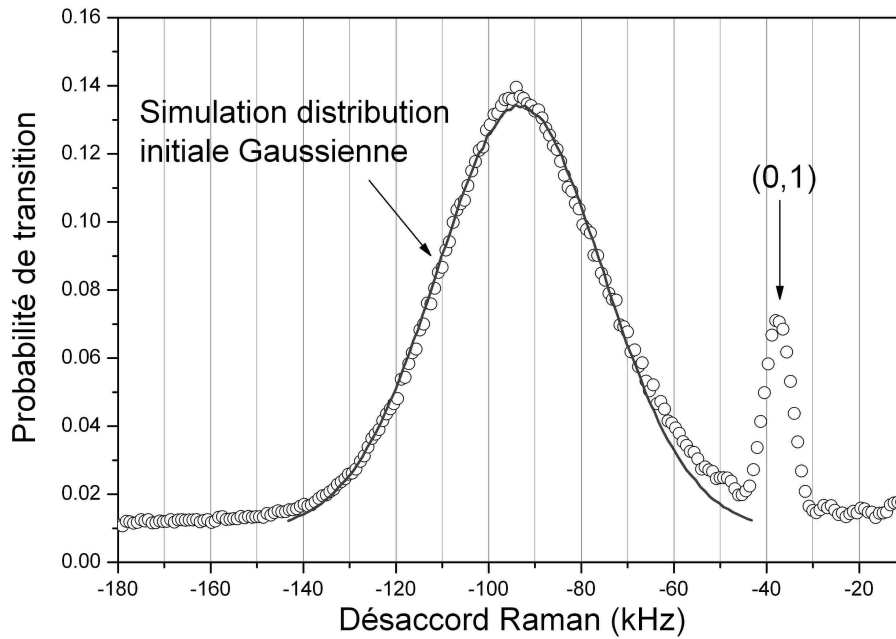


FIG. 4.23 – Probabilité de transition en fonction du désaccord Raman lors d’une impulsion  $\pi$  contre-propageante de  $135 \mu\text{s}$  réalisé à l’apogée de la source V. Nous utilisons ici une simulation de Monte-Carlo prenant comme loi de tirage une unique distribution de Maxwell-Boltzmann de largeur  $\approx 2.1 v_{\text{rec}}$ . Cette simulation rend bien compte de l’allure du signal mesuré.

L'allure de la distribution de vitesse ainsi mesurée est différente de celle obtenue en configuration verticale. Il est en effet impossible d'ajuster le signal en utilisant la même simulation de Monte-Carlo partant d'une distribution de vitesse initiale double Gaussienne. Par contre, nous observons que le signal peut être décrit par une simulation partant d'une distribution **simplement Gaussienne** de largeur  $\approx 2,1 v_{rec}$ .

La différence entre les résultats obtenues dans les deux directions peut s'expliquer par le fait que dans la direction horizontale, la distribution de vitesse est filtrée au niveau de la détection par la largeur finie (1 cm) du faisceau sonde. Les atomes les plus chauds ne sont ainsi pas détectés (cet aspect sera abordé dans la section suivante).

En partant de ces résultats expérimentaux, nous pouvons en conclure qu'il est possible de décrire de manière satisfaisante la distribution de vitesse initiales par une somme de deux gaussiennes, l'une représentant une part d'atomes froids de dispersion d'environ  $2,5 v_{rec}$ , l'autre représentant une part d'atomes plus chauds de dispersion d'environ  $5 v_{rec}$ . Ce modèle permet d'expliquer aisément la différence entre les mesures de distribution de vitesses dans les directions verticale et horizontale, où seuls les atomes les plus froids sont détectés.

### Température atomique.

En partant de l'hypothèse d'une distribution **simplement Gaussienne** pour les atomes les plus froids, il est alors possible d'obtenir la température  $T$  associée par :

$$T = \frac{M\sigma_v^2}{k}$$

où  $M$  est la masse d'un atome et  $k$  la constante de Boltzmann. Avec une valeur  $\sigma_v \approx 2,5 v_{rec}$  on trouve une température :

$T \approx 1.2 \mu\text{K}$
-----------------------------

Cette valeur est comparable avec celles habituellement obtenues avec ce type de refroidissement [Bize 2001].

Dans la section suivante, nous nous intéressons au nombre d'atomes lancés et détectés à la sortie de l'interféromètre ainsi qu'à la stabilité de cette valeur.

## 4.4.4 Le nombre d'atomes détectés

### Mesure absolue du nombre d'atomes par absorption

Il est possible d'intégrer les signaux de temps de vol pour obtenir le nombre d'atomes détectés. Néanmoins cette mesure nécessite de connaître précisément l'efficacité de collection du système de détection ce qui est difficile notamment en raison de l'incertitude sur la position des sources atomiques au niveau du système. Nous avons donc réalisé une mesure du nombre d'atomes par absorption en plaçant une photodiode à la sortie du système à vide sur le trajet du faisceau sonde (en enlevant le miroir de rétro-réflexion du système de détection). Une lentille placée devant la photodiode permet de collecter toute la lumière de ce faisceau. Lors du passage du nuage devant le faisceau sonde, la

variation de puissance d'amplitude  $\Delta P$  et de largeur  $\Delta T$  enregistrée par la photodiode se déduit du rapport de photon diffusé sur celui disponible dans le faisceau laser :

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}}{\frac{I_{\text{sonde}} S_{\text{sonde}}}{h\nu}} \frac{t_p}{\Delta T}$$

où  $P$  est la puissance mesurée par la photodiode sans les atomes,  $s$  le paramètre de saturation et  $t_p$  le temps de passage d'un atome dans la détection. Contrairement à la mesure par temps de vol utilisant la fluorescence des atomes, nous pouvons ainsi mesurer directement tous les atomes vus par le faisceau sonde.

Afin d'obtenir un faisceau d'éclairement uniforme et de ce placer ainsi dans des conditions idéales, le faisceau laser est diaphragmé sur 1 mm dans la direction horizontale. En balayant la position de ce diaphragme il est possible d'intégrer le nombre d'atomes total au niveau de la détection. Cette méthode permet également d'observer la superposition des atomes au niveau de la détection. La figure 4.24 montre ainsi un balayage du nombre d'atomes dans les deux sources en fonction de la direction perpendiculaire aux trajectoires atomiques. Cette mesure utilise le faisceau sonde du haut dont le centre est pris comme origine des positions.

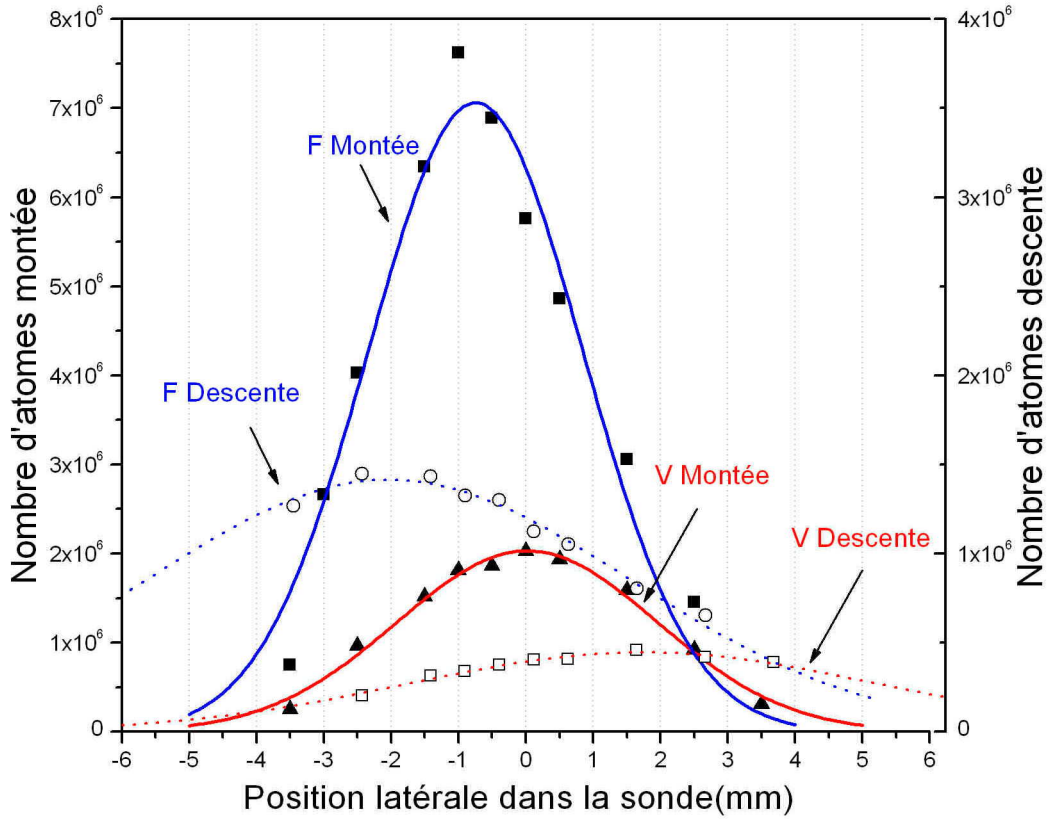


FIG. 4.24 – Distribution transverse du nombre d'atomes des nuages F et V au niveau de la sonde à la montée et à la descente dans la direction perpendiculaire aux trajectoires atomiques. Cette mesure est effectuée en utilisant le faisceau de sonde haut dont le centre est pris comme origine des positions (la dimension du faisceau utilisé est de 1 mm<sup>2</sup>).

Il est possible en modifiant le délai d'allumage du faisceau sonde de réaliser la mesure à la montée des atomes (après un temps de vol balistique d'approximativement 120 ms après le lancement) et à

la descente des atomes (après temps de vol balistique d'environ 360 ms). En utilisant un modèle gaussien nous trouvons ainsi pour vanille et fraise  $1 \cdot 10^7$  et  $3 \cdot 10^7$  atomes à la montée et  $4 \cdot 10^6$  et  $1 \cdot 10^7$  à la descente. La différence entre la montée et la descente s'explique par le niveau de vide dans l'enceinte. Nous observons par ailleurs que les sources atomiques sont séparées latéralement de quelques mm au niveau de la détection.

Comme nous l'avions affirmé dans la section précédente, nous pouvons remarquer que tous les atomes des deux nuages à la descente ne sont pas détectés par le faisceau sonde dont l'étendue couvre les positions en  $x$  de  $-5$  à  $+5$  mm. Cet aspect est à l'origine du filtrage de la distribution de vitesse des atomes dans la direction horizontale constaté précédemment.

### Stabilité du nombre d'atomes par temps de vol

L'intégration des signaux de temps de vol permet d'obtenir une valeur relative du nombre d'atomes et ainsi d'analyser sa stabilité. La figure 4.25 représente une mesure de la stabilité du nombre d'atomes en sortie de l'interféromètre sur les deux sources F et V réalisée en coupant l'interrogation Raman.

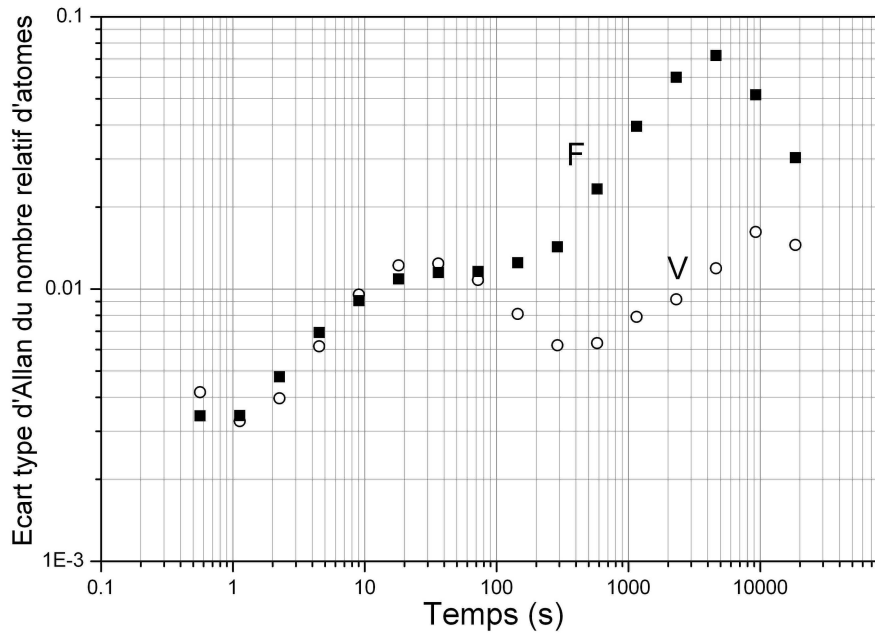


FIG. 4.25 – Mesure de stabilité du nombre relatif d'atomes sur les deux sources F et V mesuré par temps de vol à la descente des atomes (vol parabolique d'environ 360 ms).

La stabilité relative sur un coup du nombre d'atomes est d'environ 4/1000 et se dégrade jusqu'à environ 6 % et 2 % pour F et V respectivement pour des temps de quelques milliers de secondes. Il convient de noter que la forte dérive long terme (au dessus de 1000 sec) observée sur le nombre d'atomes peut être due à la méthode de mesure elle même. La valeur mesurée dépend en effet de l'intensité du faisceau de détection. Cette expérience fournit néanmoins une estimation correcte des fluctuations relatives du nombre d'atomes sur des temps courts (jusqu'à environ 1000 sec).

La moins bonne stabilité de la source F peut s'expliquer par la présence d'un système de franges parasite au niveau de son piège, dont la position varie lentement avec les fluctuations de température ambiante. Ces franges sont très probablement dues à la méthode de réglage des collimateurs du piège. Nous avons en effet assuré une superposition optimale des faisceaux issus de deux collimateurs opposés en réglant la ré-injection de la lumière d'un collimateur dans celui d'en face. Le système idéal



de réglage consisterait probablement à pouvoir incliner très légèrement un collimateur par rapport à l'autre pour éviter ces phénomènes d'interférence mais **d'une valeur équivalente** par rapport à la direction de lancement pour l'ensemble des 3 paires de faisceau de chaque piège afin de conserver la direction de la vitesse de lancement.

#### 4.4.5 Les trajectoires atomiques

Nous avons évalué la superposition des trajectoires atomiques dans la zone d'interrogation Raman après le remontage des pièges magnéto-optiques. Pour cela, nous utilisons des transitions co-propageantes réalisées en diaphragmant le faisceau Raman. Chaque valeur de délai par rapport au lancement correspond à une position du nuage dans la zone d'interaction pour laquelle nous optimisons le taux de transition d'une impulsion  $\pi$  en déplaçant la position du faisceau Raman. La position du faisceau alors obtenue correspond à celle du nuage à cet instant. Il est possible en utilisant le faisceau Raman horizontal ou vertical d'obtenir deux projections de la trajectoire des atomes.

Nous avons ainsi réalisé une cartographie des trajectoires atomiques dans le plan Oxz (en utilisant le faisceau Raman horizontal) avec comme vitesse de lancement pour les deux sources atomiques la vitesse nominale de  $2,4 \text{ m.s}^{-1}$ . Les résultats alors obtenus ont montré que les deux sources étaient décalées de plusieurs mm dans la direction horizontale et verticale et que la position de l'apogée de leur trajectoires ne correspondaient pas de plusieurs mm à celle attendue (5 mm au dessus du centre du hublot Raman Horizontal de l'enceinte à vide). De plus, le temps d'arrivée des deux sources était décalé de plusieurs ms. Grâce au nouveau système de coupleur et de contrôle de l'expérience, il a été possible de corriger ces défauts de trajectoires.

Afin de réaliser la superposition des trajectoires des deux nuages atomiques, nous avons non seulement modifié la valeur de la vitesse de lancement mais également la position initiale des deux pièges dans le plan des trajectoires Oxz. Pour décaler cette position, nous avons introduit des courants différents sur les deux bobines de chaque piège, déplaçant ainsi le zéro du gradient de champ magnétique et donc la position initiale des atomes.

Le processus d'optimisation a donc consisté à modifier la vitesse de lancement pour égaliser les temps d'arrivée à l'apogée des deux sources. Nous avons ensuite déplacé chaque trajectoire en jouant sur la position initiale des pièges afin que la position de leur apogée soit confondue (et si possible le plus près d'une valeur optimisant le contraste des interférences atomiques, c'est à dire approximativement 5 mm au dessus du centre du hublot Raman horizontal de l'enceinte à vide)

L'égalisation des temps d'arrivée à l'apogée conduit à utiliser comme fréquence de lancement  $\Delta\nu_{IV} = 3,182 \text{ MHz}$  et  $\Delta\nu_{IF} = 3,192 \text{ MHz}$  soit en vitesse  $2,394 \text{ m.s}^{-1}$  et  $2,387 \text{ m.s}^{-1}$  pour les nuages V et F respectivement. Cet écart de vitesse ne peut s'expliquer par un défaut de direction de vitesses de lancement des pièges compte tenu des tolérances mécaniques très strictes obtenues avec la méthode de montage des collimateurs de refroidissement. Pour ces valeurs de vitesses de lancement, les temps d'arrivée des nuages à l'apogée sont de 245 ms en configuration horizontale.

La figure 4.26 montre le résultat d'un balayage des trajectoires dans le plan Oxz après le processus d'optimisation.

Il est possible d'ajuster les points expérimentaux par des paraboles. Nous observons alors que les trajectoires sont superposées à mieux que le demi mm en moyenne dans les deux directions Ox et Oz. La latitude de réglage de la position initiale de chaque piège étant limitée par le fait que les atomes passent ou non dans le système de détection, l'optimum du réglage est obtenu pour des trajectoires dont l'apogée se trouve à environ 10 mm du centre du hublot Raman horizontal (pris comme origine des positions sur la figure 4.26). Il reste néanmoins ensuite la possibilité de déplacer de quelques mm le faisceau Raman dans la direction Oz afin d'optimiser le contraste de l'expérience.

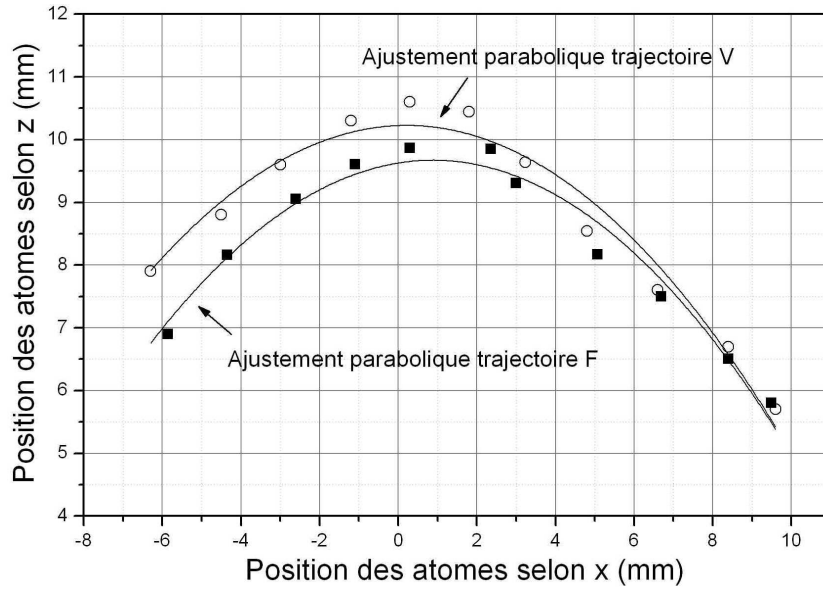


FIG. 4.26 – Balayage des trajectoires dans le plan  $Oxz$  évalué avec le faisceau Raman horizontal. L'origine des positions est ici prise au centre du hublot Raman horizontal. Les trajectoires sont superposées à mieux que le demi mm en moyenne dans les deux directions après le processus d'optimisation.

Après cette phase d'optimisation, nous avons évalué la superposition des trajectoires dans le plan horizontal  $Oxy$  en utilisant le même procédé avec le faisceau Raman vertical. Les résultats sont présentés figure 4.27.

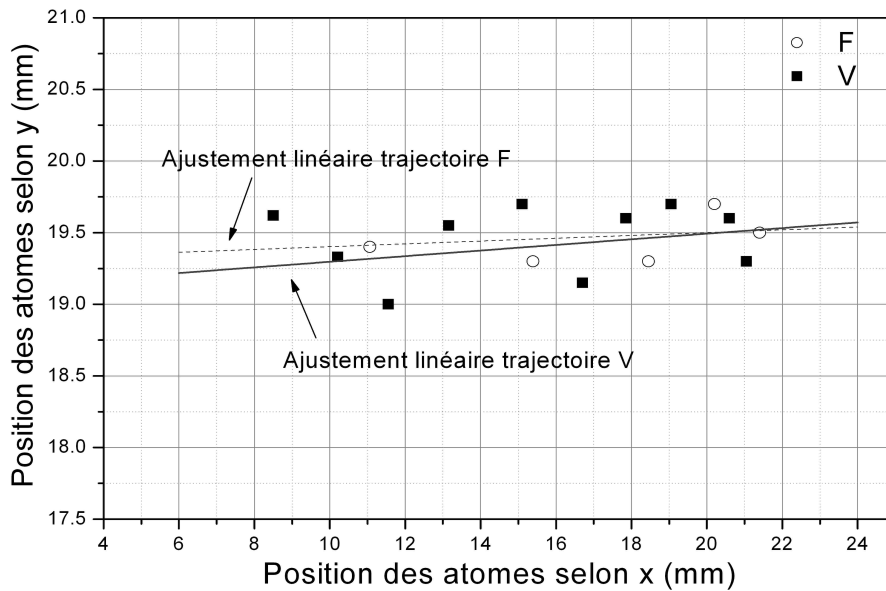


FIG. 4.27 – Balayage des trajectoires dans le plan horizontal  $Oxy$  évalué avec le faisceau Raman vertical. Au niveau de la zone d'interaction, les trajectoires sont parfaitement superposées, à l'incertitude près ( $\approx 1$  mm dans les deux directions).

En effectuant un ajustement linéaire des données expérimentales, nous pouvons observer que la superposition des trajectoires est parfaite, à l'incertitude près, dans cette direction au niveau de la zone d'interaction.

Grâce aux nouvelles fonctions apportées par le nouveau système de refroidissement il a donc été possible de superposer les trajectoires atomiques.

#### 4.4.6 Stabilité des trajectoires

Dans cette section nous abordons la stabilité des trajectoires atomiques en effectuant des mesures de stabilité de vitesse des nuages dans la zone d'interaction Raman. Nous étudions également la stabilité de leur temps d'arrivée dans le système de détection en calculant le barycentre des temps de vols. Enfin, en combinant ces deux mesures en configuration verticale, nous en déduisons une estimation de la stabilité de position initiale des sources dans les pièges.

##### Stabilité de vitesse

La stabilité de vitesse est évaluée en utilisant des transitions Raman contre-propageantes. Nous avons vu dans le chapitre 3 que dans cette configuration, il est possible en modifiant le désaccord Raman de réaliser des transitions utilisant  $k_{eff}^+$  ou  $k_{eff}^-$ . La distance en fréquence entre ces deux transitions est reliée à la vitesse moyenne  $V$  des atomes ainsi qu'au déplacement lumineux à deux photons. Pour la source  $V$ , cette différence vaut :

$$\Gamma_v^+ - \Gamma_v^- = 2\delta d - 2\frac{\Omega_{eff}^2}{4\delta d}$$

où  $\Gamma_v^\pm$  est le désaccord correspondant à la sélection de la transition utilisant  $k_{eff}^\pm$  et  $\delta d = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}$  le désaccord Doppler. Dans le cas où l'intensité des faisceaux Raman est faible (valeurs de  $\tau_\pi$  grandes), nous pouvons négliger le terme dû au déplacement lumineux à deux photons :

$$\Gamma_v^+ - \Gamma_v^- \approx 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}$$

La mesure de  $\Gamma_v^+ - \Gamma_v^-$  nous permet alors d'obtenir de la vitesse moyenne des atomes le long du faisceau d'interrogation. Nous présentons par la suite une séquence expérimentale particulière permettant de mesurer l'évolution temporelle de  $\Gamma_v^+ - \Gamma_v^-$ .

La figure 4.28 montre le résultat d'un balayage du désaccord d'une impulsion  $\pi$  réalisé en configuration verticale pour  $\tau_\pi = 55 \mu s$ . Nous pouvons distinguer les fréquences centrales des transitions contre-propageantes  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$  ainsi qu'un résidu de transition co-propageante à une fréquence prise comme référence.

L'évolution temporelle de la distance entre les deux transitions est déterminée en utilisant une séquence expérimentale réalisant des séries de 4 mesures aux fréquences fixes  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$ . Ces fréquences sont choisies pour être aux flancs des deux pics de transitions contre-propageantes où la sensibilité à la fréquence est maximale et l'évolution de la probabilité de transition peut être linéarisée. Partant des mesures de probabilité  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$  réalisées avec chacune de ces fréquences, les valeurs des fréquences de transition  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$  sont alors obtenues par les moyennes :

$$\Gamma_v^+ \propto \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$\Gamma_v^- \propto \frac{P_3 + P_4}{2}$$

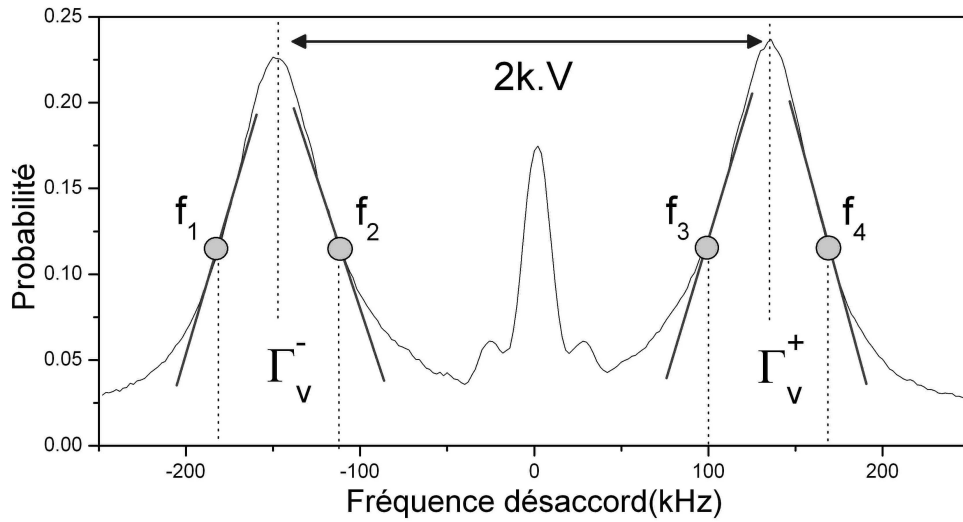


FIG. 4.28 – Probabilité de transition d'une impulsion Raman  $\pi$  en fonction du désaccord, réalisée en configuration verticale pour  $\tau_\pi = 55 \mu\text{s}$ . L'utilisation d'une séquence expérimentale alternant des mesures aux fréquences  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$  permet de déterminer la distance entre les deux transitions contre-propageantes tous les quatre coups indépendamment des termes parasites dus aux champs magnétiques et aux déplacements lumineux à un photon.

Notons que grâce à l'utilisation successive des deux flancs de chaque transition, les valeurs ainsi calculées de  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$  s'affranchissent d'une éventuelle fluctuation de l'amplitude des transitions. Il est ainsi possible de déterminer la valeur de  $\Gamma_v^+ - \Gamma_v^-$  et donc de  $k.V$  tous les quatre coups, soit environ toutes les deux secondes.

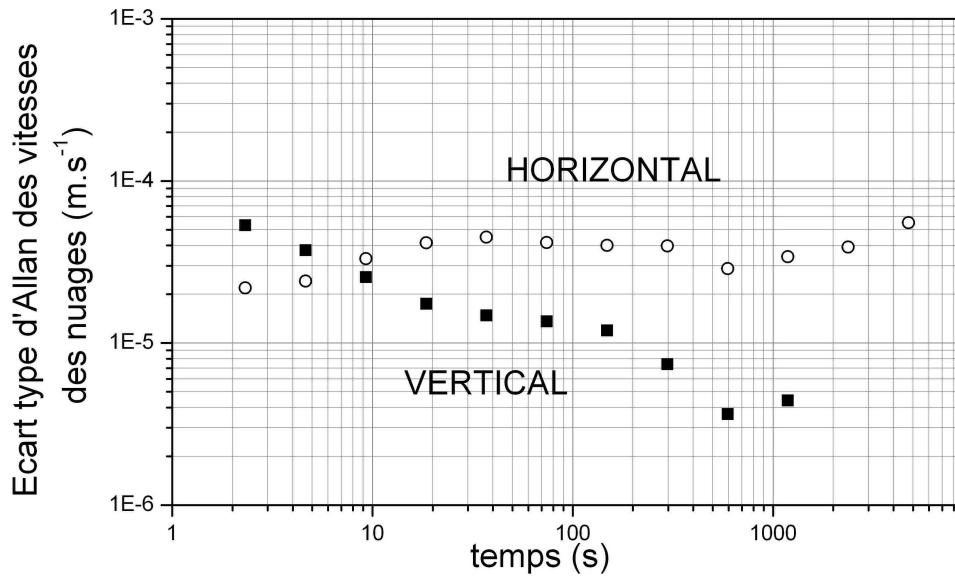


FIG. 4.29 – Écart-type d'Allan de la vitesse horizontale et verticale obtenue grâce à la séquence expérimentale alternant quatre fréquences dans les deux configurations Raman sur le nuage V.

Nous avons utilisé cette méthode en configuration horizontale et verticale afin de déterminer les fluctuations de la vitesse moyenne des atomes dans ces deux directions. La figure 4.29 montre la va-

rianche d'Allan de la vitesse horizontale et verticale ainsi obtenue en utilisant le nuage V (des mesures effectuées sur la source F montrent des résultats similaires).

La stabilité est donc de quelques  $10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$  sur 2 secondes dans les deux directions. Nous observons un comportement différent sur le long terme des deux stabilités. Contrairement à la vitesse horizontale, la vitesse verticale se moyenne pour atteindre une stabilité de  $4.10^{-6}$  sur 1000 secondes.

Il convient de remarquer que les fluctuations résiduelles de déplacement lumineux à deux photons peuvent influencer cette mesure sur les temps longs. Cet effet peut expliquer la différence de comportement long terme des stabilités obtenues dans les deux directions. Dans la configuration verticale, le désaccord Doppler est ici 2 fois plus faible à l'instant des impulsions  $\pi/2$ .

### Stabilité du temps d'arrivée dans les sondes

Il est possible de mesurer la stabilité du temps d'arrivée des nuages d'atomes dans le faisceau sonde. Ce faisceau étant placé à 222 mm par rapport à la position initiale des sources dans les pièges, le temps d'arrivée des nuages est mesuré après un vol balistique d'approximativement 360 ms.

Le temps d'arrivée est évalué en prenant le barycentre temporel de chaque temps de vol obtenu par le signal temporel de fluorescence des nuages lors de leur passage dans le faisceau sonde. Cette mesure est reliée principalement à la stabilité de vitesse et de position initiale des nuages dans la direction verticale. La figure 4.30 présente ainsi la stabilité du temps d'arrivée en ms des deux sources F et V.

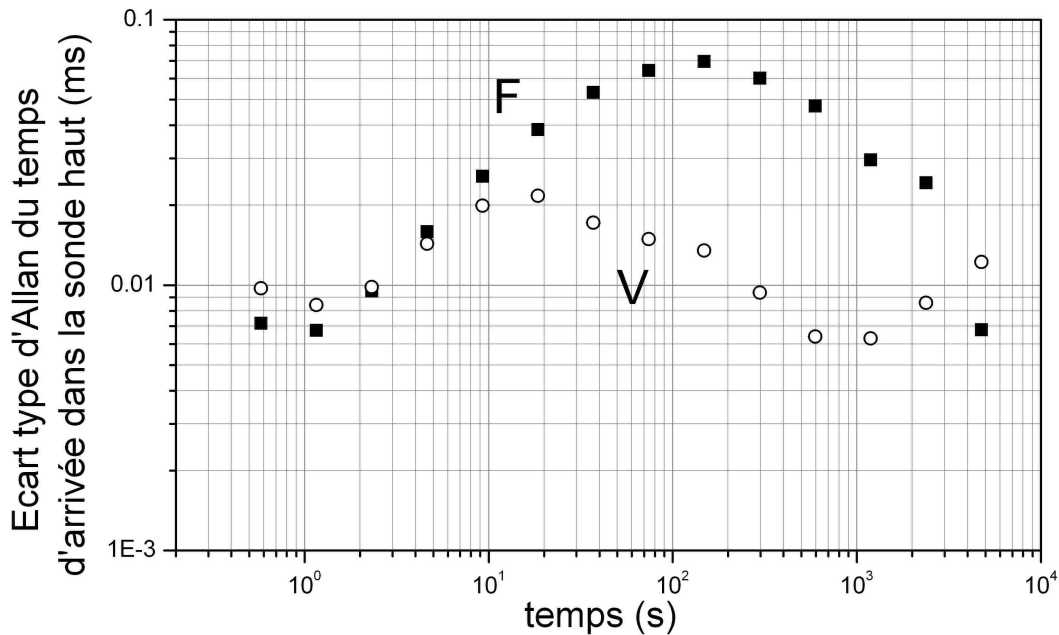


FIG. 4.30 – Écart-type d'Allan du temps d'arrivée (en ms) des nuages atomiques F et V dans le faisceau sonde.

La stabilité est de  $10^{-2}$  ms sur un coup. Nous observons une remontée à  $2 \cdot 10^{-2}$  et  $6 \cdot 10^{-2}$  ms sur des temps d'intégration proches de la période d'oscillation du système de climatisation de l'expérience. La stabilité sur les deux sources diminue sur les temps longs de quelques milliers de secondes jusqu'à environ  $10^{-2}$  ms.

Comme pour la mesure de stabilité du nombre d'atomes effectuée dans la section 4.4.4, il convient de remarquer que les fluctuations mesurées **sur le long terme** (au-dessus de 1000 sec) peuvent être dues aux variations des paramètres du faisceau de détection. Nous avons en effet constaté que le temps d'arrivée moyen ainsi mesuré dépend de l'intensité et du désaccord du faisceau sonde.

En comparaison avec le précédent dispositif expérimental, ces mesures sont meilleures d'un facteur 5 sur le court terme (0,5 sec) et d'un facteur 3 sur le long terme (quelques milliers de secondes).

### Stabilité de position initiale des sources

En combinant des mesures simultanées de temps d'arrivée dans la sonde et de vitesse verticale des nuages atomiques obtenues par les deux méthodes que nous venons d'étudier, il est possible de calculer la hauteur initiale des sources dans les pièges magnéto-optiques en utilisant la relation :

$$z_0 = z_d + \frac{1}{2}gt^2 - V_z t \quad (4.3)$$

où  $z_0$  est la hauteur du piège,  $z_d$  la hauteur du faisceau de détection (environ 222 mm),  $t$  le temps d'arrivée du nuage dans le faisceau de détection et  $V_z$  sa vitesse verticale.

Nous utilisons ainsi la séquence expérimentale permettant d'étudier la stabilité de vitesse du nuage  $V$  en configuration verticale décrite dans la section précédente et permettant d'obtenir la valeur de la vitesse instantanée  $V_z$ . Le barycentre du temps de vol calculé au même instant permet alors d'obtenir le temps d'arrivée  $t$  du nuage dans la sonde. Nous pouvons alors calculer la valeur de la hauteur initiale du piège  $z_0$  par l'équation 4.3. La stabilité de cette valeur est représenté figure 4.31.

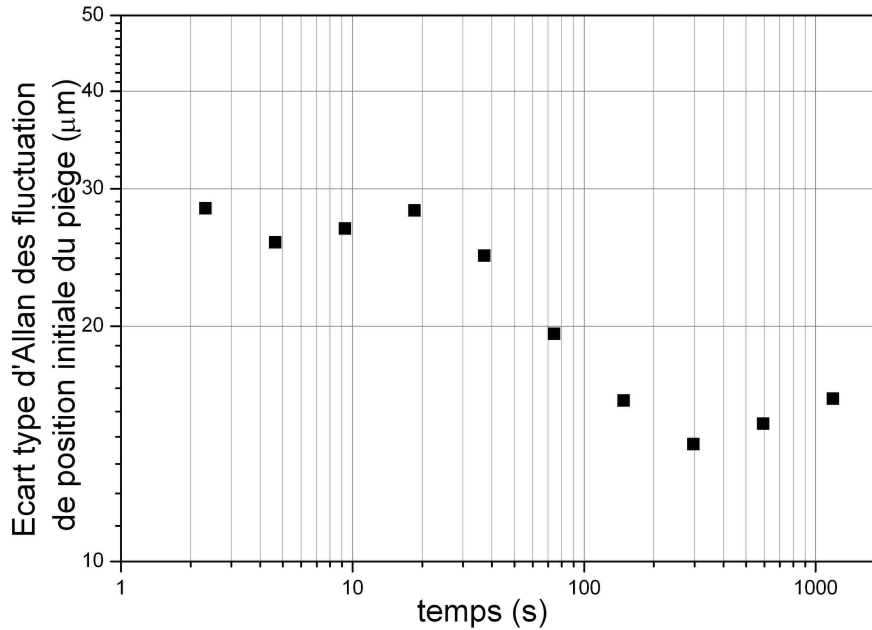


FIG. 4.31 – Stabilité de la hauteur du piège  $V$  en  $\mu\text{m}$  obtenue grâce à des mesures de vitesse verticale et de temps d'arrivée dans le faisceau de détection.

L'écart-type d'Allan est de 28  $\mu\text{m}$  sur quatre coups (2 sec) et la valeur de la hauteur s'intègre sur les temps longs pour atteindre une stabilité de 15  $\mu\text{m}$ .

La stabilité de position obtenue est limitée pour les temps supérieurs à 10 secondes par la stabilité du temps d'arrivée mesuré. Sur les temps inférieurs à 10 secondes, les stabilités de temps d'arrivée et de vitesse influent de manière comparable sur la mesure de stabilité de position.

Il est possible de comparer ces résultats avec ceux obtenus avec le précédent dispositif expérimental. Néanmoins la stabilité de position avait été obtenue de manière différente en imageant directement le piège à l'aide d'une caméra CCD. Les mesures obtenues étaient alors légèrement meilleures, surtout sur le court terme où la stabilité était de 10  $\mu\text{m}$  sur 2 secondes.

Nous avons donc décrit dans ce chapitre le nouvel ensemble de refroidissement mis au point afin de dépasser les limites expérimentales de l'ancien système. Nous avons ainsi construit deux sources atomiques de distribution de vitesse proche de  $2,5 v_{rec}$  et permettant de disposer de quelques  $10^6$  atomes utiles au niveau du système de détection.

Malgré tous les soins apportés lors du remontage des pièges magnéto-optiques, nous avons constaté que les trajectoires atomiques n'étaient pas superposées. Il est donc nécessaire de prévoir des réglages afin d'effectuer des ajustements in-situ. Nous avons ainsi déplacé la position initiale des pièges. Grâce aux nouvelles fonction du banc de refroidissement permettant d'ajuster indépendamment les vitesses de lancement des nuages, nous avons alors pu assurer la superposition des trajectoires des deux nuages d'atomes dans les directions horizontale et verticale.

Toute la problématique du réglage des pièges provient de l'utilisation de **deux** nuages lancés sur des trajectoires **paraboliques**. Le système idéal pourrait consister en un réglage in-situ de trois collimateurs de chaque piège.

En concerne la stabilité de ces trajectoires atomiques, la stabilité de temps d'arrivée dans le faisceau de détection obtenue avec ce système est meilleure sur le court et le long terme qu'avant remontage des pièges. Nous avons également évalué la stabilité de vitesse des sources dans les directions horizontale et verticale. Il est probable que ces stabilités soient limitées en grande partie par des fluctuations d'intensité dans les fibres d'entrée du système de coupleur (ces intensités pourraient être éventuellement asservies) ou à des fluctuations de polarisation des faisceaux piège.

Les résultats de ce chapitre seront utilisés par la suite afin d'analyser les limitations des mesures interférométriques.

# Chapitre 5

## Sensibilité

Ce chapitre est consacré à l'étude de la sensibilité de l'expérience aux effets inertiels ainsi qu'à l'ensemble des effets parasites que nous avons évoqués dans les précédentes sections.

Dans le cas idéal où le dispositif n'est soumis à aucun bruit dû à des fluctuations de rotation ou d'accélération ou à des fluctuations d'effets parasites, la sensibilité limite de l'expérience pour des mesures interférométriques est fixée par le bruit du système de détection. Ce bruit est relié à la nature quantique de ce processus. Il dépend du nombre d'atomes détectés et limite le rapport signal à bruit atteignable pour des mesures d'accéléérations et de rotations continues pour un temps d'intégration donné. Cet aspect est discuté section 5.1.

Dans la pratique, l'expérience est soumise à des fluctuations temporelles de rotation et d'accélération qui dégradent ce rapport signal à bruit. Il est également soumis à divers effets parasites (phase laser, champ magnétique, déplacement lumineux à un et à deux photons) qui peuvent influencer la sensibilité ou l'exactitude des mesures inertielles. Afin d'étudier ces différents aspects, nous présentons section 5.2 un formalisme, développé initialement pour les horloges atomiques, qui permet de calculer le déphasage créé en sortie de l'interféromètre par une perturbation temporelle quelconque de la phase laser. Dans les sections suivantes, nous adaptons ce formalisme afin d'étudier la sensibilité de l'expérience aux rotations et aux accélérations (sections 5.5.1 et 5.6) ainsi qu'aux effets perturbateurs (sections 5.7, 5.8 et 5.10). Il devient ainsi possible, à partir de mesures indépendantes de la fluctuation de chacun de ces effets, de calculer leur influence sur la sensibilité court et long terme de l'expérience pour des mesures d'effets inertiels continus. Ce formalisme est également utilisé pour évaluer les biais limitant l'exactitude de ces mesures.

L'ensemble de ces résultats sera utilisé dans le chapitre 6 afin de comprendre les résultats expérimentaux obtenus lors des mesures interférométriques.

### 5.1 Sensibilité limite de l'interféromètre

Nous étudions dans cette section la sensibilité limite de l'expérience fixée par le bruit ultime de détection. Ce niveau de bruit est relié à la nature quantique de ce processus et est appelé "bruit de projection quantique".

À la sortie de l'interféromètre, la fonction d'onde de chaque atome est composée d'une superposition cohérente entre l'état fondamental  $|6S_{1/2}, F=3, M_F=0\rangle$  et l'état excité  $|6S_{1/2}, F=4, M_F=0\rangle$ . Lors du processus de détection, chaque atome est projeté dans un des deux états avec une probabilité  $(1-p)$  et  $p$ , où  $p$  est la probabilité de transition de l'état 3 vers 4 dans l'interféromètre. Ce processus suit une loi statistique de type poissonnien. La probabilité en sortie de l'interféromètre est évaluée expérimentalement en mesurant le rapport entre le nombre d'atomes projetés dans l'état



excité par le processus de détection et le nombre total d'atomes. Or du fait du caractère aléatoire (de type poissonnien) du processus de projection, la probabilité de détecter  $n$  atomes sur un nombre total  $N$  dans l'état excité suit une loi binomiale centrée sur  $Np$  :

$$P(n) \propto e^{\frac{p-n/N}{2\sigma_P^2}}$$

avec un écart type sur la valeur  $P$  mesurée :

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$$

Il existe donc un bruit sur la mesure de la probabilité  $P$  qui dépend du nombre total d'atomes mesurés à la sortie de l'interféromètre. Or les mesures de déphasage sont reliées à celles de probabilité par :  $P = (1 + \cos \Delta\Phi)/2$  (équation 2.8). Le bruit de projection quantique induit donc un bruit sur la mesure du déphasage  $\Delta\Phi$  en sortie de l'interféromètre :

$$\sigma_\Phi = \sigma_P \left| \frac{d\Phi}{dP} \right| = \sqrt{1/N}$$

Ce bruit étant intrinsèque à l'expérience, il constitue la limite ultime de sensibilité de toute mesure de déphasage interférométrique. Pour une valeur de  $N_{tot}=10^6$  on trouve comme bruit limite sur un coup :

$$\sigma_\Phi = 1 \text{ mrad}$$

Ce bruit étant un bruit blanc, on obtient une sensibilité limite dépendant du temps d'intégration :

$$\sigma_\Phi = 1 \text{ mrad}/\sqrt{Hz}$$

En tenant compte des facteurs d'échelle pour des mesures de rotation et d'accélération calculés chapitre 2 la sensibilité équivalente pour des mesures d'effets inertiels continus est de :

$3.10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{Hz}$ pour la rotation et $2.10^{-8} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{Hz}$ pour l'accélération.
--

Ainsi, tout effet parasite dont les fluctuations temporelles introduisent un déphasage interférométrique supérieur à  $1 \text{ mrad}/\sqrt{Hz}$  peut limiter le rapport signal à bruit des mesures inertiels.

Nous verrons par la suite que différentes sources de bruit (phase laser, vibrations) nous empêchent d'atteindre cette limite dû au bruit de projection quantique.

Dans la section suivante nous développons un formalisme permettant d'évaluer l'influence des différentes perturbations sur le déphasage en sortie de l'interféromètre.

## 5.2 Fonction de sensibilité dans le cas d'interféromètre utilisant des impulsions de même $\Omega_R$

Nous présentons ici un formalisme emprunté aux horloges atomiques [Dick 1987] permettant de calculer le déphasage de sortie de l'interféromètre pour une évolution quelconque de la phase vue par les atomes. Contrairement aux calculs du chapitre 2, ce formalisme permet de tenir compte de l'évolution de la phase atomique pendant la durée des impulsions Raman. Ceci permettra par la suite de déterminer l'influence sur l'interféromètre de bruits de fréquences caractéristiques quelconques, y compris proche de la fréquence de Rabi effective des impulsions laser.

### 5.2.1 Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine temporel

Une variation infinitésimale de phase laser  $\delta\phi$  appliquée à l'instant  $t$  pendant l'interféromètre crée en sortie une variation de probabilité  $\delta P$ . On définit la fonction de sensibilité de l'interféromètre  $g_\phi^{(1)}(t)$  par le rapport :

$$g_\phi^{(1)}(t) = 2 \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (5.1)$$

Comme nous l'avons vu précédemment la probabilité de transition en sortie de l'interféromètre est de la forme :

$$P = \frac{1 + \cos \Delta\phi}{2}$$

En introduisant à chaque cycle un déphasage de 90 degrés sur la phase laser entre deux impulsions Raman, il est possible de se placer à mi-frange. La sensibilité à la phase est alors linéaire et on obtient :

$$g_\phi^{(1)}(t) = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi}$$

La fonction  $g_\phi^{(1)}$  décrit donc la réponse impulsionnelle du déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre à une variation de phase appliquée à l'instant  $t$ . Grâce à la fonction  $g_\phi^{(1)}$  nous pouvons ainsi calculer le déphasage créé par une évolution quelconque  $\varphi(t)$  de la phase laser :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (5.2)$$

### 5.2.2 Expression de $g_\phi^{(1)}(t)$

Lorsque le saut de phase est introduit à un instant  $t$  choisi entre les interrogations laser, le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre est simplement  $\delta\Phi = \pm\delta\phi$  on a alors :  $g_\phi^{(1)} = \pm 1$ .

Si le saut de phase est appliqué pendant la  $i$ -ème impulsion Raman, il convient de calculer le déphasage  $\delta\Phi$  en reprenant la méthode décrite dans le chapitre 2, section 2.3.1 permettant de calculer l'état de sortie de l'interféromètre par le produit matriciel :

$$S_{\pi/2}(2T + 3\tau, \phi_{eff}^3) S_{libre}(T) S_\pi(T + \tau, \phi_{eff}^2) S_{libre}(T) S_{\pi/2}(0, \phi_{eff}^1)$$

et en remplaçant la matrice d'évolution de l'impulsion  $i$  par un produit de deux matrices, l'une traduisant l'évolution du système avec un champ laser de phase  $\phi_{eff}^i$  entre le début de l'impulsion et l'instant  $t$ , l'autre traduisant l'évolution du système avec un champ de phase  $\phi_{eff}^i + \delta\varphi$  entre l'instant  $t$  et la fin de l'impulsion.

En prenant l'origine des temps au milieu de l'impulsion  $\pi$  nous obtenons alors pour  $g_\phi^{(1)}$  une fonction impaire dont l'expression est pour  $t > 0$  [Cheinet 2006] :

$$g_\phi^{(1)}(t) = \begin{cases} \sin(\Omega_R t) & 0 < t < \tau \\ 1 & \tau < t < T + \tau \\ \sin(\Omega_R(t - T)) & T + \tau < t < T + 2\tau \end{cases} \quad (5.3)$$

### 5.2.3 Mesure de $g_{\phi}^{(1)}(t)$

Afin de valider ce formalisme, nous avons mesuré expérimentalement la fonction  $g_{\phi}^{(1)}$  en utilisant le nuage atomique V. Pour cette expérience, nous avons utilisé une configuration horizontale avec un temps d'interaction court ( $T = 4.97$  ms). Ceci permet d'utiliser uniquement la partie centrale du faisceau d'interrogation et donc d'obtenir à l'instant des deux impulsions  $\pi/2$  une pulsation de Rabi effective homogène pour l'ensemble des atomes du nuage.

Pour ce temps d'interaction, la valeur de  $\Omega_R$  est alors la même pour chaque impulsion. La séquence d'interrogation temporelle est donc constituée d'impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$  de durées respectives  $\tau$  et  $2\tau$  ce qui correspond aux conditions dans lesquelles la fonction  $g_{\phi}^{(1)}$  a été précédemment calculée.

Afin d'avoir un rapport signal à bruit maximal (150 sur un coup), cette expérience est effectuée en configuration copropageante permettant d'obtenir un contraste d'interférence de 78 %.

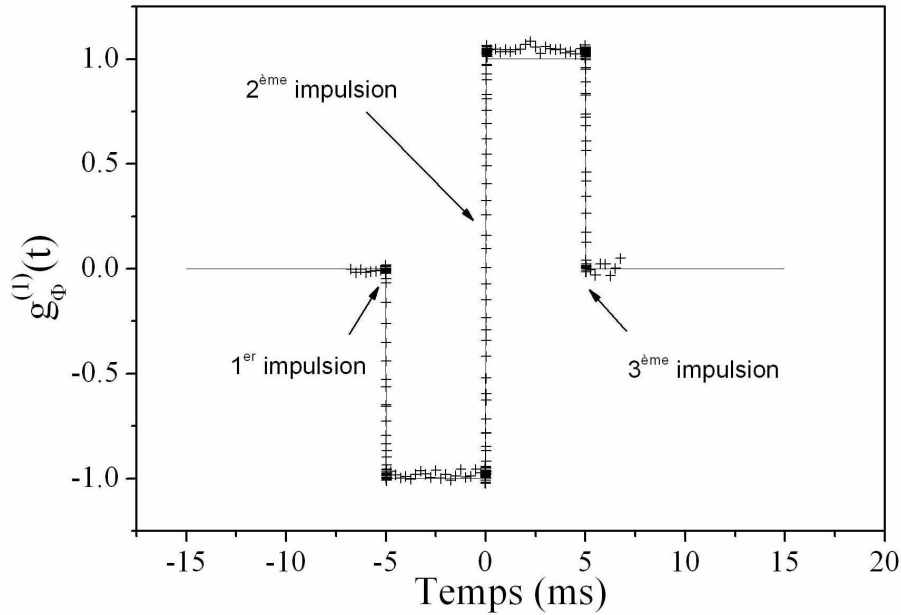


FIG. 5.1 – Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine temporel  $g_{\phi}^{(1)}$  pour un temps d'interrogation  $T = 4.97$  ms et une durée  $\tau = 20$   $\mu$ s. Les données expérimentales (croix) présentent un très bon accord avec le modèle théorique (lignes noires). Chaque donnée représente une moyenne de 40 mesures.

La mesure de  $g_{\phi}^{(1)}$  est effectuée en appliquant à l'instant  $t$  un petit saut de phase  $\delta\varphi = 0,107$  rad sur l'oscillateur local utilisé pour l'asservissement des faisceaux Raman. Pour réaliser ce saut de phase, le signal de référence à 100 MHz est divisé en deux signaux reliés aux entrées d'un switch radio-fréquence à travers deux câbles de longueurs différentes. Le principe du montage est représenté sur la figure 5.2.

Lorsque le switch est activé par un signal TTL délivré par l'ordinateur de contrôle, le signal de sortie de ce système présente un déphasage dépendant de la différence de longueur entre ces deux câbles. Le saut de phase ainsi créé est recopié sur la phase des faisceaux Raman en quelques fractions de  $\mu$ s ce qui est négligeable devant la durée des impulsions d'interrogation ( $\tau = 20$   $\mu$ s). La différence de probabilité  $\Delta P$  entre une situation avec et sans saut de phase permet alors de calculer  $g_{\phi}^{(1)}$  en effectuant le rapport  $\Delta P/\delta\varphi$ .

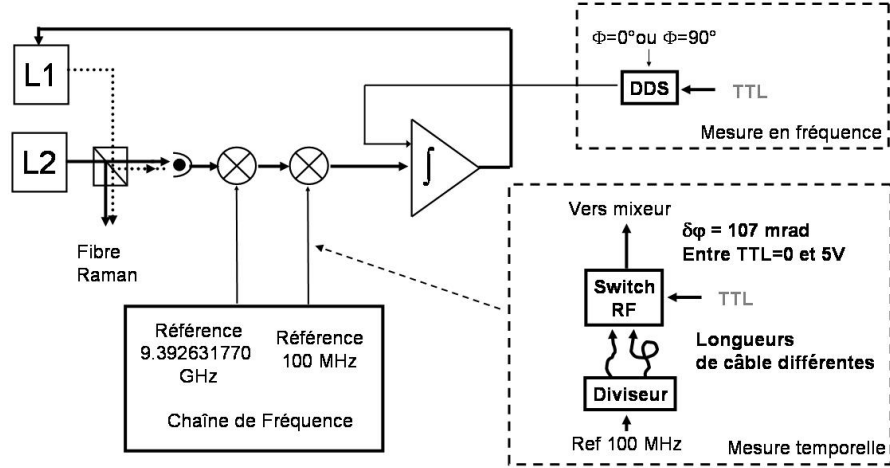


FIG. 5.2 – Principe de la mesure de fonction de sensibilité à la phase  $g_\phi^{(1)}$ . Pour la mesure temporelle, nous introduisons un saut de phase sur le signal de référence à 100 MHz fourni par la chaîne de fréquence servant à réaliser l'asservissement des lasers d'interrogation. Pour la mesure dans le domaine fréquentiel, nous introduisons une modulation sur le signal d'erreur de cet asservissement.

La fonction de sensibilité ainsi obtenue en balayant l'instant  $t$  est représentée figure 5.1. L'origine des temps étant choisie au milieu de l'interféromètre, les deux impulsions  $\pi/2$  ont lieu aux instants  $t \approx \pm 5$  ms. Afin de vérifier l'accord de ces résultats expérimentaux avec la fonction de sensibilité théorique, les données sont re-normalisées afin de tenir compte de la valeur du contraste de 78 %. Nous observons alors une légère dissymétrie de la fonction de sensibilité qui peut s'expliquer d'une manière qualitative par la dissymétrie des deux interrogations  $\pi/2$ . Ceci peut être dû à des inhomogénéités dans la répartition d'intensité du faisceau d'interrogation ou à la non superposition de l'axe de ce faisceau avec l'apogée de la trajectoire du nuage atomique V.

Afin de vérifier le comportement sinusoïdal de la fonction de sensibilité pendant les impulsions Raman, nous avons également réalisé des mesures avec une meilleure résolution temporelle. Ainsi, l'évolution de  $g_\phi^{(1)}$  pendant la première interrogation  $\pi/2$  représentée figure 5.3 montre un très bon accord avec le modèle théorique.

Nous avons donc validé expérimentalement le formalisme de la fonction de sensibilité dans le domaine temporel. La section suivante est consacrée à l'étude de  $g_\phi^{(1)}$  dans le domaine fréquentiel.

#### 5.2.4 Fonction de sensibilité à la phase dans le domaine fréquentiel

On s'intéresse ici au déphasage  $\delta\Phi_\omega$  créée à la sortie de l'interféromètre par une modulation de phase de la forme  $\phi(t) = \phi_\omega \cos(\omega t + \psi)$ . Ce déphasage peut être calculé grâce à l'équation 5.2 :

$$\delta\Phi_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt = -\phi_\omega \omega \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) \sin(\omega t + \psi) dt \quad (5.4)$$

En développant  $\sin(\omega t + \psi) = \sin(\omega t) \cos(\psi) + \cos(\omega t) \sin(\psi)$  et en considérant que  $g_\phi^{(1)}$  est une fonction impaire :

$$\delta\Phi_\omega = -\phi_\omega \omega \cos(\psi) \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) \sin(\omega t) dt$$

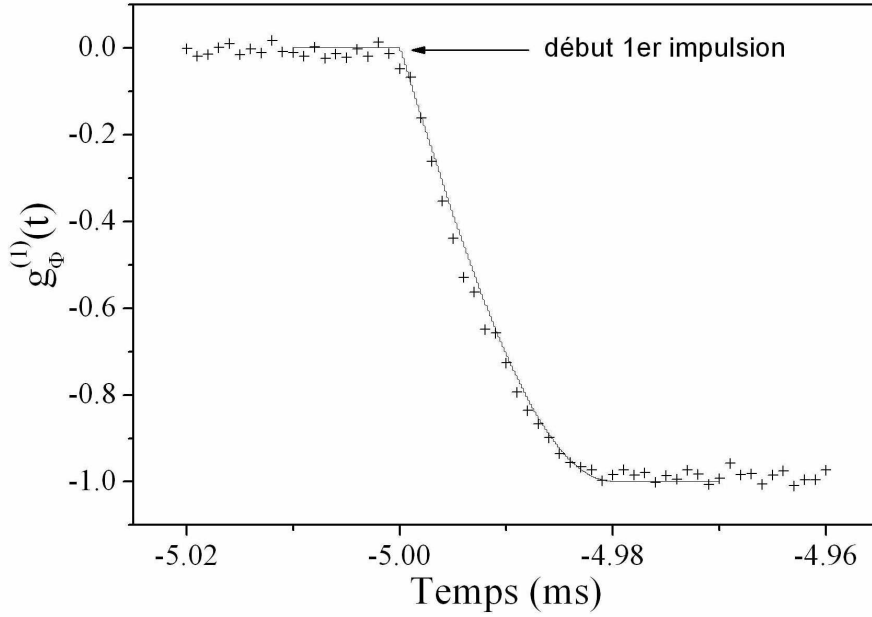


FIG. 5.3 – Comportement de la fonction  $g_\phi^{(1)}$  pendant la première impulsion Raman. Les données expérimentales valident le comportement sinusoïdale de la fonction de sensibilité à la phase.

or la transformée de Fourier  $G_\phi^{(1)}(\omega)$  de  $g_\phi^{(1)}$  s'exprime par :

$$G_\phi^{(1)}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) e^{-i\omega t} dt = -i \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi^{(1)}(t) \sin(\omega t) dt$$

Nous obtenons alors :

$$\delta\Phi_\omega = -i\phi_\omega \cos(\psi) \omega G_\phi^{(1)}(\omega) = -\phi_\omega \cos(\psi) |\omega G_\phi^{(1)}(\omega)| \quad (5.5)$$

La sensibilité à la phase dans le domaine fréquentiel est donc caractérisée par la fonction de transfert  $H_\phi^{(1)}(\omega) = \omega G_\phi^{(1)}(\omega)$ . La transformée de Fourier de  $g_\phi^{(1)}(t)$  s'écrivant [Cheinet 2006] :

$$G_\phi^{(1)}(\omega) = \frac{4i\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) \left( \cos\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \quad (5.6)$$

Il vient donc :

$$H_\phi^{(1)}(\omega) = \frac{4\omega\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) \left( \cos\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \quad (5.7)$$

La fonction  $|H_\phi^{(1)}(2\pi f)|^2$  est représentée figure 5.4 pour  $T = 4,97$  ms et  $\tau = 20$   $\mu$ s. Pour des fréquences supérieures à 1 kHz, cette fonction de transfert est remplacée par sa valeur moyenne sur une période :

$$\langle |H_\phi^{(1)}(\omega)|^2 \rangle = \frac{T}{2\pi} \int_{\omega}^{\omega + \frac{2\pi}{T}} |H_\phi^{(1)}(u)|^2 du$$

### Comportement asymptotique de $|H_\phi^{(1)}|^2$

- A basse fréquence lorsque  $\omega \ll \Omega_R$  la fonction de transfert à la phase peut être approximée par :

$$|H_\phi^{(1)}(\omega)|^2 \approx 16 \sin\left(\omega \frac{T}{2}\right)^4$$

$H_\phi^{(1)}$  est donc une fonction périodique s'annulant aux fréquences multiples de  $1/T$ .

- Lorsque  $\omega \gg \Omega_R$  nous obtenons :

$$|H_\phi^{(1)}(\omega)|^2 \approx 4 \frac{\Omega_R^2}{\omega^2} \sin(\omega T)^2$$

$|H_\phi^{(1)}|^2$  s'annule donc aux fréquences multiples de  $1/2T$  et se comporte comme un filtre du premier ordre. L'asymptote de cette fonction, représentée figure 5.4 est alors  $2 \frac{\Omega_R^2}{\omega^2}$ .

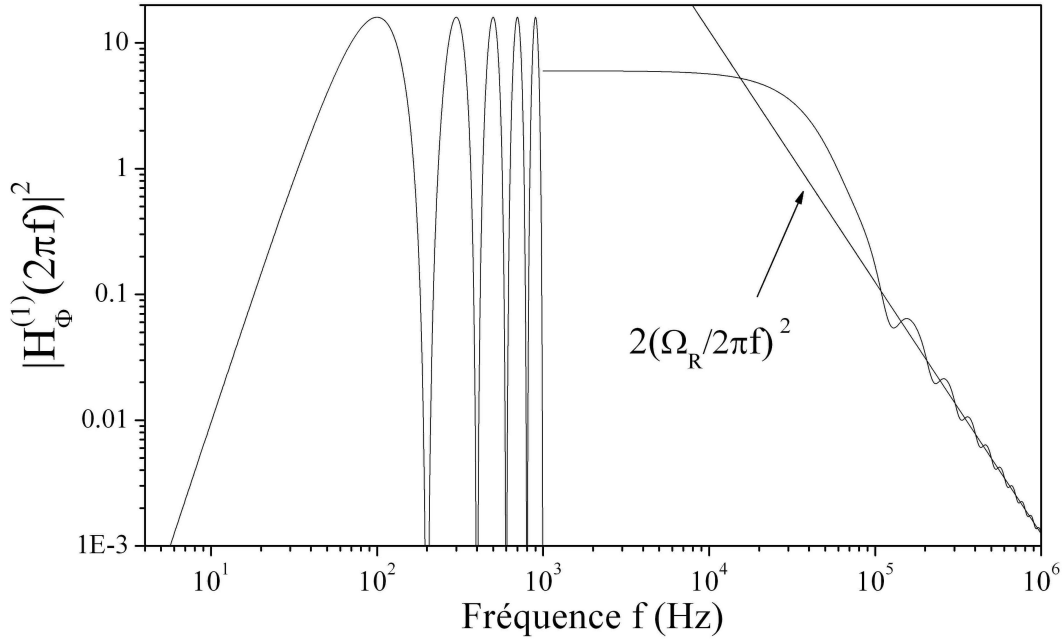


FIG. 5.4 – Fonction de sensibilité  $|H_\phi^{(1)}(2\pi f)|^2$  à la phase dans le domaine fréquentiel.

### 5.2.5 Mesure expérimentale de la fonction de transfert $|H_\phi^{(1)}|^2$

Afin de mesurer  $H_\phi^{(1)}$ , nous appliquons sur la phase des faisceaux Raman une perturbation sinusoïdale synchronisée sur la première impulsion d'interrogation. Ce procédé expérimental est représenté figure 5.2. Il consiste en un signal modulé en phase délivré par un synthétiseur de fréquence digital (DDS modèle Stanford DS345) sommé au signal d'erreur de l'asservissement des lasers d'interrogation. Grâce à cette méthode, nous introduisons une perturbation sinusoïdale sur la phase laser de la forme

$$\phi(t) = \phi_\omega \cos(\omega(t + T) + \psi)$$

où  $\psi$  est la phase du signal appliqué. Ceci conduit à une mesure de déphasage en sortie de l'interféromètre de

$$\delta\Phi_\omega = -\phi_\omega \cos(\psi + \omega T) |H_\phi^{(1)}(\omega)| \quad (5.8)$$

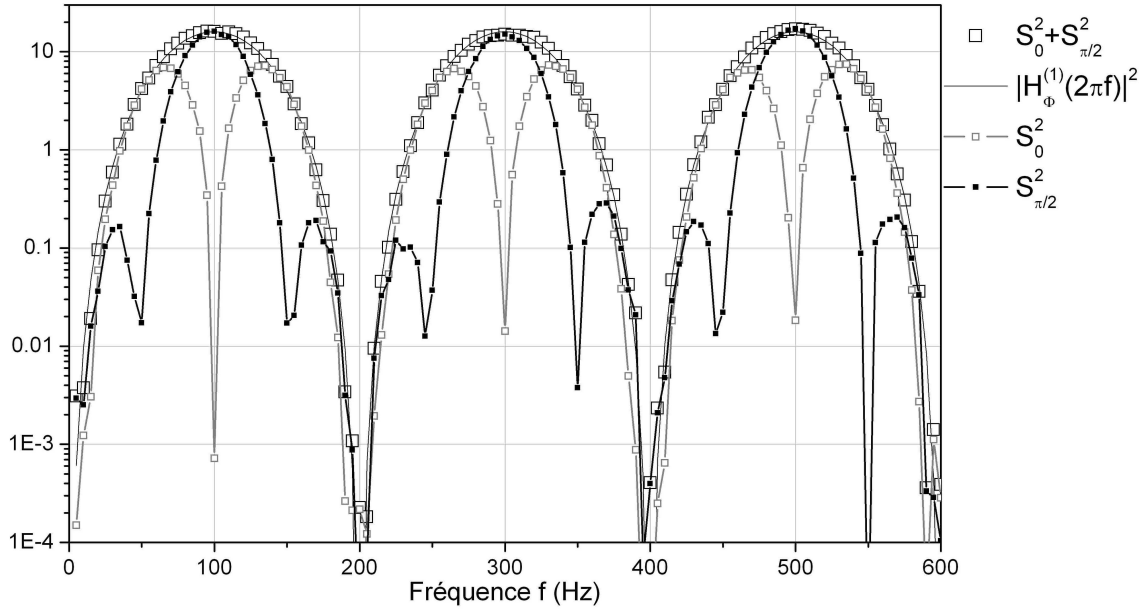


FIG. 5.5 – Fonction de transfert  $|H_\phi^{(1)}|^2$  à basse fréquence pour  $T = 4.97$  ms et  $\tau = 20$   $\mu$ s. La mesure des fonction  $S_0$  et  $S_{\pi/2}$  permet après somme quadratique d’obtenir  $|H_\phi^{(1)}|^2$ . La fonction de transfert expérimentale ainsi déduite confirme le calcul théorique de la section 5.2.4. Nous observons notamment une sensibilité nulle aux fréquences multiples de  $1/T \approx 200$  Hz.

Nous mesurons alors les fonctions  $S_0(\omega) = (\delta\Phi_\omega/\phi_\omega)_{\Psi=0}$  et  $S_{\pi/2}(\omega) = (\delta\Phi_\omega/\phi_\omega)_{\Psi=\pi/2}$  en balayant la valeur de  $\omega$ . La fonction de transfert  $|H_\phi^{(1)}|^2$  est alors calculée par leur somme quadratique :

$$S_0^2 + S_{\pi/2}^2 = |H_\phi^{(1)}(\omega)|^2 \left( \cos(\omega T)^2 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega T\right)^2 \right) = |H_\phi^{(1)}(\omega)|^2$$

Nous obtenons alors le même résultat que si nous avions moyenné sur tous les  $\Psi$ . Les fonctions  $S_0^2, S_{\pi/2}^2$  et  $|H_\phi^{(1)}(\omega)|^2$  mesurées pour des basses fréquences ( $f \ll 2\pi\Omega_{eff}$ ) sont ainsi représentées figure 5.5.

Nous observons que  $S_0^2$  et  $S_{\pi/2}^2$  présentent des annulations supplémentaires par rapport à  $|H_\phi^{(1)}|^2$  dues à la présence du terme en  $\cos(\psi + \omega T)$  dans l’équation 5.8. Ces zéros disparaissent dans la somme quadratique. La fonction de transfert  $|H_\phi^{(1)}(\omega)|^2$  alors obtenue concorde parfaitement avec le modèle théorique avec des zéros aux fréquences multiples de  $1/T \approx 200$  Hz.

Nous avons également étudié le comportement de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  au voisinage de la fréquence de Rabi. Dans cette zone, nous observons des couples de fréquences visibles sur la figure 5.6 annulant la sensibilité à la phase. Le premier zéro correspond à une fréquence multiple de  $1/(T + 2\tau)$  qui annule le terme en  $\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right)$  dans l’expression de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  (cf équation 5.7). Le second terme correspond à une fréquence annulant le second facteur  $\left(\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right)$  et dont la position dépend de façon critique de la valeur de  $\Omega_R$ . Afin d’obtenir une courbe théorique (en trait noir sur la figure 5.6) en bonne accord avec ces données expérimentales, la valeur de  $\Omega_R$  déterminée en mesurant la longueur d’une impulsion  $\pi$  (avec une précision de l’ordre du %) doit être corrigée de  $\approx 1.5$  %. Il convient de remarquer que cette méthode peut être utilisée afin de mesurer  $\Omega_R$  très précisément.

Nous avons donc validé expérimentalement le formalisme de la fonction de sensibilité à la phase dans le domaine temporel et fréquentiel.

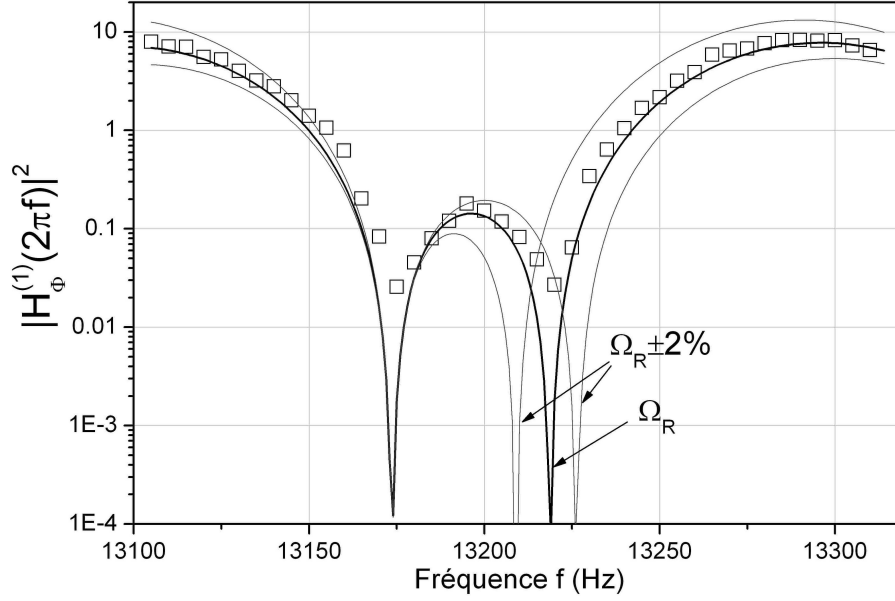


FIG. 5.6 – Fonction de sensibilité  $|H_\phi^{(1)}|^2$  pour  $T = 4.97$  ms et  $\tau = 20$   $\mu$ s au voisinage de la fréquence de Rabi. Les deux zéros observés rendent compte de l'annulation des deux facteurs  $\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right)$  et  $\left(\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right)$  de la fonction  $|H_\phi^{(1)}|^2$ . Nous remarquons que la position de la seconde annulation de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  dépend de façon critique de la valeur de  $\Omega_R$

Afin de se placer dans les meilleures conditions expérimentales, nous avons mesuré la fonction  $g_\phi^{(1)}(t)$  correspondant à un interféromètre de durée totale  $2T = 10$  ms pour lequel la pulsation de Rabi effective est identique au moment des trois impulsions. Il en résulte que la fonction  $g_\phi^{(1)}(t)$  correspond à celle d'un interféromètre utilisant trois impulsions de durées respectives " $\tau, 2\tau, \tau$ ". La section suivante est consacrée au calcul de la fonction de sensibilité correspondant à temps d'interaction plus important ( $2T = 60$  à  $80$  ms).

### 5.3 Cas d'un interféromètre utilisant des impulsions d'égales durées.

Lors de mesures inertielles, la durée totale d'interrogation utilisée est de  $2T = 60$  à  $80$  ms selon la configuration horizontale ou verticale. Pour ces valeurs, les atomes explorent des zones d'intensité différentes dans le faisceau Raman au moment des trois interrogations. La valeur de  $\Omega_R$  au niveau de l'impulsion  $\pi$  est ainsi deux fois plus importante qu'au niveau des impulsions  $\pi/2$ . La séquence d'interrogation est donc constituée de trois impulsions de durées équivalentes : " $\tau, \tau, \tau$ ". Il en résulte une fonction de sensibilité  $g_\phi$  légèrement différente de celle que nous venons d'étudier expérimentalement. Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons uniquement cette fonction  $g_\phi$  dont les propriétés sont étudiées par la suite section 5.3.1. Nous utiliserons alors cette fonction afin de déterminer les limites dues aux fluctuations de phase interférométrique.



### 5.3.1 Fonction de sensibilité à la phase $g_\phi$

L'expression de  $g_\phi(t)$  se déduit d'une manière analogue à celle de  $g_\phi^{(1)}(t)$ . Nous obtenons alors une fonction impaire dont l'expression pour  $t > 0$  s'écrit :

$$g_s(t) = \begin{cases} \sin(2\Omega_R t) & 0 < t < \frac{\tau}{2} \\ 1 & \frac{\tau}{2} < t < T + \frac{\tau}{2} \\ \sin(\Omega_R(t - T - \frac{\tau}{2}) + \frac{\pi}{2}) & T + \frac{\tau}{2} < t < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (5.9)$$

La figure 5.7 montre la courbe représentative des deux fonctions  $g_\phi^{(1)}(t)$  et  $g_\phi(t)$  pendant la durée d'un interféromètre dont le centre de la seconde impulsion est pris comme origine des temps. La durée totale des interféromètres " $\tau, \tau, \tau$ " ( $T+3\tau$ ) et " $\tau, 2\tau, \tau$ " ( $T+4\tau$ ) étant légèrement différente, le domaine des deux fonctions associées ne sont pas égaux (ces fonctions sont ici représentées pour une durée d'impulsion volontairement exagérée  $\tau = 5000 \mu s$ ).

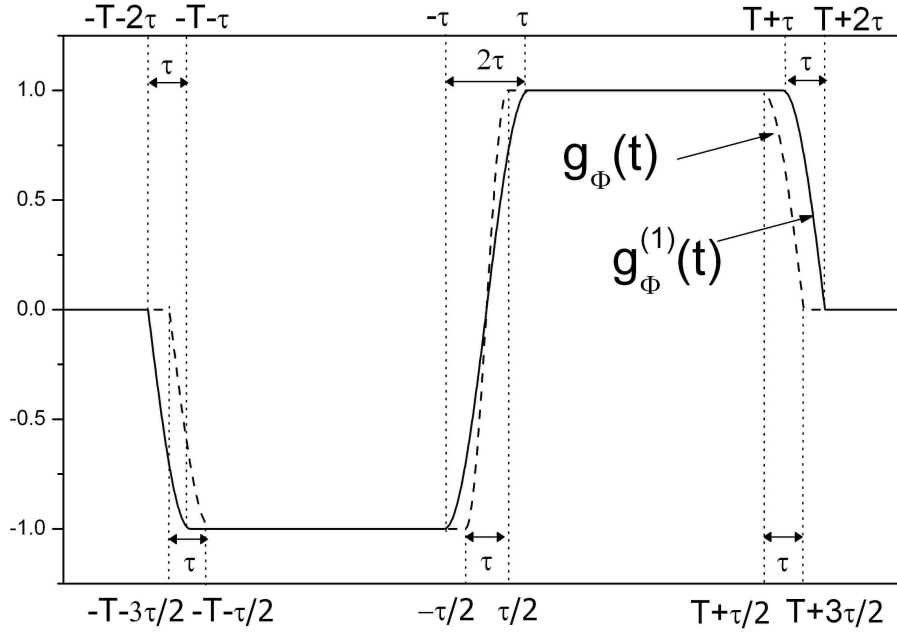


FIG. 5.7 – Fonctions de sensibilité  $g_\phi^{(1)}(t)$  et  $g_\phi(t)$  associées respectivement à des séquences interférométriques du type " $\tau, 2\tau, \tau$ " et " $\tau, \tau, \tau$ ". La différence majeure entre les deux fonctions est la pente de  $g_\phi(t)$  deux fois plus forte au moment de la seconde impulsion.

Pour la fonction  $g_\phi(t)$ , la première impulsion de durée  $\tau$  est comprise entre  $-T - \frac{3\tau}{2}$  et  $-T - \frac{\tau}{2}$ . Cette impulsion s'effectuant avec une pulsation de Rabi effective  $\Omega_R$ , la forme de  $g_\phi(t)$  est similaire à celle de  $g_\phi^{(1)}(t)$ .

Pendant la seconde impulsion de durée  $\tau$ , comprise entre  $-\frac{\tau}{2}$  et  $+\frac{\tau}{2}$ , la fonction  $g_\phi(t)$  présente une pente deux fois plus forte que celle de  $g_\phi^{(1)}(t)$  résultant de l'utilisation d'une valeur de  $\Omega_R$  deux fois plus grande.

Nous remarquons enfin que tout comme  $g_\phi^{(1)}(t)$ ,  $g_\phi(t)$  est une fonction impaire. Ces deux fonctions temporelles sont donc très similaires.

### 5.3. CAS D'UN INTERFÉROMÈTRE UTILISANT DES IMPULSIONS D'ÉGALES DURÉES.

---

Nous étudions par la suite le comportement de  $g_\phi(t)$  dans le domaine fréquentiel. La transformée de Fourier de cette fonction s'exprime par :

$$G_\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) e^{-i\omega t} dt = -i \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \sin(\omega t) dt$$

soit :

$$G_\phi(\omega) = \frac{-2i\Omega_R}{\omega^5 - 5\omega^3\Omega_R^2 + 4\omega\Omega_R^4} \left[ \Omega_R (\omega^2 - 4\Omega_R^2) \cos\left(\omega\left(T + \frac{\tau}{2}\right)\right) + 4\Omega_R (\Omega_R^2 - \omega^2) \cos\left(\omega\frac{\tau}{2}\right) - \omega (\omega^2 - 4\Omega_R^2) \sin\left(\omega\left(T + \frac{3\tau}{2}\right)\right) \right] \quad (5.10)$$

La fonction de transfert associée à  $G_\phi$  sera appelée par la suite  $H_\phi(\omega) = \omega G_\phi(\omega)$ . Le comportement basse fréquence de la fonction  $|H_\phi(\omega)|^2$  est représenté figure 5.8.

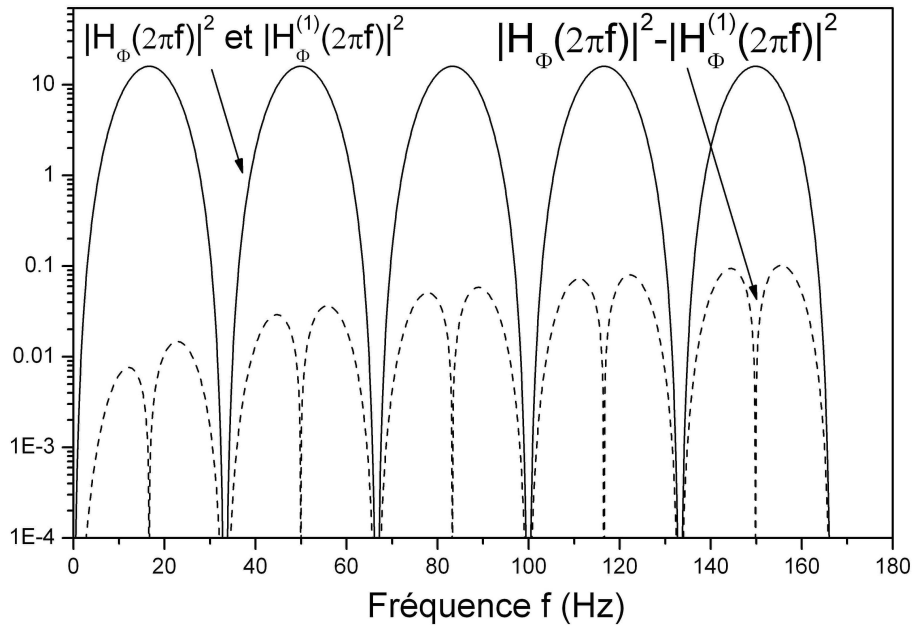


FIG. 5.8 – Comportement basse fréquence de la fonction  $|H_\phi(\omega)|^2$  et de la différence  $|H_\phi(\omega)|^2 - |H_\phi^{(1)}(\omega)|^2$ . La différence entre les deux fonctions augmente avec la fréquence.

Cette fonction est très similaire à la fonction  $|H_\phi^{(1)}|^2$ , dont la représentation graphique lui est superposée sur la figure 5.8. Tout comme  $|H_\phi^{(1)}|^2$ , la fonction  $|H_\phi|^2$  présente des annulations aux fréquences proches de  $1/T$ . Nous avons en effet pour  $\omega \ll \Omega_R$  :

$$|H_\phi|^2 = |H_\phi^{(1)}|^2 \approx 16 \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)^4$$

La figure 5.8 représente également le graphe de la différence entre ces deux fonctions  $|H_\phi^{(1)}|^2 - |H_\phi|^2$  dont la valeur augmente avec la fréquence. La différence entre les deux fonctions étant due à la différence de pulsation de Rabi effective au moment de la seconde impulsion,  $|H_\phi^{(1)}|^2$  et  $|H_\phi|^2$  sont très similaires lorsque la fréquence considérée est petite devant  $\Omega_R$ . Le comportement de ces deux fonctions de transfert au voisinage de  $\Omega_R$  est représenté figure 5.9.

Nous observons alors que les deux fonctions  $|H_\phi^{(1)}|^2$  et  $|H_\phi|^2$  sont légèrement décalées et  $|H_\phi|^2$  ne présente pas les séries de doubles annulations observées sur  $|H_\phi^{(1)}|^2$ . En réalité cette fonction de

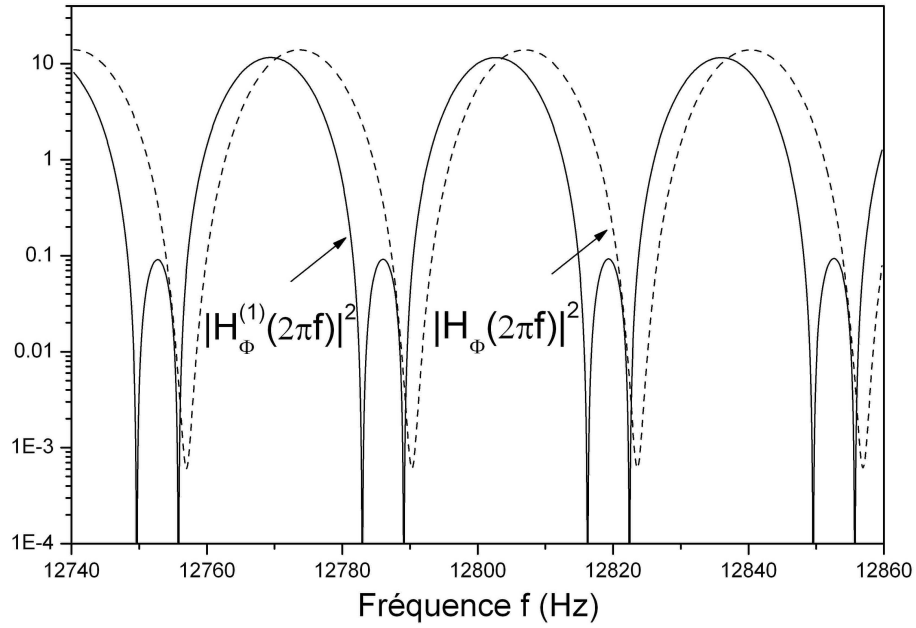


FIG. 5.9 – Comportement des fonctions  $|H_\phi^{(1)}|^2$  et  $|H_\phi|^2$  près de la fréquence de Rabi effective. Les séquences de doubles annulations de la fonction  $|H_\phi|^2$  ont lieu à des fréquences plus élevées.

transfert présente des couples d'annulations pour des fréquences plus élevées. Afin de visualiser le comportement global des deux fonctions à haute fréquence, nous avons également représenté figure 5.10 la valeur moyenne sur une période de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  et  $|H_\phi|^2$  qui est plus pertinente pour le calcul des effets du bruit haute fréquence.

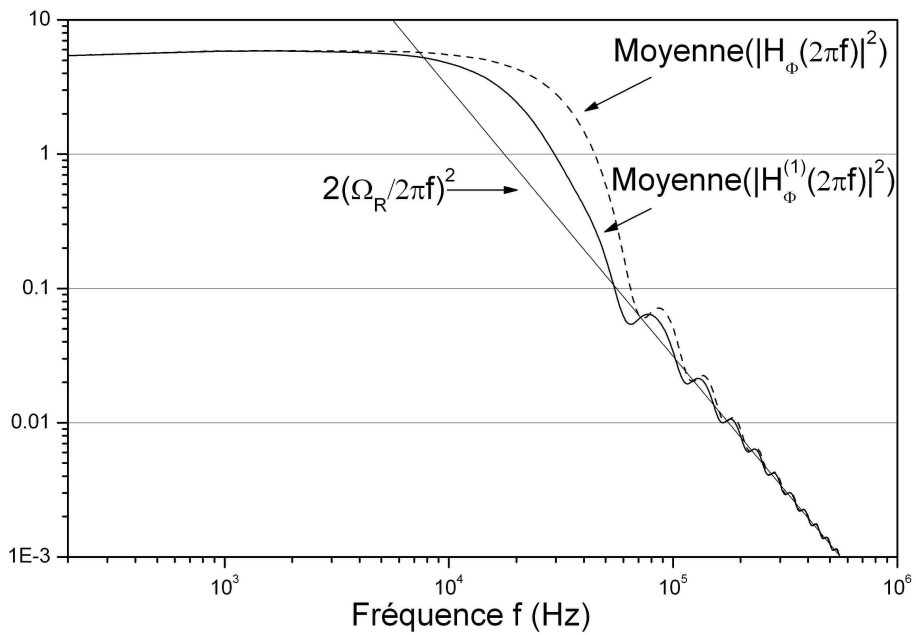


FIG. 5.10 – Moyenne sur une période des fonctions  $|H_\phi^{(1)}|^2$  et  $|H_\phi|^2$  pour des fréquences élevées. La valeur moyenne de  $|H_\phi|^2$  est plus élevée que celle de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  au voisinage de la fréquence de Rabi.

Les deux fonctions ainsi obtenues sont donc très similaires sauf au voisinage de  $\Omega_R$  où la moyenne de  $|H_\phi|^2$  est plus grande que celle de  $|H_\phi^{(1)}|^2$  (ce qui est normal puisqu'elle est associée à une valeur de  $\Omega_R$  plus élevée au moment de la seconde impulsion). Cette différence diminue lorsque la fréquence augmente devant  $\Omega_R$ . Pour finir, le comportement asymptotique est déterminé par une fonction identique en  $2\frac{\Omega_R^2}{\omega^2}$  (cf figure 5.10).

Nous avons donc calculé la fonction de sensibilité à la phase correspondant à des durées d'interféromètre utilisées lors des mesures inertielles. Nous utilisons alors ce formalisme pour calculer l'influence du bruit de phase sur le rapport signal à bruit des mesures de déphasage interférométrique.

### 5.3.2 Influence des fluctuations de phase laser

Nous avons vu précédemment que le déphasage créé en sortie de l'interféromètre par une perturbation de phase sinusoïdale est de la forme  $\delta\Phi_\omega = -\phi_\omega \cos(\psi) |\omega G_\phi(\omega)|$ . Lors de mesures successives réalisées avec une phase  $\psi$  aléatoire, la variance des mesures est de la forme :

$$\sigma_\Phi^2 = \langle \delta\Phi_\omega^2 \rangle_\psi = \frac{1}{2} \phi_\omega |\omega G_\phi(\omega)|^2$$

d'une manière similaire, en présence d'une densité spectrale de bruit de phase  $S_\phi(\omega)$ , l'écart type s'écrit :

$$\sigma_\Phi^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_\phi(\omega) |\omega G_\phi(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} = \int_0^{+\infty} S_\phi(\omega) |\omega G_\phi(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi}$$

Néanmoins, ce concept de variance classique n'est pas adapté pour étudier la stabilité des déphasages pour différents temps d'intégration et pour tenir compte des temps morts entre chaque mesure expérimentale. L'outil statistique de l'écart-type d'Allan que nous utiliserons par la suite permet de remplir ces objectifs.

Nous calculerons donc par la suite l'écart-type d'Allan  $\sigma_\Phi^2(\tau_m)$  des mesures de déphasage interférométriques pour un temps d'intégration  $\tau_m = mT_c$  multiple du temps de cycle  $T_c$  d'acquisition des mesures :

$$\sigma_\Phi^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)} - \overline{\delta\Phi_k(\tau_m)})^2 \rangle$$

où  $\overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)}$  et  $\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)}$  sont des moyennes réalisées sur des paquets consécutifs et disjoints de  $m$  données de déphasage  $\delta\Phi_i$  réalisées entre  $t_i$  et  $t_{i+1}$

$$\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} = \frac{1}{m} \sum_{i=m(k-1)+1}^{mk} \delta\Phi_i$$

Les mesures  $\delta\Phi_i$  étant réalisées périodiquement avec un temps de cycle  $T_c$ , en supposant que l'acquisition de chaque paquet  $m$  de données commence à l'instant  $t_k$ , nous avons :  $t_i = t_k + iT_c$ . De même, il est possible de poser pour  $t_k$ ,  $t_k = -\frac{T_c}{2} + kmT_c$ . Nous pouvons alors écrire  $\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)}$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \int_{t_i}^{t_{i+1}} g_\phi(t - t_i - \frac{T_c}{2}) \frac{d\phi}{dt} dt \\ &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \int_{t_k + (i-1)T_c}^{t_k + iT_c} g_\phi(t - kmT_c - (i-1)T_c) \frac{d\phi}{dt} dt \\ &= \frac{1}{m} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \sum_{i=1}^m g_\phi(t - kmT_c - (i-1)T_c) \frac{d\phi}{dt} dt \end{aligned}$$

### 5.3. CAS D'UN INTERFÉROMÈTRE UTILISANT DES IMPULSIONS D'ÉGALES DURÉES.

Nous définissons alors la fonction de sensibilité  $g_{\phi,k}(t)$  correspondant à la k-ième série m de mesures :

$$g_{\phi,k}(t) = \sum_{i=1}^m g_{\phi}(t - kmT_c - (i-1)T_c)$$

le déphasage moyen correspondant à cette série de donnée se calcule alors :

$$\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\phi,k}(t) \frac{d\phi}{dt} dt$$

Nous obtenons :

$$(\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} - \overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)}) = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\phi,k+1}(t) - g_{\phi,k}(t) \frac{d\phi}{dt} dt$$

En supposant la phase laser de la forme :  $\phi(t) = \phi_{\omega} \cos(\omega t + \psi)$

$$(\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} - \overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)}) = -\frac{1}{m} \frac{(e^{im\omega T_c} - 1)^2}{(e^{i\omega T_c} - 1)} \phi_{\omega} \cos(\psi) |\omega G_{\phi}(\omega)|$$

En supposant que les mesures de  $(\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} - \overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)})$  sont réalisées avec une phase  $\psi$  aléatoire :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\delta\Phi_k(\tau_m)} - \overline{\delta\Phi_{k+1}(\tau_m)})^2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \frac{4 \sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c)} \phi_{\omega}^2 |\omega G_{\phi}(\omega)|^2$$

Pour un bruit aléatoire, caractérisé par une densité spectrale de bruit de phase  $S_{\phi}(\omega)$ , nous obtenons :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} \frac{4 \sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c)} |\omega G_{\phi}(\omega)| S_{\phi}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.11)$$

Lorsque le temps de mesure tend vers l'infini :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c)} = \frac{m}{2T_c} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k f_c)$$

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{\tau_m} \sum_{k=1}^{\infty} |H(2\pi k f_c)|^2 S_{\phi}(2\pi k f_c) \quad (5.12)$$

Lorsque  $\tau_m \rightarrow \infty$ , la sensibilité des mesures de déphasages interférométriques est donc limitée par un effet de repliement de spectre des termes aux harmoniques de  $1/T_c$ .

Dans le cas d'un bruit blanc de phase laser :  $S_{\phi}(\omega) = S_{\phi}^0$ , il vient :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{S_{\phi}^0}{\tau_m} \sum_{k=1}^{\infty} |H(2\pi k f_c)|^2$$

or d'après la relation de Parseval :  $\sum_{k=1}^{\infty} |H(2\pi k f_c)|^2 = T_c \int_0^{\infty} \left| \frac{dg_s(t)}{dt} \right| dt$

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{3\pi^2}{8} \frac{S_{\phi}^0 T_c}{\tau_m \tau} \quad (5.13)$$

Nous trouvons ainsi que pour une durée d'impulsion de  $20 \mu s$  le niveau de bruit blanc de phase doit être inférieur à  $5.10^{-12} \text{ rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$  afin d'obtenir un bruit de phase interférométrique en dessous de  $1 \text{ mrad}$ . La section suivante est consacrée à une mesure expérimentale indépendante de  $S_{\phi}(\omega)$  et à l'estimation de  $\sigma_{\Phi}^2$ .

### 5.3.3 Évaluation expérimentale du bruit de phase laser sur un coup

Dans cette section, nous évaluons la variance d'Allan sur un coup des fluctuations de phase interférométrique créées par les fluctuations de phase laser en utilisant le formalisme de la fonction de sensibilité.

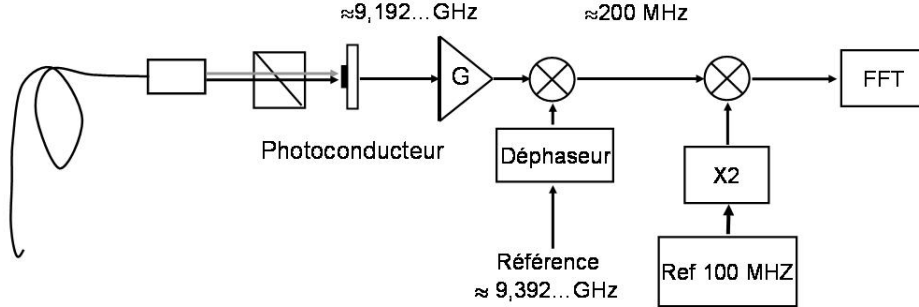


FIG. 5.11 – Principe de la mesure de densité spectrale de bruit de phase des faisceaux d'interrogation. Nous réalisons le battement des lasers Raman sur un photoconducteur rapide. Le signal obtenu est alors comparé aux signaux de référence délivrés par la chaîne de fréquence.

Cette étude est réalisée en partant d'une mesure indépendante de la densité spectrale de bruit de phase des faisceaux d'interrogation effectuée en sortie de fibre Raman par battement entre les lasers  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers excité.

La montage utilisé ici (cf figure 5.11) est similaire à celui réalisé pour l'asservissement des faisceaux Raman. Les deux lasers issus de la fibre optique traversent un cube séparateur de polarisation permettant d'obtenir deux faisceaux en polarisation parallèle. Le battement entre les lasers est alors réalisé sur un photo-conducteur similaire à celui utilisé dans le système d'asservissement Raman. Le signal hyperfréquence à  $\approx 9,192... \text{ GHz}$  ainsi obtenu est ramené à  $\approx 200... \text{ MHz}$  par battement avec le signal de référence délivré par la chaîne de fréquence. Un signal proportionnel à la phase est ensuite obtenu par une seconde comparaison avec une référence de fréquence à 100 MHz doublée (un déphaseur permet de se placer dans la zone de réponse linéaire du mélangeur). L'utilisation d'un analyseur de spectre de type FFT permet alors de mesurer la densité spectrale de bruit de phase, représentée figure 5.12. La remontée du bruit basse fréquence (en dessous de 100 Hz) est due majoritairement au bruit de phase accumulé lors de la propagation des faisceaux le long des deux axes propres de la fibre à maintien de polarisation. Il est possible de diminuer ce bruit en utilisant des faisceaux de même polarisation (dans la configuration actuelle du banc Raman cela revient néanmoins à perdre la moitié de la puissance laser). Le palier de bruit observé à quelques kHz est dû au niveau de bruit blanc du convertisseur phase-fréquence.

Il est alors possible de calculer la variance d'Allan sur un coup  $\sigma_\Phi^2(\tau_1)$  des fluctuations de phase interférométriques créées par les fluctuations de phase laser en utilisant l'équation établie précédemment :

$$\sigma_\Phi^2(\tau_1) = 2 \int_0^{+\infty} \sin(\omega T_c/2)^2 |\omega G(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.14)$$

Nous obtenons alors dans des configurations utilisant un temps d'interaction totale de 60 et 80 ms :

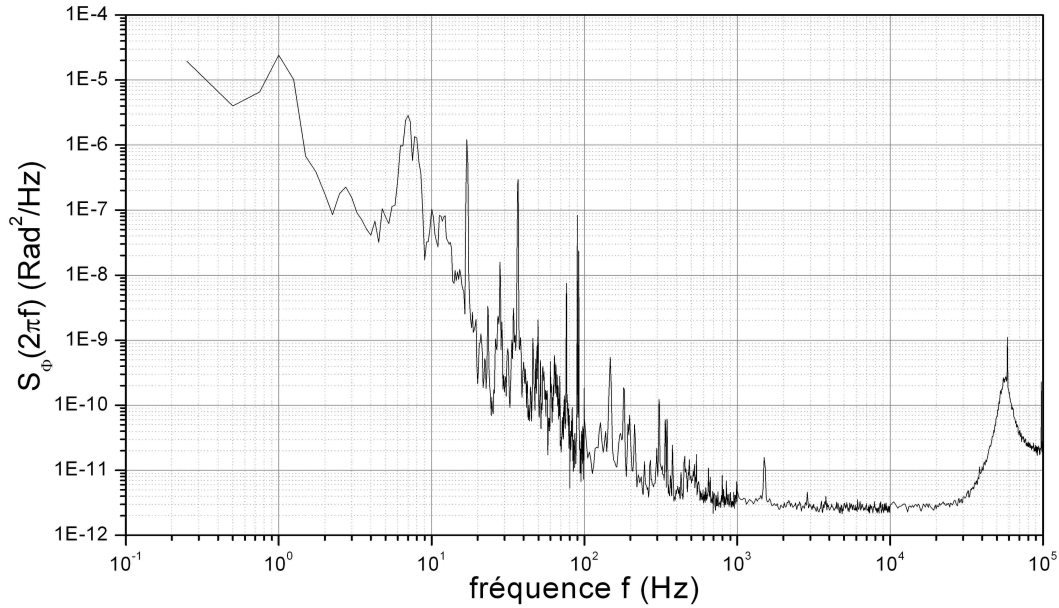


FIG. 5.12 – Densité spectrale de bruit de phase des faisceaux Raman mesuré avec l'analyseur de spectre FFT.

	$\sigma_{\phi}^2(\tau_1)(mrad)$	
	2T=60ms	2T=80ms
0-10 Hz	2,9	4,4
10-100 Hz	2,3	2,7
0,1-1 kHz	0,3	0,3
1-10 kHz	0,4	0,4
10-100 kHz	2	2
<b>total</b>	<b>4,2</b>	<b>5,5</b>

Afin de connaître le bruit de phase **total** vu par les atomes, il convient de prendre en compte le bruit introduit par le signal de référence. L'analyse du bruit de phase de la chaîne de fréquence a été effectué dans la thèse de F. Yver [Yver Leduc 2004]. Pour des temps d'interaction de 60 et 80 ms, nous obtenons ainsi un bruit de respectivement 3,4 et 2,5 mrad.

Le bruit de phase total vu par les atomes est donc de  $\sqrt{4,2^2 + 3,4^2} = \mathbf{5,4 \text{ mrad}}$  pour  $2T = 60 \text{ ms}$  et  $\sqrt{5,5^2 + 2,5^2} = \mathbf{6 \text{ mrad}}$  pour  $2T = 80 \text{ ms}$ .

Ces résultats montrent que le bruit de phase laser peut limiter le rapport signal sur bruit sur un coup des mesures d'effets inertiels continus. Nous verrons par la suite que cet effet perturbateur est une des contributions principales de la limitation sur le court terme. Cet effet influencera soit le signal de rotation en configuration horizontale soit le signal d'accélération en verticale.

La section suivante est consacrée à l'adaptation du formalisme de la fonction de sensibilité à la phase afin de déterminer la sensibilité du dispositif aux rotations.



## 5.4 Sensibilité aux rotations

## 5.5 Fonction de sensibilité à un saut d'angle

Afin d'étudier la sensibilité à la rotation, nous nous intéressons tout d'abord à la fonction de sensibilité à un saut d'angle  $g_\theta$ . Cette fonction décrit la réponse impulsionnelle du déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre à une variation d'angle  $\delta\theta$  appliquée à l'instant  $t_0$  sur les faisceaux Raman et elle est ainsi définie par :

$$g_\theta(t_0) = \lim_{\delta\theta \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\theta(t_0))}{\delta\theta(t_0)}$$

On détermine alors  $\delta\Phi(\delta\theta(t_0))$  grâce à la fonction de sensibilité à la phase  $g_s(t)$  déterminée précédemment :

$$\delta\Phi(\delta\theta(t_0)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi_{\theta(t_0)}(t)}{dt} dt$$

où  $\phi_{\theta(t_0)}(t)$  est la phase laser vue par les atomes dans l'interféromètre lorsqu'on réalise un saut d'angle  $\delta\theta$  à l'instant  $t_0$ . Cette situation est représentée figure 5.13.

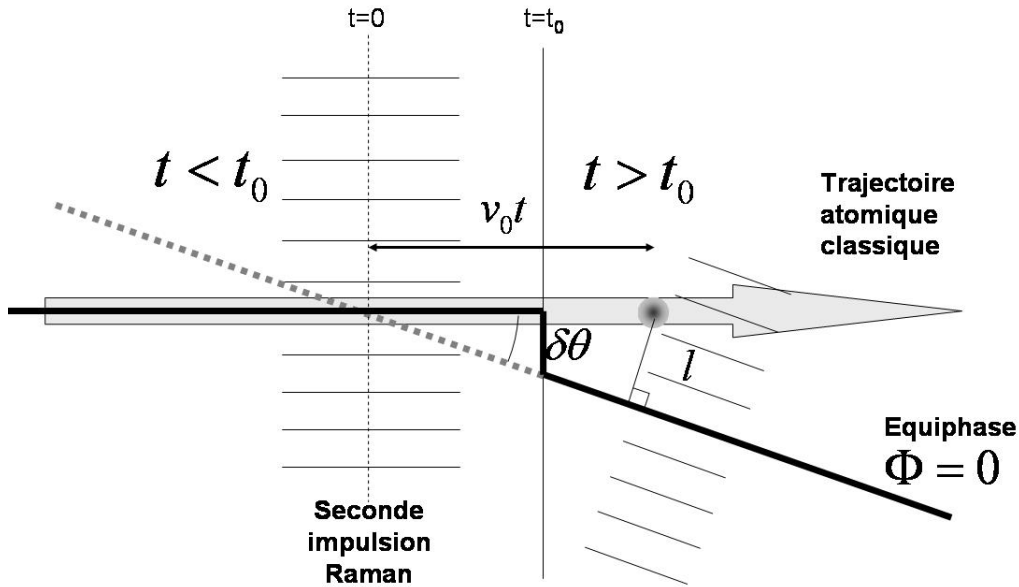


FIG. 5.13 – Calcul de la phase laser vue par les atomes pendant la durée de l'interféromètre dans le cas d'un saut de l'inclinaison des faisceaux d'interrogation d'une valeur  $\delta\theta$  appliquée à l'instant  $t_0$ . Lorsque  $t < t_0$ , les atomes suivent l'équiphasse laser  $\phi = 0$ . Pour  $t > t_0$ , la phase laser vue par les atomes varie linéairement en fonction du temps.

Lorsque  $t < t_0$ , nous nous plaçons dans le cas où que les atomes suivent l'équiphasse laser  $\phi = 0$ , soit :  $\delta\Phi(\delta\theta(t_0)) = 0$ . Si nous supposons alors que l'axe de la rotation d'angle  $\delta\theta$  est confondu avec la position des nuages au moment de la seconde impulsion Raman, l'évolution de la phase pour  $t > t_0$  est linéaire et  $\delta\Phi(\delta\theta(t_0)) = kV_0 t \sin \delta\theta = kV_0 t \delta\theta$ . La phase laser vue par les atomes pendant toute la durée de l'interféromètre est donc :

$$\phi_{\theta(t_0)}(t) = kV_0 t \delta\theta h(t + t_0)$$

ou  $h$  est la fonction de Heaviside. Il s'ensuit :

$$\delta\Phi(\delta\theta(t_0)) = kV_0\delta\theta(t_0) \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t)(h(t+t_0) + t\delta(t+t_0))dt$$

ou  $\delta$  est la fonction de Dirac. La fonction  $g_s^\theta$  s'exprime grâce à la fonction  $g_s$  :

$$g_\theta(t_0) = kV_0 \left( t_0 g_s(t_0) + \int_{t_0}^{+\infty} g_s(t) dt \right) \quad (5.15)$$

La fonction de sensibilité à un saut d'angle est donc une fonction paire représentée figure 5.14 dont l'expression pour  $t_0 > 0$  est donnée par :

$$\frac{g_s^\theta(t_0)}{kV_0} = \begin{cases} 1 + \frac{1}{\Omega_R T} + \frac{1}{2\Omega_R T} \cos(2t_0\Omega_R) + \frac{t_0}{T} \sin(2\Omega_R t_0) & 0 < t_0 < \frac{\tau}{2} \\ 1 + \frac{4+\pi}{4T\Omega_R} & \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{\tau}{2} \\ \frac{1}{\Omega_R T} (1 + \cos(\frac{\pi}{4} + (t_0 - T)\Omega_R) + t_0\Omega_R \cos(\frac{\pi}{4} - (t_0 - T)\Omega_R)) & T + \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (5.16)$$

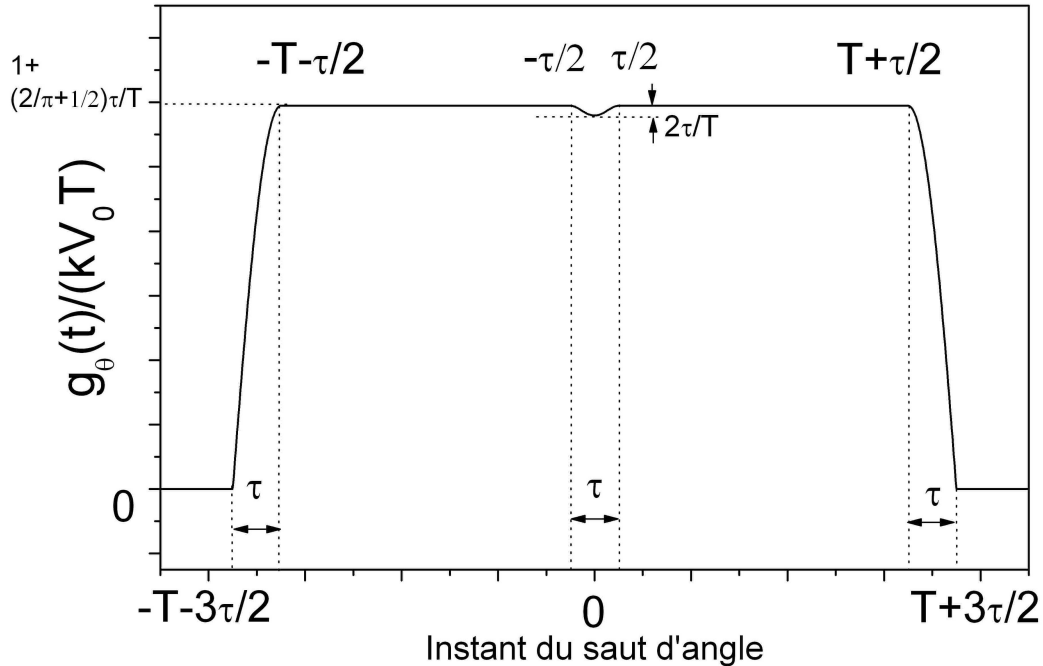


FIG. 5.14 – Fonction de sensibilité à un saut d'angle  $\frac{g_s^\theta(t_0)}{kV_0}$

Nous remarquons figure 5.14 que le dispositif est très sensible à une variation d'angle des faisceaux à la première et à la dernière impulsion Raman. La prise en compte de la durée finie des impulsions met également en évidence une faible sensibilité pendant l'impulsion  $\pi$ . Ce formalisme permet donc de calculer le déphasage à la sortie de l'interféromètre pour une évolution quelconque de  $\theta(t)$  :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^\theta(t) d\theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^\theta(t) \frac{d\theta(t)}{dt} dt \quad (5.17)$$

### 5.5.1 Sensibilité aux vitesses de rotation

Nous présentons dans cette section la sensibilité de l'interféromètre aux vitesses de rotation  $g_\Omega(t)$  en utilisant la fonction  $g_s^\theta$

#### Fonction de sensibilité à la rotation dans le domaine temporel $g_\Omega(t)$

La relation  $\Omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$  permet de déterminer de manière implicite la fonction  $g_\Omega(t)$  représentée figure 5.15 et définie par :

$$\frac{dg_\Omega(t)}{dt} = g_s^\theta(t) \quad (5.18)$$

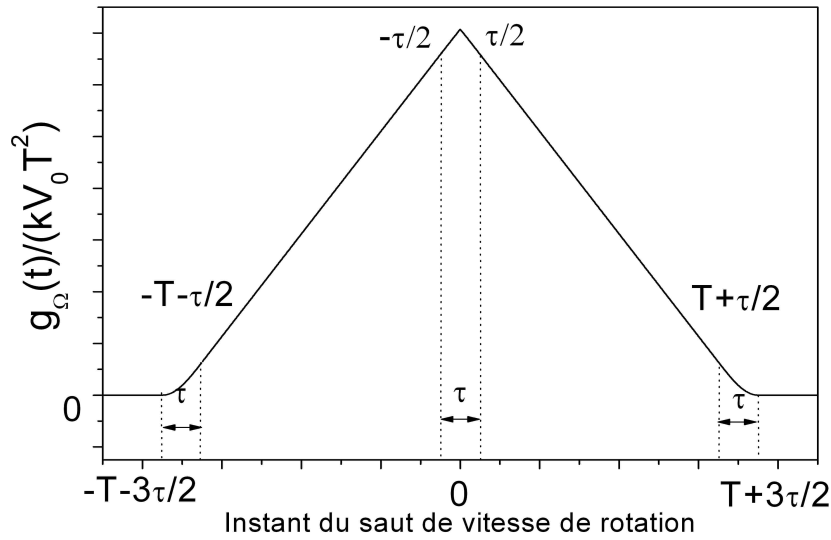


FIG. 5.15 – Fonction de sensibilité à la rotation dans le domaine temporel  $g_\Omega(t)$ .

Afin de caractériser la réponse fréquentielle du capteur inertiel aux rotations, nous nous intéressons par la suite à la transformée de Fourier de  $g_\Omega(t)$ .

#### Sensibilité en fréquence à la rotation

Une rotation de la forme  $\frac{d\theta(t)}{dt} = \Omega_\omega(t) = \Omega_\omega \cos(\omega t + \psi_\omega)$  crée un déphasage en sortie de l'interféromètre calculable grâce à l'équation 5.17 :

$$\delta\Phi_\omega = \Omega_\omega \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^\theta(t) \cos(\omega t + \psi_\omega) dt$$

En développant  $\cos(\omega t + \psi_\omega) = \cos(\omega t) \cos(\psi_\omega) - \sin(\omega t) \sin(\psi_\omega)$  et en considérant que la fonction  $g_s^\theta(t)$  est paire, on a :

$$\delta\Phi_\omega = \Omega_\omega \cos(\psi_\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^\theta(t) \cos(\omega t) dt = \Omega_\omega \cos(\psi_\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} g_s^\theta(t) e^{i(\omega t)} dt$$

Nous identifions dans cette expression la transformée de Fourier  $G_\theta$  de la fonction  $g_\theta(t)$  :

$$\delta\Phi_\omega = \Omega_\omega \cos(\psi_\omega) G_\theta$$

La sensibilité aux rotations dans le domaine fréquentiel est donc décrite par une fonction de transfert  $H_\Omega(\omega)$  vérifiant :

$$H_\Omega(\omega) = G_\theta(\omega) \quad (5.19)$$

En partant de l'expression 5.15, nous pouvons alors exprimer  $G_\theta(\omega)$  et donc  $H_\Omega(\omega)$  en fonction de la transformée de Fourier de la fonction de sensibilité à la phase  $g_\Phi(t)$  :

$$G_\theta(\omega) = kV_0 \left( \frac{G_\Phi(\omega)}{\omega} + \frac{dG_\Phi(\omega)}{d\omega} \right)$$

sensibilité en fréquence à la rotation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} G_\theta(\omega) = \frac{kV_0}{2\omega(4\Omega_R^4 - 5\Omega_R^2\omega^2 + \omega^4)^2} & \left[ -8\omega\Omega_R^2(\omega^2 - 4\Omega_R^2)^2 \cos[(T + \frac{\tau}{2})\omega] \right. \\ & + \omega(3\pi + 4T\Omega_R)(\Omega_R^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4\Omega_R^2)^2 \cos[(T + \frac{3\tau}{2})\omega] \\ & + 32\Omega_R^2\omega(\omega^2 - \Omega_R^2)^2 \cos[\frac{\tau}{2}\omega] \\ & + 4\pi\Omega_R(\omega^2 - 4\Omega_R^2)(\omega^2 - \Omega_R^2)^2 \sin[\frac{\tau}{2}\omega] \\ & - \Omega_R(\pi + 4T\Omega_R)(\omega^2 - 4\Omega_R^2)(4\Omega_R^4 - 5\Omega_R^2\omega^2 + \omega^4) \sin[(T + \frac{\tau}{2})\omega] \\ & \left. + 4\Omega_R(\omega^2 - 4\Omega_R^2)(\omega^2 - 4\Omega_R^2)(\Omega_R^2 + \omega^2) \sin[(T + \frac{3\tau}{2})\omega] \right] \quad (5.20) \end{aligned}$$

Le module au carré de la fonction de transfert  $|H_\Omega(\omega)|^2 = |G_\theta(\omega)|^2$  est représenté figure 5.16.

Pour les fréquences au dessus de de 1 kHz nous avons représenté la valeur moyenne sur une période de la fonction  $|H_\Omega(\omega)|^2$  :

$$\langle |H_\Omega(\omega)|^2 \rangle = \frac{T}{2\pi} \int_{\omega}^{\omega + \frac{2\pi}{T}} |H_\Omega(u)|^2 du$$

A basse fréquence, lorsque  $\omega \ll \Omega_R$  on a :

$$|H_\Omega(\omega)|^2 \approx 4 \left( \frac{kV_0 T}{\omega} \right)^2 \sin(T\omega)^2$$

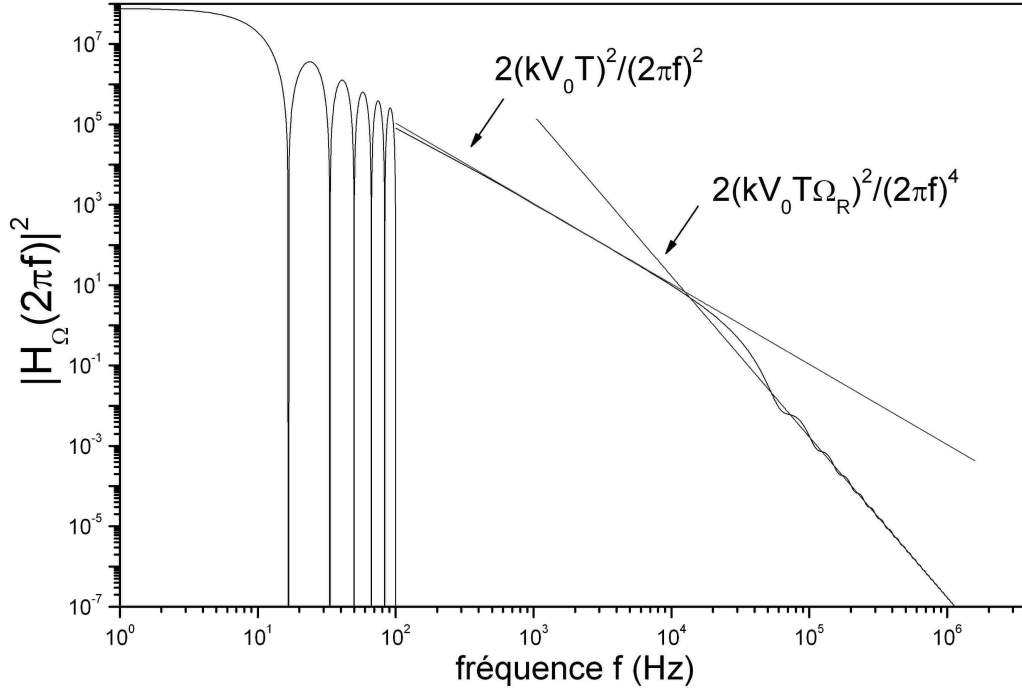


FIG. 5.16 – Module de la fonction de sensibilité à la rotation  $|H_{\Omega}(\omega)|^2$  pour une pulsation de Rabi effective  $\Omega_R \approx 2\pi \times 25$  kHz correspondant à des impulsions d'interrogation de  $20 \mu s$  et un temps d'interrogation  $2T = 60$  ms.

La fonction  $|H_{\Omega}(\omega)|^2$  présente des annulations périodiques aux fréquences  $1/2T$  et une forme caractéristique d'un filtre du premier ordre en :

$$2 \left( \frac{kV_0 T}{\omega} \right)^2$$

Pour  $\omega \gg \Omega_R$ , la fonction  $|H_{\Omega}(\omega)|^2$  vaut :

$$|H_{\Omega}(\omega)|^2 \approx 4 \left( \frac{kV_0 T \Omega_R}{\omega^2} \right)^2 \cos^2(T\omega)$$

La fonction  $|H_{\Omega}|^2$  présente donc pour les fréquences élevées un comportement de type filtre d'ordre deux.

### Modification du facteur d'échelle aux vitesses de rotation continues.

Dans le chapitre 2 nous avons calculé le facteur d'échelle aux vitesses de rotation constantes dans la limite d'impulsions Raman infiniment courtes. La fonction de transfert que venons de calculer permet de prendre en compte l'effet de la durée finie de ces impulsions dans l'expression de ce facteur d'échelle. La limite de la fonction  $|H_{\Omega}(\omega)|$  quand  $\omega$  tend vers 0, s'écrit en effet :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H_{\Omega}(\omega)| = 2kV_0 T^2 \left( 1 + \frac{\tau}{T} \left( 1 + \frac{4}{\pi} \right) + \frac{\tau^2}{T^2} \frac{6}{\pi} \left( 1 - \frac{1}{\pi} \right) \right)$$

pour une durée  $\tau = 20 \mu s$  et un temps d'interaction  $2T = 60$  ms, nous obtenons donc une correction relative de 0,15 %.

Nous avons donc déterminé la réponse du capteur aux rotations en prenant en compte la durée finie des impulsions Raman grâce à la fonction de sensibilité à la phase  $g_\phi(t)$ . Nous menons dans la section suivante une étude similaire pour les accélérations.

## 5.6 Sensibilité aux accélérations

Nous calculons ici la sensibilité du dispositif aux accélérations dans le domaine temporel et fréquentiel. Cette étude permet alors de déterminer la variance d'Allan des mesures de déphasage interférométrique dues à l'accélération pour un temps quelconque d'intégration [Cheinet 2005]. En partant d'une mesure du bruit d'accélération réalisée avec un sismomètre, nous déterminons alors l'impact des vibrations subies par l'expérience sur le rapport signal à bruit sur un coup.

### 5.6.1 Fonction de sensibilité à l'accélération $g_a(t)$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2 la phase laser vue par les atomes s'exprime par  $\Phi(t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$  où  $\mathbf{r}$  est la position des atomes dans l'interféromètre. Une accélération crée alors une modification de la phase laser de la forme

$$\frac{d^2\Phi(t)}{dt^2} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{a}(t)$$

il s'ensuit que la fonction  $g_a(t)$  vérifie :

$$\frac{1}{k} \frac{d^2 g_a(t)}{dt^2} = g_\Phi(t) \quad (5.21)$$

Cette relation permet de déterminer la sensibilité aux accélérations dans le domaine fréquentiel caractérisée par une fonction de transfert  $H_a(\omega)$  représentée figure 5.17 et s'exprimant par :

$$|H_a(\omega)|^2 = \frac{k^2}{\omega^4} |H_\Phi(\omega)|^2 \quad (5.22)$$

Lorsque  $\omega \ll \Omega_R$ , la fonction  $|H_a(\omega)|^2$  peut être approximé par :

$$|H_a(\omega)|^2 = 16 \frac{k^2}{\omega^4} \sin^2 \left( \frac{\omega T}{2} \right)$$

Du fait de l'effet de filtrage du second ordre, la contribution du bruit basse fréquence est ici prédominante. Nous avons donc représenté figure 5.17 uniquement la partie de la fonction où  $\omega$  est petit devant la pulsation de Rabi effective  $\Omega_R$ .

D'une manière identique à la fonction de transfert à la phase  $|H_\Phi(\omega)|^2$ , nous observons que  $|H_a(\omega)|^2$  présente des annulations aux fréquences multiples de  $1/T$ .

### Modification du facteur d'échelle aux accélérations continues

Lorsque  $\omega$  tend vers 0, on obtient :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} H_a(\omega) = kT^2 \left( 1 + \frac{\tau}{T} \left( 1 + \frac{4}{\pi} \right) + \frac{\tau^2}{T^2} \frac{6}{\pi} \left( 1 - \frac{1}{\pi} \right) \right)$$

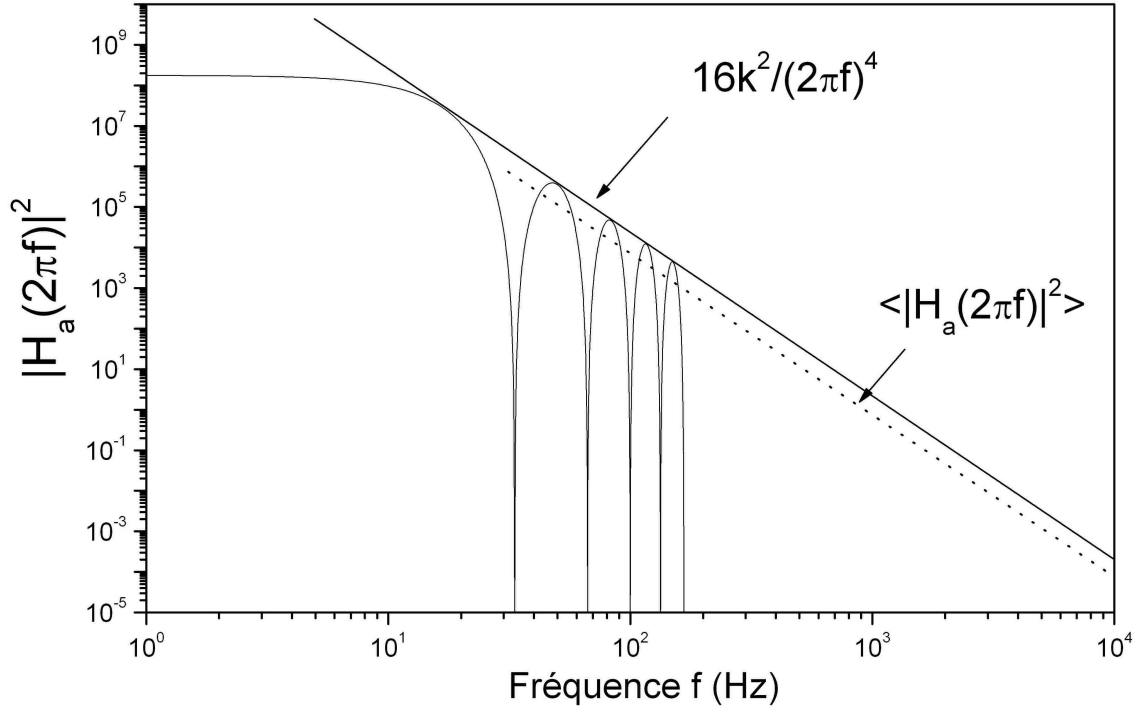


FIG. 5.17 – Fonction de transfert  $|H_a(2\pi f)|^2$  pour un temps d'interaction de  $2T = 60$  ms. La sensibilité diminue en  $\frac{1}{(2\pi f)^4}$  lorsque la fréquence augmente.

La prise en compte de la durée finie des impulsions d'interrogation modifie donc le facteur d'échelle aux accélérations continues d'une valeur relative identique à celle des rotations.

Nous utilisons par la suite cette fonction  $|H_a(\omega)|^2$  afin de caractériser l'influence des fluctuations d'accélération sur le rapport signal à bruit.

### 5.6.2 Influence des fluctuations d'accélération

En présence d'une densité spectrale de puissance de bruit d'accélération  $S_a(\omega)$ , la variance d'Allan pour un temps d'intégration  $\tau_m$  s'écrit :

$$\sigma_a^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} \frac{4 \sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c)} |H_a(\omega)|^2 S_a(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.23)$$

Dans le cas où le temps d'intégration tend vers l'infini,

$$\sigma_a^2(\tau_m) = \frac{1}{\tau_m} \sum_{k=1}^{\infty} |H_a(2\pi k f_c)|^2 S_a(2\pi k f_c)$$

Dans le cas d'un bruit blanc d'accélération :  $S_a(\omega) = S_a^0$ , on a :

$$\sigma_a^2(\tau_m) = \frac{S_a^0}{\tau_m} \sum_{k=1}^{\infty} |H_a(2\pi k f_c)|^2$$

or  $\sum_{k=1}^{\infty} |H_a(2\pi k f_c)|^2 = T_c \int_0^{\infty} \left| \frac{dg_a(t)}{dt} \right| dt$  ce qui donne :

$$\sigma_a^2(\tau_m) = \frac{S_a^0 T_c (kT^2)^2}{\tau_m T 6} \quad (5.24)$$

Afin de ne pas limiter le rapport signal à bruit de mesures interférométriques, le niveau de bruit blanc d'accélération devrait se situer en dessous de  $3 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^2.\text{Hz}^{1/2}$ . Compte tenu du niveau de vibration très élevé dans notre laboratoire, ce niveau est difficile à atteindre. Le dispositif est néanmoins placé sur une plate-forme d'isolation (nano K 350 BM-1) permettant de conserver les déphasages d'accélération en dessous de  $2\pi$  afin de ne pas introduire d'incertitude sur la frange interférométrique de travail de l'expérience.

Dans la section suivante, nous évaluons l'influence des accélérations résiduelles ainsi obtenues.

### Évaluation expérimentale du bruit de phase sur un coup dus aux vibrations

A l'aide d'un sismomètre de grande sensibilité (modèle GURALP SYSTEMS CMG-40T), nous avons mesuré le bruit d'accélération auquel est soumis le capteur pour des fréquences comprises entre 0 et 100 Hz (figure 5.18) dans les directions correspondants aux configurations Raman horizontale (Oy) et verticale (Oz). Nous observons que le bruit d'accélération est plus faible selon l'axe vertical.

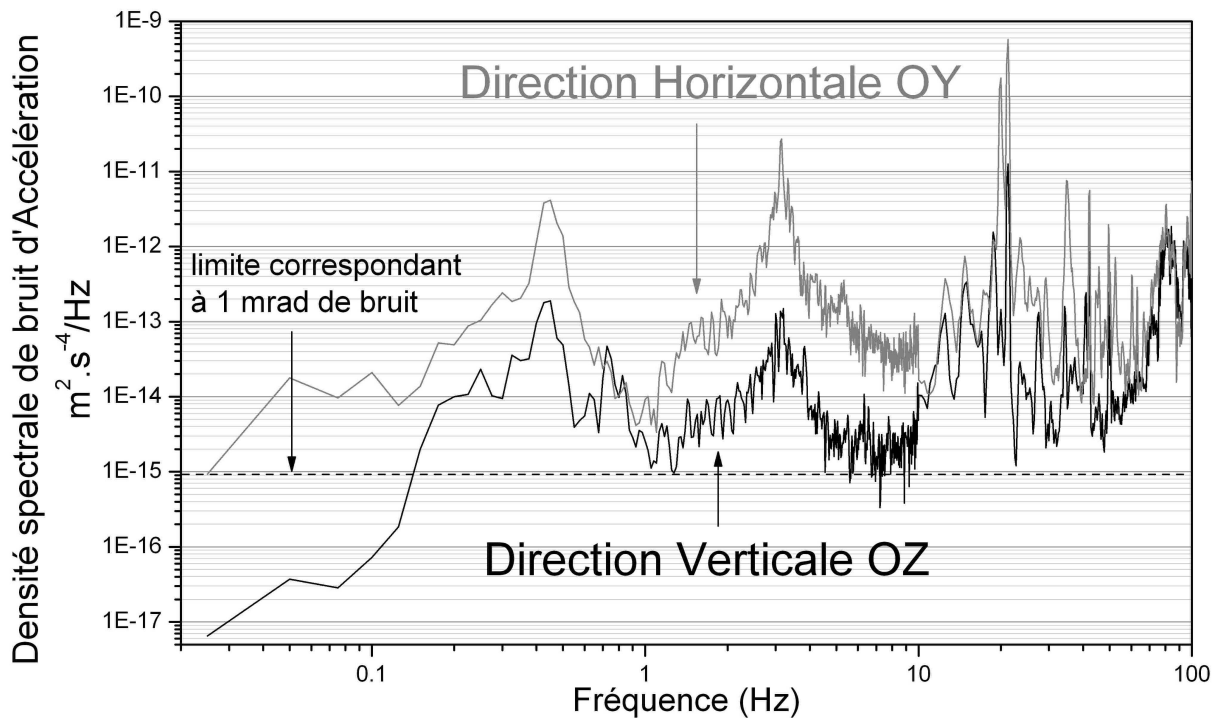


FIG. 5.18 – Densité spectrale de bruit d'accélération mesurée sur la plate-forme d'isolation aux vibrations. Le niveau de vibration est moins important dans la direction Oz que dans la direction Ox. Nous distinguons un pic d'oscillation à 0,35 Hz correspondant à une fréquence de résonance de la plate-forme.

Ces vibrations introduisent des déphasages limitant la sensibilité de l'expérience aux mesures d'accélération DC. L'écart type d'Allan des fluctuations de phase créées peut être calculée à partir de ces spectres et grâce à l'équation 5.6.2.



$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_1) = 2 \int_0^{+\infty} \sin(\omega T_c/2)^2 |H_a(\omega)|^2 S_a(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.25)$$

Nous obtenons alors dans des configurations utilisant un temps total d'interaction de 60 et 80 ms :

	$\sigma_a^2(\tau_1)(mrad)$			
	2T=60ms		2T=80ms	
	horizontal	vertical	horizontal	vertical
0-1 Hz	8.3	2.2	15	3.9
1-10 Hz	24	3.4	42	5.8
10-100 Hz	63	9.3	22	6
<b>total</b>	<b>68</b>	10	50	<b>9.2</b>

Nous pouvons donc en conclure que malgré l'utilisation d'une plate-forme d'isolation, le niveau de bruit atteint est limitant pour la mesure d'accélération continues. Ce dispositif nous permet néanmoins de conserver les déphasages d'accélération en dessous d'une centaine de mrad ce qui est nécessaire afin de ne pas compromettre le processus de réjection des accélérations sur le signal de rotation.

Il convient de remarquer que les chiffres établis ici constituent une mesure **typique**. En effet le niveau de bruit d'accélération présente une variation importante entre le jour et la nuit. Ce niveau dépend également des réglages fins de la plate-forme qui ont tendance à dériver sur le long terme (quelques jours à quelques semaines).

La suite du chapitre est consacrée à l'étude de l'influence des effets parasites (champ magnétique, déplacement lumineux à un et à deux photons) sur les mesures interférométriques.

## 5.7 Influence du champ magnétique

Nous calculons dans cette section la fonction de sensibilité au champ magnétique du dispositif. Ce formalisme est ensuite utilisé afin de calculer l'influence de cet effet sur la sensibilité et l'exactitude des mesures de déphasage.

### 5.7.1 Fonction de sensibilité aux fluctuations de champ magnétique

L'effet de déplacement de fréquence en fonction du champ magnétique étant quadratique, nous définissons ici la fonction de sensibilité au **carré** du champ magnétique ce qui permet, comme nous le verrons par la suite, d'obtenir une fonction de sensibilité indépendante de la valeur de B. Nous définissons donc la fonction  $g_{B^2}$  par analogie avec le formalisme développé précédemment pour la phase laser :

$$g_{B^2}(t_0) = 2 \lim_{\delta B^2 \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta B^2, t_0)}{\delta B^2} \quad (5.26)$$

où  $\delta\Phi(\delta B^2, t_0)$  est la variation de déphasage en sortie de l'interféromètre créée par un saut infinitésimal de champ magnétique  $\delta B^2$  à l'instant  $t_0$ . Il est possible de calculer  $g_{B^2}$  en utilisant la fonction de sensibilité à la phase  $g_{\phi}$ . En effet, nous avons vu dans le chapitre 2 qu'un champ magnétique constant B crée une modification de la fréquence de transition atomique dans l'interféromètre de la forme :

$$\omega_{B^2} = 2\pi K^{(2)} B^2$$

Si la valeur du champ magnétique change de  $B^2$  à  $B^2 + \delta B^2$  à l'instant  $t_0$  nous obtenons alors :

$$\omega_{B^2}(t) = 2\pi K^{(2)}(B^2 + \delta B^2 h(t - t_0))$$

Le déphasage  $\Phi(\delta B^2, t_0)$  s'exprime alors :

$$\Phi(\delta B^2, t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \omega_{B^2}(t) dt$$

Il s'ensuit :

$$g_{B^2}(t_0) = \frac{\delta\Phi(\delta B^2, t_0)}{\delta B^2} = 2\pi K^{(2)} \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) h(t - t_0) dt$$

$g_{B^2}(t_0)$  est donc l'intégrale de la fonction de sensibilité à la phase :

$$g_{B^2}(t_0) = 2\pi K^{(2)} \int_{t_0}^{+\infty} g_\phi(t) dt \quad (5.27)$$

Nous obtenons une fonction paire représentée figure 5.19.

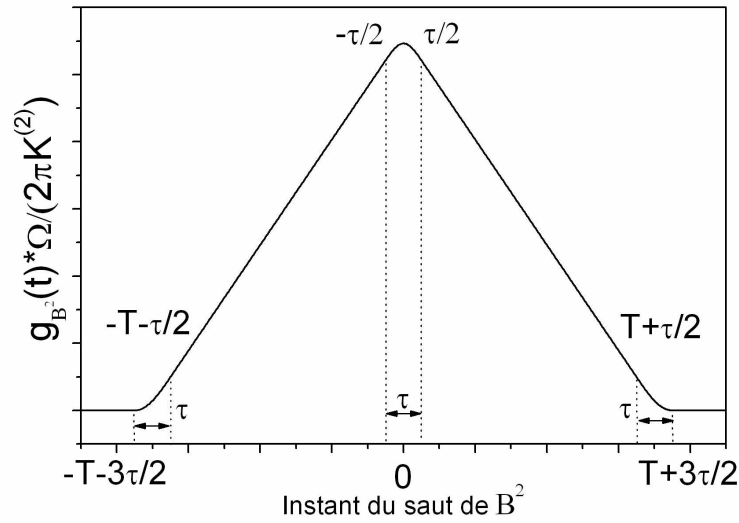


FIG. 5.19 – Fonction de sensibilité au champ magnétique  $g_{B^2}(t)$ .

Cette fonction s'écrit pour  $t > 0$  :

$$\frac{\Omega_R}{2\pi K^{(2)}} g_{B^2}(t_0) = \begin{cases} 1 + \Omega_R T + \cos(2\Omega_R t_0) & 0 < t_0 < \frac{\tau}{2} \\ 1 + \frac{\pi}{4} + \Omega_R(T - t_0) & \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{\tau}{2} \\ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4} + (t_0 - T)\Omega_R\right) & T + \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (5.28)$$

La sensibilité à  $B^2$  dans la domaine fréquentiel est caractérisé par une fonction de transfert :  $H_{B^2}(\omega)$  :

$$H_{B^2}(\omega) = \omega G_{B^2}(\omega)$$

où  $G_{B^2}$  est la transformée de Fourier de la fonction  $g_{B^2}(t_0)$ . Son expression peut être déterminée par rapport à  $G_\phi(\omega)$  grâce à l'équation 5.27 :

$$G_{B^2}(\omega) = 2\pi K^{(2)} \frac{G_\phi(\omega)}{\omega}$$

Il s'ensuit :

$$H_{B^2}(\omega) = 2\pi K^{(2)} G_\phi(\omega) \quad (5.29)$$

La fonction de transfert caractérisant la sensibilité au champ magnétique est donc à un facteur près la transformée de Fourier de la fonction de sensibilité à la phase  $G_\phi(\omega)$  (dont l'expression est donnée équation 5.10).

### 5.7.2 Mesure du bruit sur un coup dû aux fluctuations de champ magnétique

Connaissant la densité spectrale des fluctuations de champ magnétique  $S_{B^2}(\omega)$ , le bruit sur un coup sur le déphasage interférométrique dû aux fluctuations de champ s'exprime à l'aide de la fonction  $H_{B^2}(\omega)$  par :

$$\sigma_{B^2}(\tau_1) = 2 \int_0^{+\infty} \sin^2(\omega T_c/2) |H_{B^2}(\omega)|^2 S_{B^2}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

En développant les fluctuations  $\delta B(t)$  du champ magnétique au premier ordre par rapport au champ magnétique de biais  $B_0$  :  $S_{B^2} = 4B_0^2 S_B$

$$\sigma_{B^2}(\tau_1) = 8B_0^2 (2\pi K^{(2)})^2 \int_0^{+\infty} \sin^2(\omega T_c/2) |G_\phi(\omega)|^2 S_B(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.30)$$

Nous mesurons la densité spectrale de bruit  $S_B$  en utilisant un analyseur de spectre FFT relié à une sonde de champ magnétique placé à l'intérieure des blindages de l'expérience. Le résultat de cette mesure est représenté figure 5.20. Les fluctuations de phase interférométrique créés sont alors pour des configurations utilisant un temps d'interaction total de 60 et 80 ms :

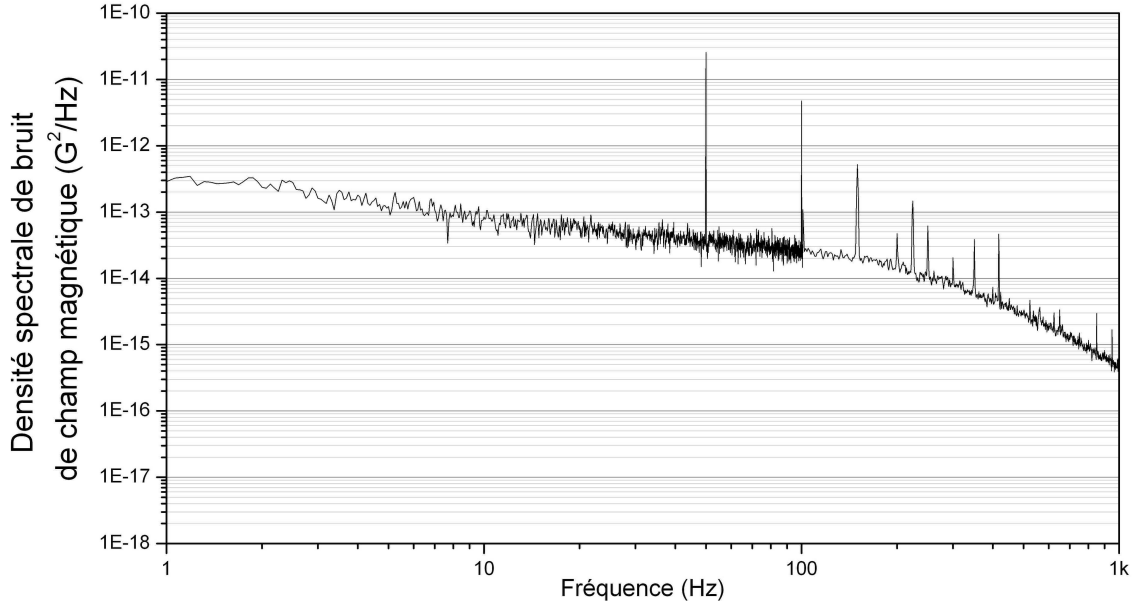


FIG. 5.20 – Densité spectrale de bruit de champ magnétique dans l'enceinte à vide. Nous observons la bande passante limitée du capteur avec une coupure pour les fréquences supérieures à 200 Hz.

	$\sigma_{\phi}^2(\tau_1)(\mu rad)$	
	2T=60ms	2T=80ms
0-10 Hz	7	11
10-100 Hz	8.4	8.2
0,1-1 kHz	1.3	1.1
<b>total</b>	<b>11</b>	<b>14</b>

Nous obtenons donc des variations de phase de l'ordre de 10  $\mu rad$ . Les variations temporelles de champ magnétique ont donc une influence négligeables sur le rapport signal à bruit court terme de l'expérience.

### 5.7.3 Évaluation du biais de champ magnétique

Dans cette section, nous présentons une mesure du gradient de champ magnétique présent dans l'enceinte à vide et calculons le déphasage résultant en sortie de l'interféromètre.

Pour réaliser cette mesure, nous mesurons la fréquence de transition entre les deux niveaux fondamentaux et excités le long de la trajectoire atomique des deux sources F et V. Afin de s'affranchir des fluctuations de déplacement lumineux dues à l'utilisation de transitions optiques, cette fréquence est évaluée en utilisant des impulsions micro-ondes.

L'état sélectionné lors de l'étape de préparation atomique pour réaliser des mesures interférométriques est l'état  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 0\rangle$  insensible au premier ordre au champ magnétique. Afin d'augmenter la sensibilité de la mesure, nous préparons ici les atomes dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 2\rangle$  pendant la phase de sélection. La transition micro-onde utilisée couple alors les états  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 2\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F' = 4, M_{F'} = 2\rangle$ . Le déplacement de fréquence de ces deux niveaux d'énergie étant opposés et d'une valeur  $\Delta E = 700 \text{ kHz.G}^{-1}$ , la fréquence de transition mesurée

$\nu$  entre ces deux états est alors reliée à la valeur du champ magnétique dans l'enceinte par :

$$\Delta\nu = \nu - \nu_{\mu 0} = -1400|B|$$

où  $B$  est la valeur du champ magnétique en Gauss,  $\nu_{\mu 0}$  la fréquence de transition en kHz en l'absence de champ (9192,631770 kHz) et  $\nu$  la fréquence de transition mesurée en kHz.

La figure 5.21 montre le principe de cette expérience. Afin de générer les impulsions d'interrogation micro-onde, nous utilisons le signal hyperfréquence à 9,392631770 GHz délivré par la chaîne de fréquence et servant normalement à réaliser l'asservissement de phase des faisceaux lasers Raman. Ce signal est combiné avec le signal de référence à 100 MHz doublé. Un switch radio-fréquence permet de moduler temporellement ce signal par un TTL provenant de l'ordinateur de contrôle.

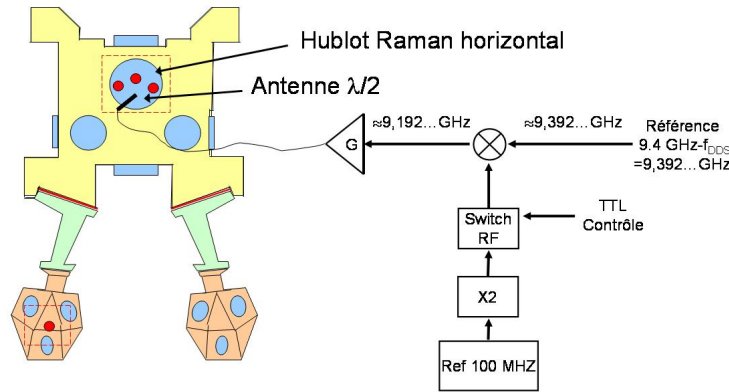


FIG. 5.21 – Mesure du champ magnétique le long de la trajectoire des atomes en utilisant des impulsions micro-onde générés par une antenne  $\lambda/2$ . Le signal micro-onde est généré à partir du signal à 9,392... GHz utilisé normalement pour l'asservissement des faisceaux Raman. Un switch permet de moduler temporellement le signal à résonance afin de réaliser les impulsions.

Les impulsions ainsi réalisées sont ensuite amplifiées puis rayonnent dans l'enceinte à vide grâce à l'utilisation d'une antenne de type  $\lambda/2$  placée sur le hublot d'accès Raman horizontal. Nous mesurons alors la probabilité de transition obtenue avec une interrogation  $\pi$  en fonction du désaccord choisi sur le synthétiseur de fréquence Raman (c.f. figure 3.6). L'ajustement quadratique de ces données permet d'obtenir la fréquence de transition. En modifiant le délai entre l'impulsion et le lancement des atomes, nous pouvons mesurer la valeur de la fréquence de transition pour différentes positions des deux nuages atomiques dans l'enceinte à vide. A chaque position correspond ainsi une valeur de champ ajustée à partir de 30 mesures.

La figure 5.22 montre le résultat d'un balayage du champ magnétique effectué en modifiant le délai du TTL du switch entre 210 et 290 ms (l'apogée des deux sources étant à 245 ms) avec une résolution de 1 ms. On obtient une valeur du champ magnétique tous les 0,33 mm. Les données sont ici représentées en prenant comme origine des positions et du champ magnétique la valeur obtenue à l'apogée des deux sources. Un ajustement linéaire de ces résultats permet d'en déduire la valeur du gradient de champ magnétique mesuré sur  $F$  et  $V$  (cf figure 5.22) :

$$\Delta B_{x_F} = -6.47 \text{ mG.m}^{-1}$$

$$\Delta B_{x_V} = -7.14 \text{ mG.m}^{-1}$$

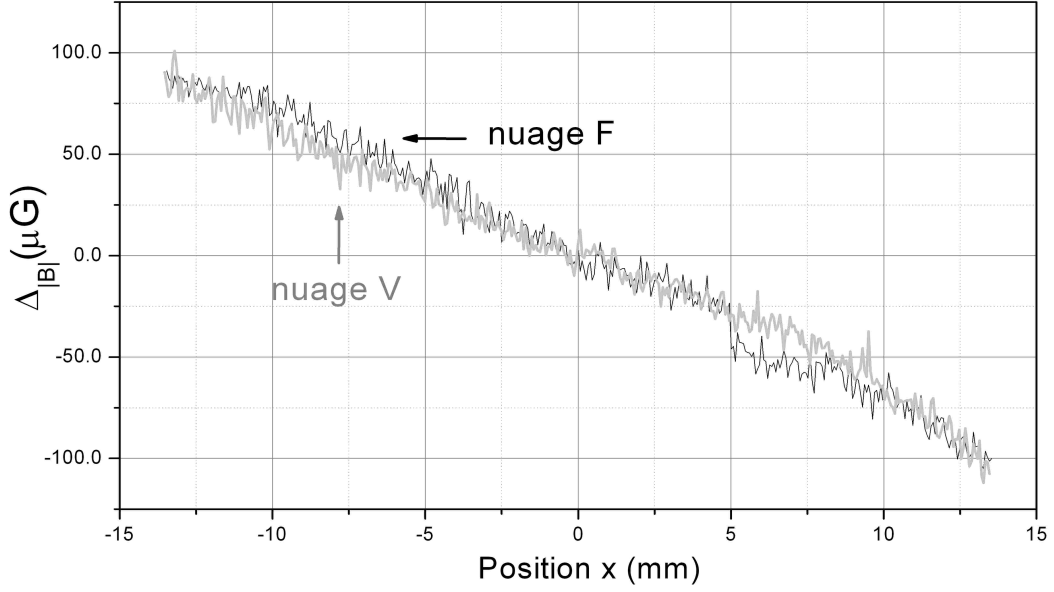


FIG. 5.22 – Mesure de la variation du champ magnétique le long de la trajectoire des atomes (en G). La référence en position est prise pour l'apogée des atomes.

La présence de ce gradient peut être due à l'efficacité limitée des blindages magnétiques utilisés sur l'enceinte à vide. Ces blindages sont en effet percés en plusieurs endroits pour laisser passer les faisceaux d'interrogation.

Nous avons ainsi évalué la variation de la valeur du champ magnétique le long de la trajectoire des atomes

$$\Delta B_x = \frac{dB(s(t))}{dx}$$

où  $s(t)$  est l'abscisse curviligne des atomes le long de leur trajectoire. Nous en déduisons la variation **temporelle** du champ magnétique le long de la trajectoire des atomes par :

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{dB(s(t))}{dt} = \frac{dB(s(t))}{dx} \frac{dx}{dt} = v_0 \Delta B_{x_{F,V}}$$

où  $v_0$  est la vitesse moyenne des atomes le long de la direction Ox. Le déphasage créé en sortie de l'interféromètre par ces gradients se calcule alors à l'aide de la fonction de sensibilité temporelle  $g_{B^2}(t)$  :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi B_x &= \int_{-\infty}^{+\infty} g_{B^2}(t) \frac{dB(t)}{dt} dt \\ \Delta \Phi B_x &= 2B_0 \int_{-\infty}^{+\infty} g_{B^2}(t) \frac{dB(t)}{dt} dt \\ &= 2B_0 \Delta B_x v_0 \int_{-\infty}^{+\infty} g_{B^2}(t) dt \end{aligned}$$

$$\Delta \Phi B_x \approx 4\pi K^{(2)} B_0 \Delta B_x v_0 T^2 \quad (5.31)$$

Avec  $B_0$  le champ moyen de biais (30 mG). Les biais dûs au champ magnétique mesurés sur les deux sources s'écrivent alors :

$$\Delta\Phi B_F = 0,32 \text{ mrad}$$

$$\Delta\Phi B_V = -0,35 \text{ mrad}$$

En configuration horizontale, ces mesures correspondent à des biais sur les signaux inertiels de 0,03 mrad sur la rotation (demi-somme des déphasages F et V) et de 0,7 mrad sur l'accélération (demi-différence des déphasages F et V).

Les gradients de champ magnétique créent donc un biais proche du mrad qui influence d'une manière prépondérante le signal d'accélération en configuration horizontale.

#### 5.7.4 Influence des fluctuations long terme de champ magnétique

Nous avons vu chapitre 2 que le caractère symétrique de l'interféromètre de Ramsey-Bordé le rend insensible à la fréquence d'interrogation. Le dispositif n'est donc pas sensible à la valeur absolue du champ magnétique. Les variations long terme de sa valeur n'influent donc pas directement la sensibilité long terme de l'expérience. Néanmoins, nous observons que la valeur de  $B_0$  intervient dans l'expression du biais crée par les gradients spatiaux de champ magnétique dans l'enceinte à vide (équation 5.31). Une fluctuation relative de  $B_0$  crée donc une variation de phase interférométrique  $\delta\phi$  :

$$\delta\phi = \frac{\delta B_0}{B_0} \Delta\Phi B_x \quad (5.32)$$

Le dispositif expérimental décrit dans la section précédente a permis d'évaluer la stabilité de la valeur relative du champ magnétique dans l'enceinte en mesurant à l'apogée des atomes la fréquence de transition  $|6S_{1/2}, F = 3, M_F = 2\rangle$  vers  $|6S_{1/2}, F' = 4, M_{F'} = 2\rangle$  en fonction du temps.

La figure 5.23 montre ainsi l'écart type d'Allan de la valeur relative du champ magnétique.

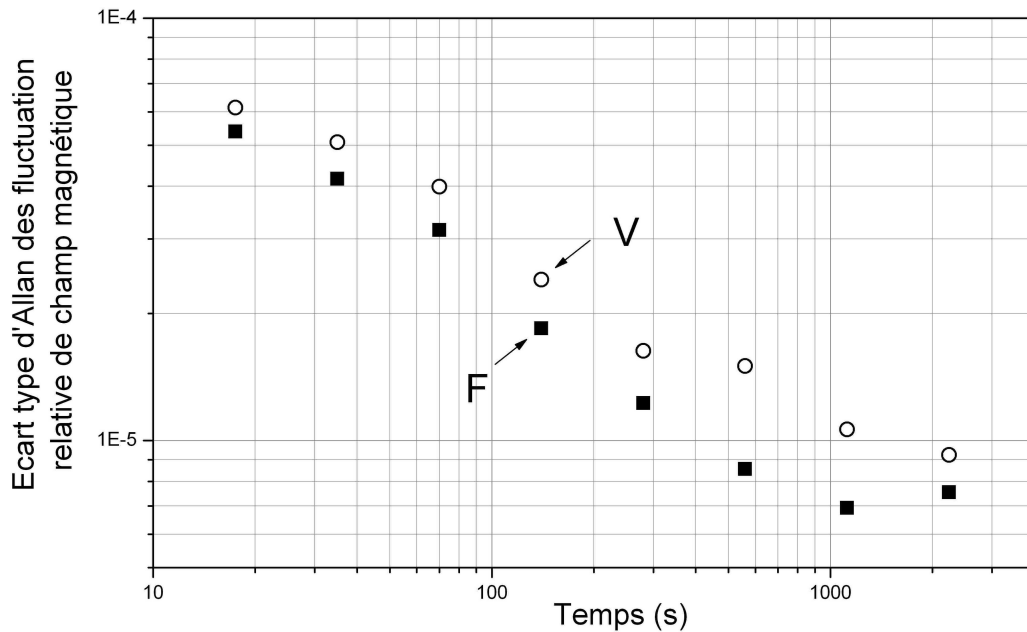


FIG. 5.23 – Écart-type d'Allan des fluctuations de champ magnétique mesurées à l'apogée des nuages F et V.

L'obtention d'une valeur de champ nécessitant d'ajuster une série de données comprenant 30 mesures, la première valeur de la variance est ici obtenue pour 17,5 s. Nous observons que cette stabilité est de  $\approx 7,10^{-5}$  sur 17,5 secondes et s'intègre à mieux que  $1,10^{-5}$  pour 1000 secondes. Nous en déduisons par la relation 5.32 que les fluctuations de champ magnétique ont une répercussion négligeable sur la sensibilité long terme des mesures.

Cette section a donc permis d'étudier l'influence du champ magnétique sur les mesures interférométriques. Nous avons montré que ses fluctuations court et long terme ne peuvent limiter la sensibilité de l'expérience. Grâce à l'utilisation d'une séquence expérimentale inversant le signe de  $k_{eff}$  entre deux mesures (cf section 3.4.4), ces fluctuations long terme sont de toute manière rejetées des déphasages inertiels. Nous avons également vu que les biais de déphasage créés par les gradients de champ dans l'enceinte sont inférieur à 1 mrad.

## 5.8 Influence du déplacement lumineux à un photon

Nous étudions ici grâce au formalisme de la fonction de sensibilité, l'influence du déplacement lumineux à un photon sur les mesures effectuées avec le dispositif expérimental.

### 5.8.1 Fonction de sensibilité aux fluctuations du rapport d'intensité

Nous avons vu dans le chapitre 2 qu'une fluctuation de rapport d'intensité des lasers d'interrogation crée en sortie de l'interféromètre un déphasage par l'intermédiaire du déplacement lumineux à un photon. Nous calculons dans cette section la fonction de sensibilité de l'expérience au rapport d'intensité laser  $g_\alpha$  défini par :

$$g_\alpha(t_0) = \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\alpha, t_0)}{\delta\alpha} \quad (5.33)$$

où  $\Phi(\delta\alpha, t_0)$  est le déphasage en sortie de l'interféromètre créé par un saut infinitésimal de rapport d'intensité laser  $\delta\alpha$  à l'instant  $t_0$ . Tout comme la fonction de sensibilité au champ magnétique, il est possible d'exprimer la fonction  $g_\alpha$  en utilisant la fonction de sensibilité à la phase.  $\Phi(\delta\alpha, t_0)$  s'exprime en effet par :

$$\Phi(\delta\alpha, t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \omega_{\delta\alpha, t_0} dt$$

où  $\omega_{\delta\alpha, t_0}(t)$  est le désaccord à la transition atomique créé par le saut de  $\delta\alpha$  à l'instant  $t_0$ .

Nous avons calculé chapitre 2 l'effet d'une modification du rapport d'intensité sur le désaccord de la transition :

$$d(\delta^{AC}) = \Omega_R \frac{d\alpha}{2\alpha^{3/2}}$$

Ce désaccord étant dû au déplacement lumineux, il est donc effectif uniquement pendant les impulsions lasers.  $\omega_{\delta\alpha}$  s'exprime donc par :

$$\omega_{\delta\alpha}(t) = s_{\Omega_R}(t) \frac{d\alpha}{2\alpha^{3/2}} h(t - t_0)$$

où  $s_{\Omega_R}(t)$  est une fonction caractérisant la valeur de  $\Omega_R$  le long de l'interféromètre et  $h$  la fonction de Heaviside.  $s_{\Omega_R}(t)$  vaut ainsi  $\Omega_R$  pendant la première et la dernière impulsion et  $2\Omega_R$  à la seconde. La figure 5.24 montre l'allure de  $\omega_{\delta\alpha}$  pour une saut de rapport d'intensité effectué pendant la première impulsion.



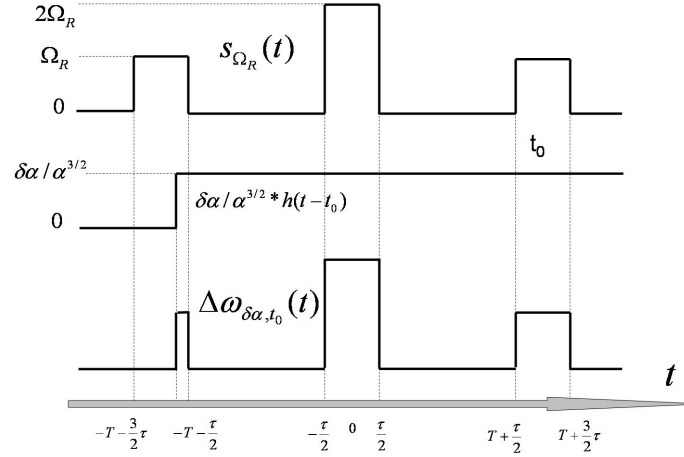


FIG. 5.24 –  $s_{\Omega_R}(t)$  caractérise la valeur de la pulsation de Rabi effective le long de l'interféromètre. La fonction  $\omega_{\delta\alpha, t_0}(t)$  représentant la modulation du désaccord de la transition atomique dans le cas d'un saut de  $\delta\alpha$  à l'instant  $t_0$  est obtenue par le produit de  $s_{\Omega_R}(t)$  et de la fonction de heaviside  $h(t - t_0)$ .

La fonction  $g_\alpha(t_0)$  s'exprime alors par :

$$g_\alpha(t_0) = \frac{1}{2\alpha^{3/2}} \int_{t_0}^{+\infty} s_{\Omega_R}(t) g_\phi(t) dt \quad (5.34)$$

Nous obtenons ainsi une fonction paire représentée figure 5.25 dont l'expression pour  $t > t_0$  est donnée par :

$$2\alpha^{3/2} g_\alpha(t_0) = \begin{cases} 1 + \cos(2\Omega t_0) & 0 < t_0 < \frac{\tau}{2} \\ 1 & \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{\tau}{2} \\ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4} + (t_0 - T)\Omega\right) & T + \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (5.35)$$

La sensibilité à  $\alpha$  est alors caractérisée dans le domaine fréquentiel par une fonction de transfert  $H_\alpha(\omega)$  :

$$H_\alpha(\omega) = \omega G_\alpha \quad (5.36)$$

où  $G_\alpha$  est la transformée de Fourier de la fonction  $g_\alpha(t_0)$ , calculable à partir de l'équation 5.34 :

$$G_\alpha(\omega) = \frac{\Omega}{\alpha^{3/2}(\omega^5 - 5\omega^3\Omega^2 + 4\omega\Omega^4)} \left[ \omega(\omega^2 - 4\Omega^2) \cos\left(\omega\left(T + \frac{\tau}{2}\right)\right) + 2\omega(\Omega^2 - \omega^2) \cos\left(\omega\frac{\tau}{2}\right) - \Omega(\omega^2 - 4\Omega^2) \sin\left(\omega\left(T + \frac{3\tau}{2}\right)\right) \right] \quad (5.37)$$

Nous obtenons pour  $G_\alpha$  une expression très similaire à celle de  $G_\phi$  caractérisant la sensibilité à la phase. La fonction  $G_\alpha$  est utilisée par la suite afin d'évaluer l'influence du déplacement lumineux à un photon sur le rapport signal à bruit sur un coup des mesures interférométriques.

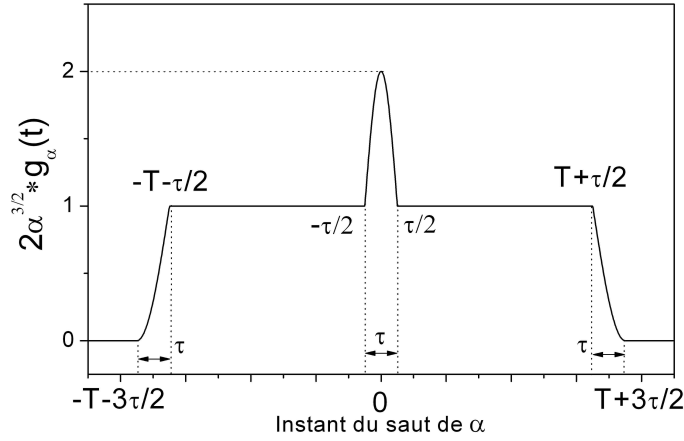


FIG. 5.25 – Fonction de sensibilité  $g_\alpha(t_0)$  au rapport de puissance  $\alpha$  par l'intermédiaire du déplacement lumineux à un photon.

### 5.8.2 Mesure du bruit sur un coup dû aux fluctuations du rapport d'intensité

Le bruit sur un coup dû aux fluctuations du rapport d'intensité caractérisées par une densité spectrale de bruit  $S_\alpha(\omega)$  s'exprime à l'aide de la fonction  $H_\alpha(\omega)$  par :

$$\sigma_\alpha(\tau_1) = 2 \int_0^{+\infty} \sin^2(\omega T_c/2) |H_\alpha(\omega)|^2 S_\alpha(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

Nous avons mesuré (cf figure 5.26) avec un analyseur de spectre FFT la densité spectrale de bruit d'intensité relatif  $\frac{S_I(\omega)}{I^2}$  d'un des deux faisceaux d'interrogation.

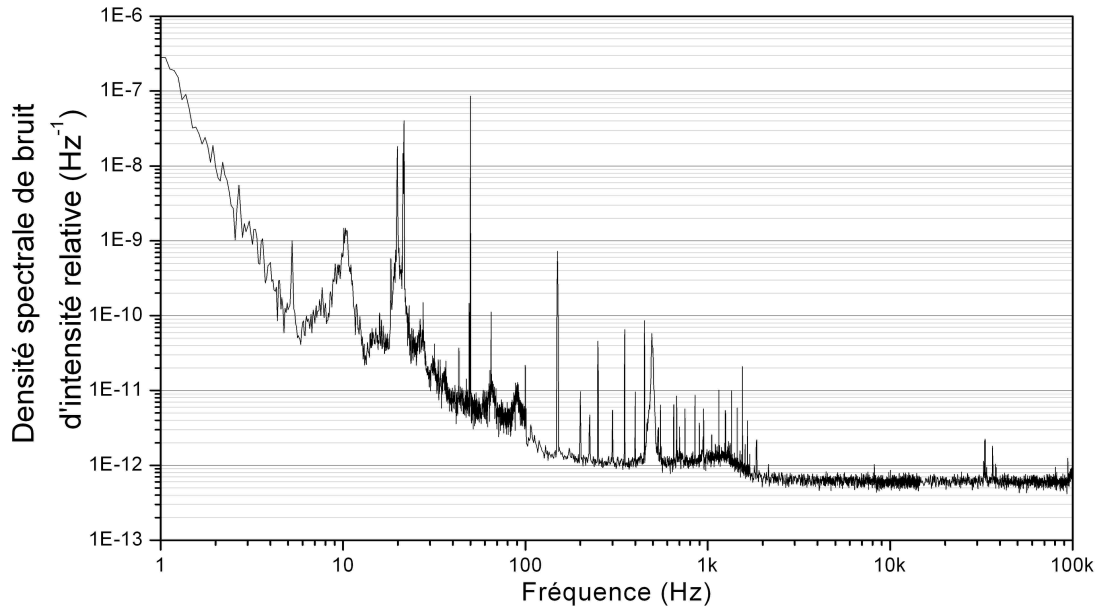


FIG. 5.26 – Densité spectrale de puissance de bruit d'intensité relative. Cette mesure est effectuée grâce à un analyseur de spectre FFT.

Dans le cas le plus défavorable où les fluctuations entre les deux faisceaux Raman sont anti-corrélées, nous pouvons évaluer les fluctuations relatives du rapport d'intensité à l'aide des fluctuations d'un seul laser Raman :

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = 2 \frac{dI}{I}$$

Nous obtenons alors :

$$\sigma_{\alpha}(\tau_1) = 8\alpha^2 \int_0^{+\infty} \sin^2(\omega T_c/2) |H_{\alpha}(\omega)|^2 \frac{S_I(\omega)}{I^2} \frac{d\omega}{2\pi}$$

Les fluctuations de phase interférométriques créées sont alors (dans des configurations utilisant un temps d'interaction total de 60 et 80 ms) :

	$\sigma_{\phi}^2(\tau_1)(\mu rad)$	
	2T=60ms	2T=80ms
0-10 Hz	2.9	4.4
1-10 Hz	130	160
10-100 Hz	160	180
0,1-1 kHz	45	45
1-10 kHz	81	76
10-100 kHz	220	220
<b>total</b>	<b>310</b>	<b>340</b>

Les fluctuations de phase sur un coup sont donc inférieures à 1 mrad et ne constituent donc pas une limitation du rapport signal à bruit court terme du dispositif.

## 5.9 Fluctuations long terme du déplacement lumineux

La variation du déplacement lumineux à un photon est évaluée en configuration horizontale en se plaçant sur le flanc d'une impulsion de Rabi  $\pi$  réalisée en sommet de trajectoire avec des faisceaux Raman en configuration co-propageants.

Nous mesurons ainsi en fonction du temps l'évolution de la fréquence de cette transition. Les fluctuations alors obtenues sont reliées à celles du déplacement lumineux à un photon (et également à celles du champ magnétique mais cet effet est ici négligeable). Nous présentons par la suite les détails de cette expérience. Le balayage du désaccord Raman permet d'obtenir un profil de Rabi représenté figure 5.27 (effectué ici sur la source F). Nous réalisons un ajustement linéaire de ces données au voisinages des deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  où l'évolution de la probabilité de transition est linéaire en fonction de la fréquence. Nous mesurons alors l'évolution de la probabilité en fonction du temps en alternant des mesures avec un désaccord Raman  $f_1$  et  $f_2$  fixes permettant d'obtenir des couples de probabilité ( $P(f_1)$ ,  $P(f_2)$ ). Les ajustement des deux flancs de la transition permettent alors de calculer les fréquences associées  $F_P(f_1)$  et  $F_P(f_2)$ . La valeur de la fréquence de transition est ensuite déduite par la demi-somme des mesures à flanc de frange :

$$\frac{F_P(f_1) + F_P(f_2)}{2}$$

Ce procédé permet de s'affranchir des fluctuations d'amplitude de la transition.

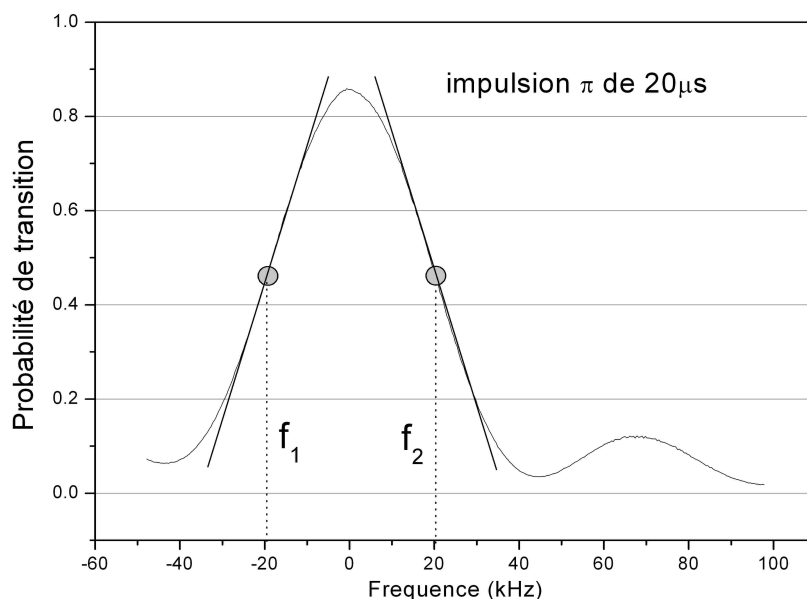


FIG. 5.27 – Probabilité de transition en fonction de la fréquence de désaccord laser pour une impulsion  $\pi$  copropageante réalisée à l’apogée de la source F. Les deux flancs de la transition de Rabi sont utilisés alternativement pour mesurer les fluctuations de fréquences au voisinage de  $f_1$  et  $f_2$ . La fréquence de transition est évaluée un coup sur deux en effectuant la demi-somme de deux mesures successives.

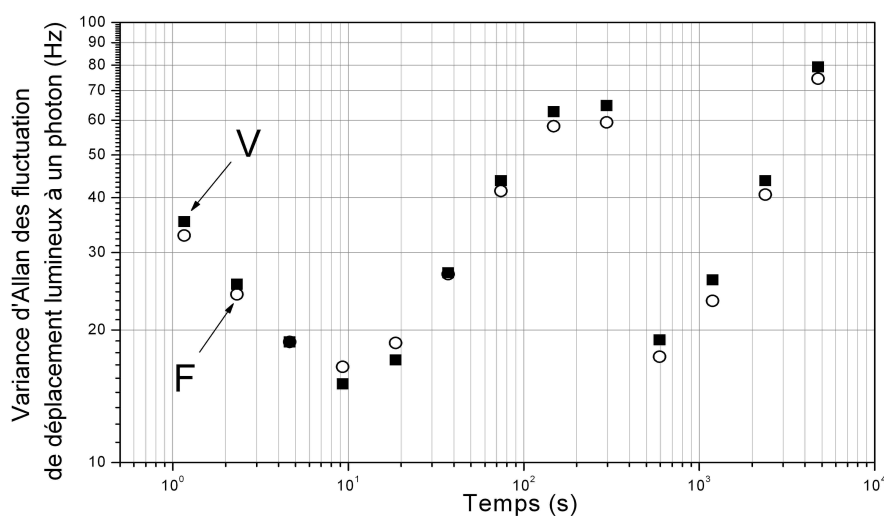


FIG. 5.28 – Écart-type d’Allan de la fréquence de transition d’une impulsion  $\pi$  réalisé avec des faisceaux Raman copropageants.

L’écart-type d’Allan des mesures ainsi effectuées est représentée figure 5.28. Nous remarquons que les deux courbes obtenues sont les mêmes sur les deux nuages F et V. La stabilité de la fréquence de transition est d’approximativement 30 Hz sur une seconde et elle présente un maximum pour un temps caractéristique d’environ 150 s. Ce maximum correspond à une demi-période d’oscillation de la température ambiante obtenue avec le système de climatisation du laboratoire. Il convient de remarquer que la valeur évaluée ici en co-propageant représente la moitié de l’effet présent en configuration

contre-propageante, où 4 faisceaux lasers sont présents dans la zone d'interaction.

Le déphasage interférométrique créé par les fluctuations de déplacement lumineux à un photon dépend des variations court terme du désaccord Raman (équation 2.13) :

$$\Delta\Phi_{LS1} = \frac{\delta_3^{AC}}{\Omega_R} - \frac{\delta_1^{AC}}{\Omega_R}$$

Ainsi, les fluctuations temporelles de déplacement lumineux à un photon évaluées ici ne créent pas **directement** de fluctuations long terme du déphasage interférométrique.

Les fluctuations court terme (en  $\delta_3^{AC} - \delta_1^{AC}$ ) peuvent néanmoins être couplées aux fluctuations long terme du facteur en  $\frac{1}{\Omega_R}$  et créer **indirectement** une variation de déphasage interférométrique sur les temps longs. Cet effet peut également être couplé aux fluctuations de trajectoires des sources introduisant des valeurs différentes de  $\frac{1}{\Omega_R}$  au moment des deux impulsions Raman.

Nous avons donc montré dans cette section que le déplacement lumineux à un photon a une répercussion négligeable sur le rapport signal à bruit court terme. Sur le long terme, son effet peut avoir une influence sur les mesures mais son évaluation reste difficile car il intervient par un terme croisé avec les fluctuations de la pulsation de Rabi effective  $\Omega_R$ . Néanmoins, comme dans le cas des fluctuations de champs magnétiques, l'utilisation d'une séquence expérimentale renversant l'aire de l'interféromètre (cf section 3.4.4) permet de rendre les déphasages inertiels insensibles à ces fluctuations long terme de déplacement lumineux.

## 5.10 Influence du déplacement lumineux à deux photons

Dans le chapitre 3, nous avons décrit l'existence d'un déplacement lumineux à deux photons induit par le choix d'une configuration Raman rétro-réfléchiée. Dans cette section, nous le mettons en évidence et vérifions la dépendance de cet effet avec le carré de la pulsation de Rabi effective. Nous établirons alors la fonction de sensibilité du dispositif à  $\Omega_R^2$  et évaluerons ainsi le bruit sur un coup introduit par le déplacement lumineux à deux photons. Nous mesurerons également le biais créé par cet effet ainsi que les fluctuations long terme du déphasage interférométrique créées par la fluctuation de ce biais.

### 5.10.1 Mise en évidence du déplacement lumineux à deux photons

Nous avons montré dans le chapitre 3 que le déplacement lumineux à deux photons induit une modification des fréquences des transitions  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$  associées à  $\pm k_{eff}$  de la forme  $\frac{\Omega_R^2}{4\delta^d}$ . Nous vérifions dans cette section cette dépendance en mesurant ces deux fréquences en fonction de la pulsation de Rabi effective.

Pour cette expérience, le rapport de puissance est réglé pour compenser le déplacement lumineux à un photon sur la transition utilisant des faisceaux Raman copropageants. Afin de s'affranchir d'éventuelles variations de cet effet qui se traduiraient comme un décalage sur la valeur de  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$ , nous évaluons pour chaque valeur de  $\Omega_R$  la demi différence :

$$\frac{\Gamma_v^- - \Gamma_v^+}{2} = -\delta d + \frac{\Omega_R^2}{4\delta^d}$$

Afin de réaliser cette mesure, nous atténuons le signal radio-fréquence envoyé sur l'acousto-optique Raman afin de diminuer la valeur de  $\Omega_R$  sans modifier le rapport de puissance entre les faisceaux d'interrogation. La valeur de  $\Omega_R$  est alors évaluée expérimentalement en mesurant la durée d'une impulsion Raman  $\pi$ . Nous réalisons ensuite une courbe d'évolution de la probabilité d'une

impulsion  $\pi$  en fonction de la fréquence au voisinage des deux transitions associées à  $\pm k_{eff}$ . Un ajustement quadratique de ces données permet ainsi de déterminer les fréquences de résonance  $\Gamma_v^+$  et  $\Gamma_v^-$ .

La figure 5.29 représente  $2\pi \left( \frac{\Gamma_v^- - \Gamma_v^+}{2} \right)$  corrigé du terme constant d'effet Doppler en fonction de  $(\Omega_R/2\pi)^2$ . Nous observons un très bon accord avec le modèle en  $\Omega_R^2$  prévu par le calcul. La pente de  $2,52 \cdot 10^{-6}$  Hz/Hz<sup>2</sup> (obtenue avec une incertitude statistique de 3,3 %) est proche de 15 % de la valeur calculée. Pour la valeur de  $\Omega_R$  utilisée couramment pour la réalisation des impulsions d'interrogation Raman (correspondant à  $\tau = 17,5 \mu s$  soit  $(\Omega_R/2\pi) = 28,4$  kHz pour le centre de l'interféromètre) nous obtenons un déplacement de transition de 2,09 kHz, à 12 % de la valeur théorique (2,4 kHz).

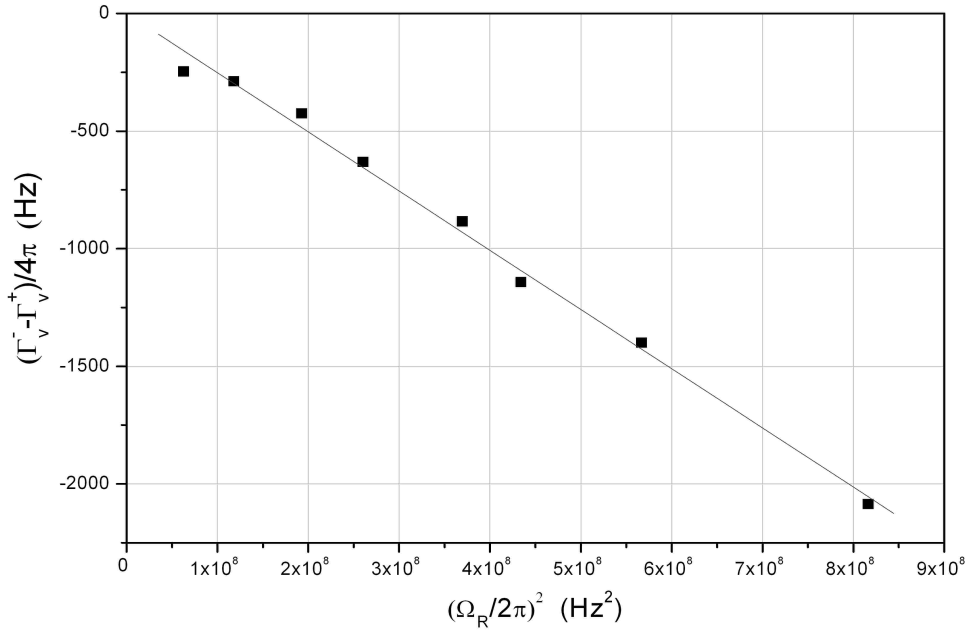


FIG. 5.29 – Mesure de l'écart de fréquence  $\left( \frac{\Gamma_v^- - \Gamma_v^+}{2} \right) / 2\pi$  corrigé du terme de décalage Doppler pour différentes valeurs de  $(\Omega_R/2\pi)^2$  correspondant au déplacement de fréquence dû au déplacement lumineux à deux photons. Cet écart est d'environ 2,1 kHz pour la plus grande pulsation de Rabi réalisable expérimentalement.

Nous avons donc mis en évidence expérimentalement l'effet du déplacement lumineux à deux photons. Nous mesurons ainsi un déplacement de fréquence de 2,1 kHz. Cette valeur importante suggère que cet effet peut avoir des répercussions sur le rapport signal à bruit des mesures interférométriques.

### 5.10.2 Fonction de sensibilité au déplacement lumineux à deux photons

Nous déterminons dans cette section la fonction de sensibilité  $g_{\Omega_R^2}(t)$  de l'interféromètre aux fluctuations de  $\Omega_R^2$  par l'intermédiaire du déplacement lumineux à deux photons. La fonction  $g_{\Omega_R^2}(t)$  est ainsi définie par :

$$g_{\Omega_R^2}(t_0) = 2 \lim_{\delta\Omega_R^2 \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\Omega_R^2, t_0)}{\delta\phi} \quad (5.38)$$

où  $\delta\Phi(\delta\Omega_R^2, t_0)$  est le déphasage interférométrique créé par un saut infinitésimal de  $\Omega_R^2$  à l'instant  $t_0$ . Tout comme pour la fonction de sensibilité au rapport d'intensité, nous pouvons écrire :

$$\delta\Phi(\delta\Omega_R^2, t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \omega_{\Omega_R^2, t_0} dt$$

où  $\omega_{\delta\Omega_R^2, t_0}(t)$  est la modulation du désaccord de la transition atomique créée par le saut de  $\delta\Omega_R^2$  à l'instant  $t_0$ .

### Calcul de $\omega_{\delta\Omega_R^2, t_0}(t)$

Le déplacement lumineux à deux photons crée un désaccord de la transition Raman de la forme

$$\delta(\delta^{AC2})(t) = \frac{\Omega_R^2(t)}{2\delta d}$$

Un saut de  $\Omega_R^2$  ayant une influence 4 fois plus importante au moment de la seconde impulsion, nous obtenons :

$$\omega_{\delta\Omega_R^2, t_0}(t) = \frac{u(t)\delta\Omega_R^2}{2\delta d} h(t - t_0)$$

où  $u(t)$  est une fonction valant un pendant la première et la dernière impulsion, 4 pendant la seconde et zéro le reste du temps. La fonction  $g_{\Omega_R^2}(t_0)$  s'exprime donc grâce à la fonction de sensibilité à la phase :

$$g_{\Omega_R^2}(t_0) = \int_{t_0}^{+\infty} g_\phi(t) \frac{u(t)}{2\delta d} dt$$

Nous obtenons une fonction de sensibilité représenté figure 5.30

$$2\delta d \Omega_R g_{\Omega_R^2}(t_0) = \begin{cases} 1 + 2 \cos(2\Omega_R t_0) & 0 < t_0 < \frac{\tau}{2} \\ 1 & \tau/2 < t_0 < T + \frac{\tau}{2} \\ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4} + (t_0 - T)\Omega_R\right) & T + \frac{\tau}{2} < t_0 < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (5.39)$$

Pour une modulation temporelle quelconque de  $\Omega_R^2$  nous pouvons donc calculer le déphasage en sortie de l'interféromètre par :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\Omega_R^2}(t_0) \frac{d\Omega_R^2(t)}{dt} dt \quad (5.40)$$

La sensibilité à  $\Omega_R^2$  est caractérisée dans le domaine fréquentiel par une fonction de transfert  $H_{\Omega_R^2}(\omega)$  :

$$H_{\Omega_R^2}(\omega) = \omega G_{\Omega_R^2}(\omega) \quad (5.41)$$

où  $G_{\Omega_R^2}$  est la transformée de Fourier de la fonction  $g_{\Omega_R^2}(t_0)$  :

$$G_{\Omega_R^2}(\omega) = \frac{1}{\delta d(\omega^5 - 5\omega^3\Omega_R^2 + 4\omega\Omega_R^4)} \left[ \omega(\omega^2 - 4\Omega_R^2) \cos\left(\omega\left(T + \frac{\tau}{2}\right)\right) + 4\omega(\Omega_R^2 - \omega^2) \cos\left(\omega\frac{\tau}{2}\right) - \Omega_R(\omega^2 - 4\Omega_R^2) \sin\left(\omega\left(T + \frac{3\tau}{2}\right)\right) \right] \quad (5.42)$$

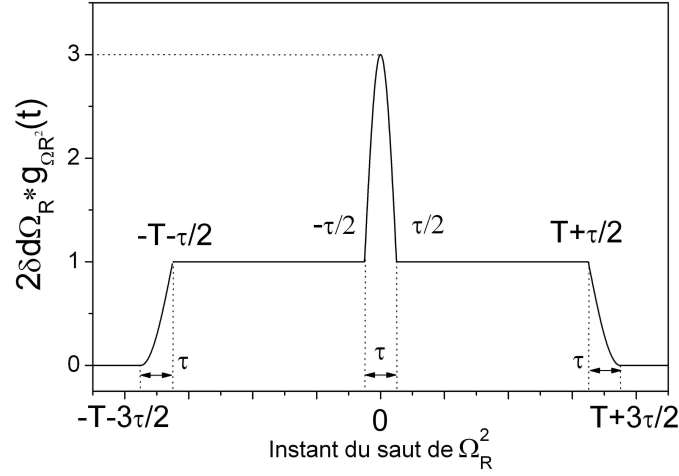


FIG. 5.30 – Fonction de sensibilité  $g_{\Omega_R^2}(t)$  de l'interféromètre aux fluctuations de  $\Omega_R^2$  par l'intermédiaire du déplacement lumineux à deux photons.

L'expression de  $G_{\Omega_R^2}$  est très semblable à celle de son homologue traduisant la sensibilité à la phase laser. Cette fonction est utilisée dans la section suivante afin d'étudier l'influence du déplacement lumineux à deux photons sur le rapport signal à bruit court terme des mesures interférométriques.

### 5.10.3 Bruit dû au déplacement lumineux à deux photons

Dans cette section, nous calculons la variance d'Allan des fluctuations de déphasage interférométriques sur un coup créés par les fluctuations de  $\Omega_R^2$  en partant de la mesure de fluctuation relative d'intensité d'un des faisceaux lasers Raman effectué section 5.8.2. La pulsation de Rabi s'exprime en effet par :

$$\Omega_R^2(t) = \frac{\Omega_{R1}(t)\Omega_{R2}(t)}{\Delta}$$

En supposant que les fluctuations d'intensité des deux lasers Raman sont corrélés (cas pire), on a :

$$\frac{\delta(\Omega_R^2)(t)}{\Omega_R^2} = \frac{\delta(I_1)(t)}{I_1} = \frac{\delta(I_2)(t)}{I_2}$$

où  $I_1$  et  $I_2$  sont les intensités des deux lasers. Nous pouvons donc obtenir une mesure de la puissance relative de bruit de  $\Omega_R^2$  à partir de celle de l'intensité  $I$ .

Nous obtenons alors à partir de la fonction de transfert  $H_{\Omega_R^2}(\omega)$  établie à la section précédente :

$$\sigma_{\Omega_R^2}^2(\tau_m) = 2\Omega_R^4 \int_0^{+\infty} \sin^2(\omega T_c/2) |H_{\Omega_R^2}(\omega)|^2 \frac{S_I(\omega)}{I^2} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.43)$$



Les fluctuations de phase interférométrique qui résultent d'une variation de  $\Omega_R^2$  sont alors de :

	$\sigma_\phi^2(\tau_1)(mrad)$	
	2T=60ms	2T=80ms
1-10 Hz	0,14	0,18
10-100 Hz	0,17	0,2
0,1-1 kHz	0,05	0,05
1-10 kHz	0,1	0,1
10-100 kHz	0,43	0,43
<b>total</b>	<b>0,50</b>	<b>0,52</b>

Le bruit de déplacement lumineux à deux photons ne limite donc pas la sensibilité de l'interféromètre sur un coup. Les résultats obtenus sont néanmoins proches de la limite de 1 mrad. Dans la section suivante, nous mesurons le déplacement à deux photons le long de la trajectoire atomique et calculons les biais créés sur le déphasage interférométrique.

#### 5.10.4 Évaluation du gradient spatial de déplacement lumineux à deux photons

Le déplacement lumineux à deux photons dépendant de la pulsation de Rabi effective, sa valeur n'est pas constante le long de la trajectoire atomique. Comme nous l'avons vu chapitre 3, un déphasage est créé à la sortie de l'interféromètre si le faisceau Raman n'est pas correctement centré sur la trajectoire atomique. À partir de l'incertitude sur la position de l'apogée des atomes par rapport au faisceau Raman (environ 1 mm), nous évaluons dans cette section l'importance de ce biais.

Nous avons pour cela mesuré expérimentalement la valeur de cet effet le long de la trajectoire du nuage V. Pour différentes positions longitudinales  $x$  dans la zone d'interaction, nous déterminons comme précédemment la valeur des fréquences de résonance  $\Gamma_v^+(x)$  et de  $\Gamma_v^-(x)$  en enregistrant la probabilité de transition en fonction du désaccord Raman au voisinage des transitions associées à  $+k_{eff}$  et  $-k_{eff}$ .

La demi-différence des valeurs de  $\Gamma_v^+(x)$  et de  $\Gamma_v^-(x)$  mesurées s'exprime alors comme la somme d'un terme Doppler et d'un terme dû au déplacement lumineux à deux photons à la position  $x$  :

$$\frac{\Gamma_v^-(x) - \Gamma_v^+(x)}{2} = -2\delta d + \delta^{AC2}(x)$$

Dans le cas où le faisceau Raman est légèrement incliné par rapport à la trajectoire atomique, il apparaît dans le désaccord Doppler  $\delta d$  un terme dû à la projection de la vitesse verticale des atomes le long du vecteur d'onde Raman  $k$ . La vitesse verticale des atomes dépendant linéairement de leur position  $x$  dans l'interféromètre, le désaccord Doppler dépend lui aussi linéairement de  $x$ . On a donc :

$$\frac{\Gamma_v^-(x) - \Gamma_v^+(x)}{2} = -2\delta d(x) + \delta^{AC2}(x)$$

Il est possible de mesurer indépendamment le terme dû à l'effet Doppler en se plaçant dans une situation où le déplacement lumineux à deux photons est négligeable. La figure 5.31 montre ainsi un balayage de la demi-différence  $\frac{\Gamma_v^+(x) - \Gamma_v^-(x)}{2}$  réalisé pour des impulsions lasers de durée  $\tau_\pi = 67 \mu s$  ( $\Omega_R/2\pi \approx 3,7$  kHz). L'allure linéaire de la courbe confirme que l'effet Doppler est ici dominant.

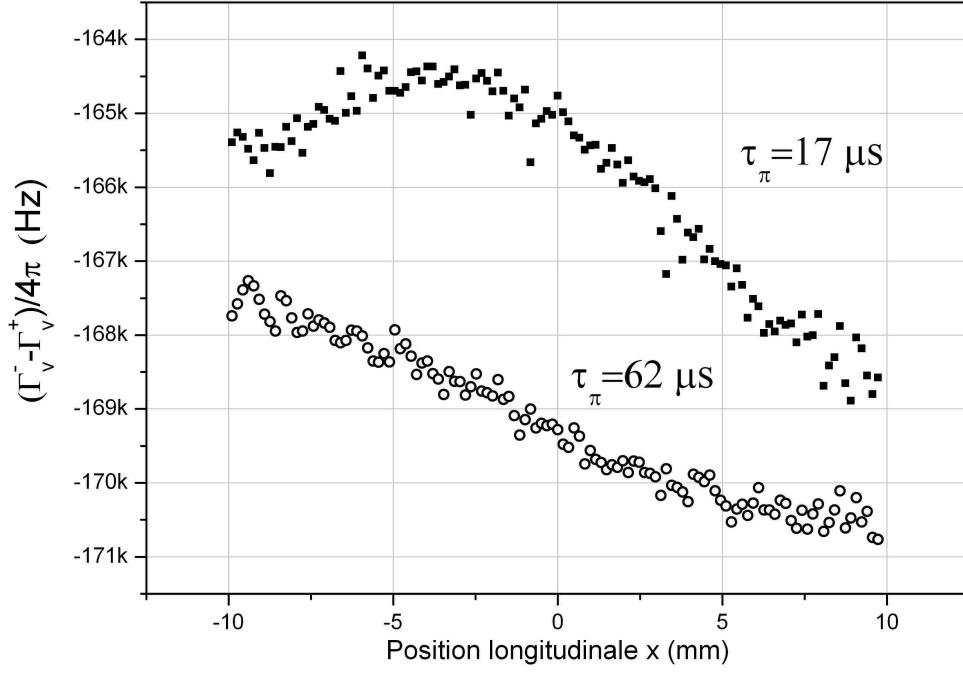


FIG. 5.31 – Évaluation de la demi-différence  $\left(\frac{\Gamma_v^-(x) - \Gamma_v^+(x)}{2}\right) / 2\pi$  le long de la trajectoire des atomes pour des durées d'impulsions différentes. Pour  $\tau = 67 \mu s$ , seul le terme linéaire dû à l'effet Doppler est présent.

Nous réalisons la même mesure pour la valeur de  $\tau$  utilisé couramment pour les mesures inertielles (correspondant à la plus grande valeur réalisable expérimentalement :  $\tau \approx 17 \mu s$  soit  $\Omega_R/2\pi \approx 14,7 \text{ kHz}$ ). Ces mesures sont également représentées figure 5.31. A la dérive obtenue précédemment s'ajoute ici un terme gaussien caractéristique de la répartition d'intensité du faisceau Raman.

La soustraction de ces courbes permet alors d'évaluer indépendamment le terme de déplacement lumineux à deux photons  $\delta^{AC2}(x)$  représenté figure 5.32. Conformément aux prédictions théoriques ces données peuvent être ajustées par une gaussienne de la forme :

$$\delta^{AC2}(x) = A \exp\left(-\frac{2x^2}{w^2}\right)$$

Nous obtenons alors les paramètres :  $A = 4,2 \text{ kHz}$  et  $w = 15,1 \text{ mm}$  avec des incertitudes statistiques de respectivement 1 et 2 %. La valeur de  $w$  ainsi mesurée correspond parfaitement à la valeur du waist du faisceau Raman (15 mm).

Afin que le déphasage dû au déplacement lumineux à deux photons soit nul, il convient de réaliser les deux impulsions  $\pi/2$  symétriquement par rapport à la courbe représentant  $\delta^{AC2}(x)$ . Dans le cas où la trajectoire atomique est décalée d'une valeur  $\Delta x \ll w$  par rapport à cette courbe, il apparaît à la position des impulsions  $\pi/2$  ( $x_1$  et  $x_3$  avec  $x_3 = -x_1$ ) une différence de déplacement lumineux linéaire avec le décalage  $\Delta x$  et de **valeur opposée** :

$$\delta(\delta^{AC2}(x_3)) = -\delta(\delta^{AC2}(x_1)) = 4\delta^{AC2}(x_3) \frac{x_3 \Delta x}{w^2}$$

un déphasage est alors créé en sortie de l'interféromètre calculable grâce à la relation 3.6 :

$$\Delta\Phi_{LS2x} = \frac{1}{\Omega_R} (\delta(\delta^{AC2})(x_3) - \delta(\delta^{AC2})(x_1))$$

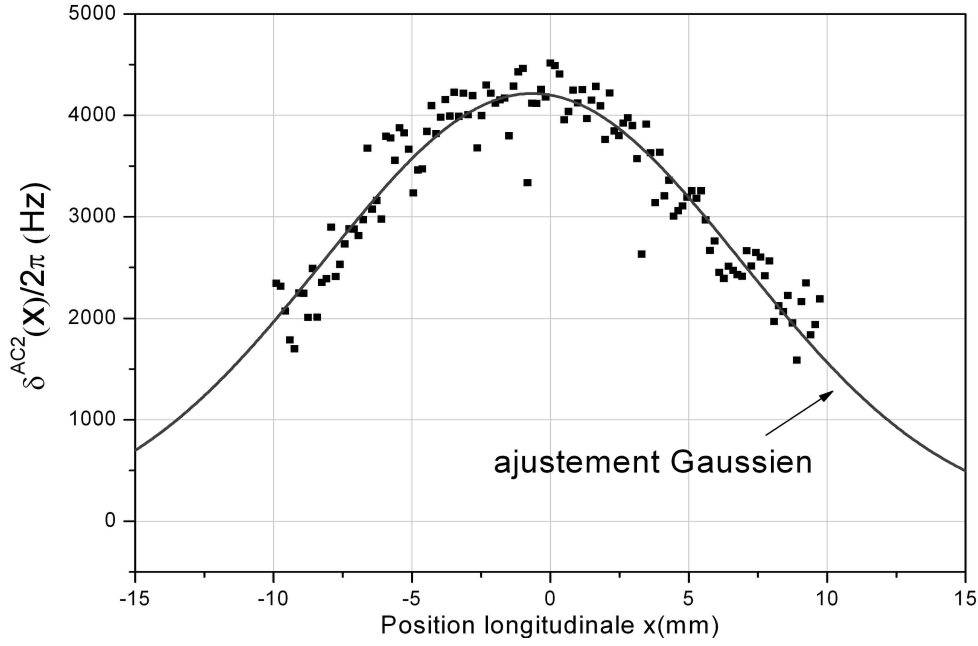


FIG. 5.32 – Évaluation du déplacement d'ordre 2  $\delta^{AC2}(x)$  le long de la trajectoire atomique obtenu par soustraction des deux courbes de la figure 5.31. Ces données peuvent être ajustées par une gaussienne.

$$\Delta\Phi LS2x = 8 \frac{\delta^{AC2}(x_3)}{\Omega_R} \frac{x_3 \Delta x}{\omega^2} \quad (5.44)$$

Nous obtenons alors un déphasage interférométrique par mm de décentrage (avec la valeur de  $\omega$  établie précédemment,  $\Omega_R/2\pi \approx 14,7$  kHz et la position des impulsions  $\pi/2$  à  $x_3 = -x_1 = 10$  mm) :

$$\Delta\Phi LS2x = 35 \text{ mrad/mm} \quad (5.45)$$

Le déplacement lumineux à deux photons crée donc un biais très important sur les mesures de déphasage interférométrique. Lors d'une fluctuation d'intensité des faisceaux d'interrogation ou d'une fluctuation la position du nuage d'atomes au niveau des impulsions  $\pi/2$ , la fluctuation de ce biais peut limiter le rapport signal à bruit. La section suivante est consacrée à cette étude.

### 5.10.5 Fluctuation du biais de déplacement lumineux à deux photons

Nous avons mesuré (cf figure figure 5.33) les fluctuations relatives de l'intensité des lasers Raman  $\frac{\delta(I)}{I}$  sur le long terme. La valeur de cette stabilité sur un coup est de l'ordre de  $10^{-3}$ , elle remonte sur 20000 secondes à une valeur de  $3 \cdot 10^{-3}$ . Nous observons une bosse à la demi-période d'oscillation du système de climatisation de l'expérience. Le bruit d'intensité relative est donc faible sur un coup. Néanmoins, il se moyenne mal sur des temps longs et il peut en résulter une limitation de la sensibilité sur des mesures inertielles par l'intermédiaire de la fluctuation du biais  $\Delta\Phi LS2x$ . Nous prendrons par la suite un biais  $\Delta\Phi LS2x$  correspondant à un décalage des trajectoires de **1 mm**, soit :  $\Delta\Phi LS2x = 35 \text{ mrad}$ . Une variation relative de la pulsation de Rabi effective crée une fluctuation du biais de déphasage  $\Delta\Phi LS2x$  calculé section précédente (équation 5.44) :

$$\delta(\Delta\Phi LS2x) = -2\delta\left(\frac{1}{\Omega_R}\right)\delta^{AC2}(x)\frac{x_3\Delta x}{\omega^2}$$

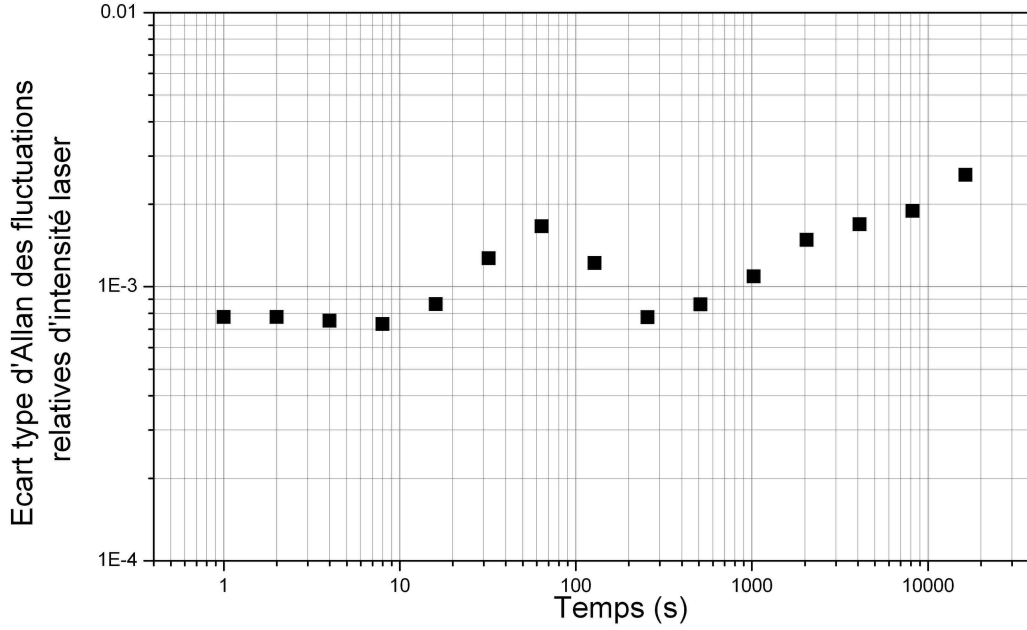


FIG. 5.33 – Écart-type d'Allan des fluctuations relatives d'intensité laser.

soit :

$$\delta(\Delta\Phi_{LS2x}) = -\frac{\delta(\Omega_R)}{\Omega_R} \Delta\Phi_{LS2x}$$

Or dans le cas (pire) où les fluctuations entre les faisceaux d'interrogation sont corrélés :

$$\frac{\delta(\Omega_R)}{\Omega_R} = \frac{1}{2} \frac{\delta I}{I}$$

Nous obtenons donc :

$$\delta(\Delta\Phi_{LS2x}) = \frac{1}{2} \frac{\delta I}{I} \Delta\Phi_{LS2x}$$

Nous pouvons donc en déduire la limite à la stabilité du déphasage due au biais de déplacement lumineux à deux photons à l'aide de celle de l'intensité laser relative. Cette mesure est représenté figure 5.34.

Nous observons que sur le long terme, cet effet peut limiter la rapport signal à bruit de l'expérience.

Une fluctuation de position  $\delta x$  du nuage atomique au niveau des impulsions lumineuses peut également faire varier le biais calculé dans la section précédente. Partant d'une fluctuation de position relative  $\frac{\delta x}{x}$ , nous obtenons une fluctuation de  $\Delta\Phi_{LS2x}$  calculable grâce à l'équation 5.44 :

$$\delta(\Delta\Phi_{LS2x}) = \frac{\delta x}{x} \Delta\Phi_{LS2x}$$

Nous pouvons estimer  $\frac{\delta x}{x}$  à partir des mesures de fluctuations de vitesse horizontale évaluées section 4.29 :

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{\delta v_h t_{\pi/2}}{x}$$

où  $t_{\pi/2}$  est le temps moyen de réalisation des impulsions  $\pi/2$  par rapport au lancement ( $t_{\pi/2} \approx 245$  ms). L'écart type d'Allan des déphasages interférométriques ainsi obtenue est représenté figure 5.34.

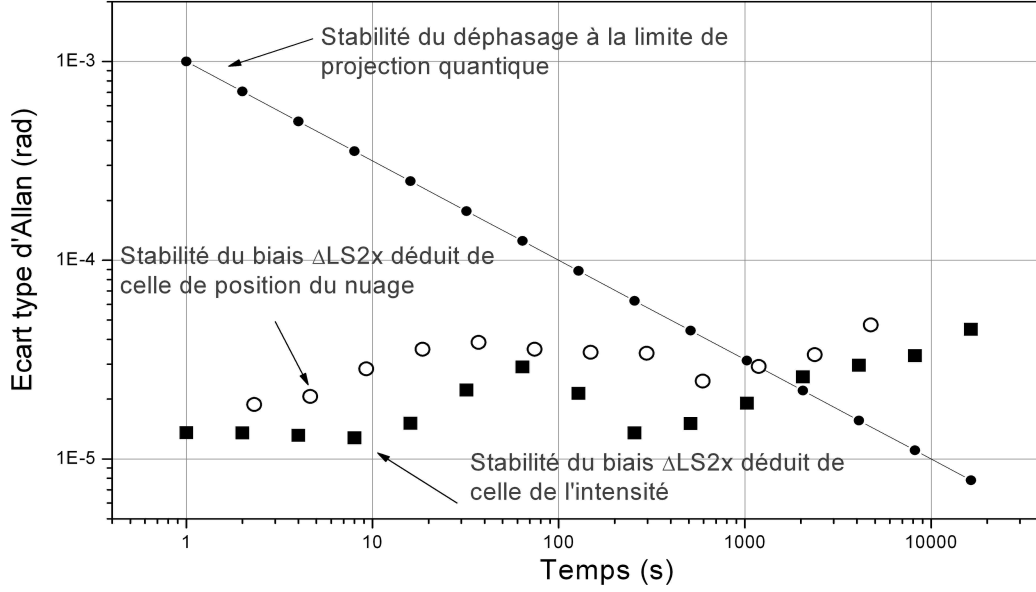


FIG. 5.34 – Écart-type d'Allan des fluctuations du biais de déplacement lumineux à deux photons déduit des fluctuations d'intensité laser et des fluctuations de position du nuage atomique au niveau de l'interféromètre (pour un décalage des trajectoires par rapport au centre du faisceau Raman de 1mm).

Leur ordre de grandeur est similaire à celle des fluctuations obtenues à partir des variations relative d'intensité.

Le déplacement à deux photons a donc un effet limité sur le rapport signal à bruit court terme des mesures de déphasages interférométriques. Cet effet peut néanmoins créer un biais très important sur ces mesures ( $\Delta\Phi_{LS2x} = 35 \text{ mrad/mm}$ ). La fluctuation de ce biais par l'intermédiaire de la fluctuation de  $\Omega_R$  ou de la position des atomes au moment des impulsions  $\pi/2$  peut entraîner une limitation de la sensibilité long terme.

Nous avons donc présenté dans ce chapitre un formalisme permettant d'évaluer la sensibilité du dispositif aux effets inertiels et aux effets perturbateurs (phase laser, champ magnétique et déplacements lumineux). Nous avons ainsi pu déterminer la réponse du capteur aux accélérations et aux rotations dans la domaine fréquentiel. Il a également été possible d'évaluer les limitations du rapport signal à bruit pour des mesures d'effets inertiels continus. Nous avons ainsi montré que les principales limitations court terme sont imposées par le bruit de phase laser et le niveau de vibrations résiduelles subies par l'expérience.

Sur le long terme, les déplacements lumineux à un et deux photons peuvent constituer la limite de la sensibilité. L'utilisation d'une séquence expérimentale renversant l'aire de l'interféromètre entre deux mesures permet de rejeter les dérives de déphasage lié au déplacement lumineux à **un photon** (et au champ magnétique mais son influence est négligeable). Il est donc probable que seul le déplacement lumineux à **deux photons** constituera alors la limite long terme de sensibilité. Il reste néanmoins possible de limiter une partie de cette dérive en asservissant la puissance du faisceau d'interrogation Raman.

Enfin, le formalisme de la fonction sensibilité nous a servi à estimer certains biais limitant l'exactitude des mesures. Le terme prépondérant est ici également imposé par le déplacement lumineux à deux photons.

# Chapitre 6

## Performances du capteur inertiel

Ce chapitre est consacré à l'étude de mesures interférométriques sensibles aux forces d'inerties et réalisées dans des configurations **contre-propageantes** à trois impulsions utilisant des faisceaux Raman horizontaux (section 6.1) ou verticaux (section 6.2).

Nous étudions dans ces deux configurations les mesures de contraste des interférogrammes associés aux nuages F et V en les comparant à des valeurs fournies par des simulations. Nous présentons alors la manière de placer le dispositif à flanc de frange sur le long terme avant d'étudier la stabilité des signaux équivalents de rotation et d'accélération obtenus lors de l'utilisation de deux séquences expérimentales différentes. La première séquence permet de compenser les dérives de décalages des interférogrammes (séquence " $\pm \frac{\pi}{2}$ " étudiée section 3.4.3), la seconde permet en plus de renverser l'aire de l'interféromètre une mesure sur deux afin de compenser notamment les dérives de déplacements lumineux à un photon et de champ magnétique (séquence " $\pm k \pm \frac{\pi}{2}$ " étudiée section 3.4.4). En utilisant les résultats du chapitre 5 nous identifions alors les limitations court et long terme des deux signaux.

Dans ce chapitre nous étudions également l'exactitude des mesures interférométriques de rotation dans la configuration horizontale. Pour cela, nous mesurons le déphasage créé par la projection de la vitesse de rotation de la Terre pour différents temps d'interaction. Enfin, nous évaluons l'impact des accélérations sur les mesures de rotation. Cette étude est menée en évaluant le taux de rejection d'accélération continues sur le signal de rotation.

### 6.1 Configuration horizontale

Nous présentons ici les mesures interférométriques réalisées en configuration horizontale contre-propageante utilisant le temps d'interaction maximal de  $2T = 60$  ms et donnant accès aux accélérations horizontales (Oy) et aux rotations verticales (Oz) (cf section 3.2.1).

#### 6.1.1 Franges d'interférence

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, il est possible d'utiliser la sensibilité de l'expérience à la phase laser afin de visualiser les franges d'interférence atomique. La valeur de contraste atteinte est un paramètre expérimental très important puisqu'il influence le nombre d'atomes utiles participant à la mesure. Sa valeur doit donc être la plus grande possible afin que la mesure ne soit pas limitée par le bruit de projection quantique.

La figure 6.1 montre la probabilité de transition obtenue sur les sources F et V en fonction du saut de phase laser introduit entre deux impulsions d'interrogation. Ce saut de phase est ici incrémenté de  $20^\circ$  entre chaque mesure. Ces franges sont obtenues pour des durées d'impulsions  $\tau = 21 \mu s$ . L'ajustement de ces courbes fournit des valeurs de contraste :

$$c_V \approx c_F \approx 20 \% \quad (6.1)$$

Afin d'optimiser cette valeur, la durée des impulsions doit être ajustée. Il convient également d'optimiser la position du faisceau d'interrogation Raman par rapport aux trajectoires atomiques. L'obtention d'une valeur équivalente sur F et V est possible grâce à la superposition de ces deux trajectoires.

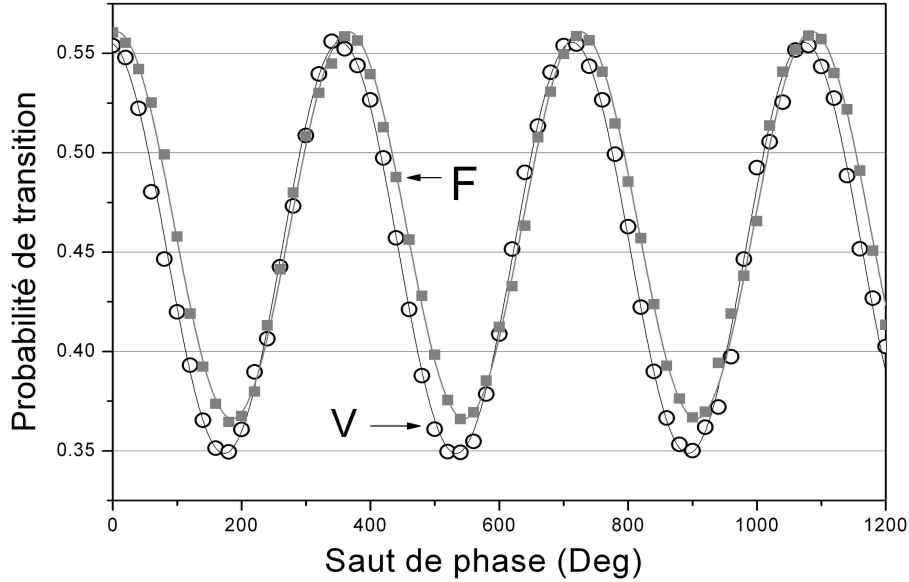


FIG. 6.1 – *Franges d'interférences en configuration horizontale contre-propageante obtenues pour un temps d'interaction de  $2T = 60$  ms et des durées d'impulsions de  $\tau = 21$   $\mu$ s. Le contraste ainsi obtenu est sensiblement équivalent sur les sources F et V : 20 %.*

### Effets limitant la valeur du contraste

La valeur du contraste est limitée par plusieurs effets. Tout d'abord, le profil d'intensité du faisceau Raman n'est pas homogène. Couplé à la dispersion en vitesse des sources, il en résulte que la pulsation de Rabi à chaque impulsion n'est pas homogène pour l'ensemble des atomes du nuage. Cet effet est la limitation principale du contraste en configuration **copropageante**, où nous mesurons des valeurs typiques de contraste de 40 % à 50 %.

En configuration **contre-propageante**, il convient en plus de tenir compte de la sélectivité en vitesse transverse des transitions Raman résultant du fait que les désaccords Doppler associés à chaque faisceau ( $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$ ) sont ici opposés. La largeur de la transition Raman s'exprimant par  $\frac{1}{2\tau}$ , la sélectivité en vitesse transverse (demi-largeur à mi-hauteur) de la transition s'écrit :

$$\Delta V = \frac{c}{2(\omega_1 + \omega_2)\tau} \quad (6.2)$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les pulsations associées aux deux lasers d'interrogation et  $\tau$  la durée des impulsions. Pour  $\tau = 21$   $\mu$ s nous trouvons ainsi  $\Delta V = 0,5 v_{\text{recul}}$  à comparer à la distribution en vitesse des sources établie section 4.4.3 d'approximativement  $2,5 v_{\text{rec}}$  (pour les atomes les plus froids). Cet effet limite donc fortement le nombre d'atomes participant aux transitions et explique la diminution du contraste d'un peu plus d'un facteur 2 lors du passage d'une configuration co à contre-propageante.

### Comparaison aux valeurs de contraste simulées

Afin de calculer la valeur du contraste dans la configuration **contre-propageante** en tenant compte de ces différents effets, nous réalisons une simulation de Monte-Carlo tirant au hasard des atomes dans la distribution de vitesse initiale déterminée par les paramètres mesurés dans la section 4.4.3. Nous modélisons ainsi la distribution de vitesse par distribution double gaussienne (de largeurs 2,5 et 5,3  $v_{rec}$ ) dans les directions Oz et Ox et par une distribution gaussienne (de largeur 2,5  $v_{rec}$ ) dans la direction Oy. Ceci permet de tenir compte du filtrage des atomes les plus rapides par la largeur finie du faisceau de détection évoqué dans la section 4.4.3.

Nous associons alors à chaque impulsion laser  $i$  des coefficients complexes de transmission et de réflexion ( $t_i, r_i$ ) calculés à partir de la vitesse et de la trajectoire de l'atome considéré. En partant d'un état atomique pur à l'entrée de l'interféromètre

$$\begin{pmatrix} a_e(0) \\ a_f(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

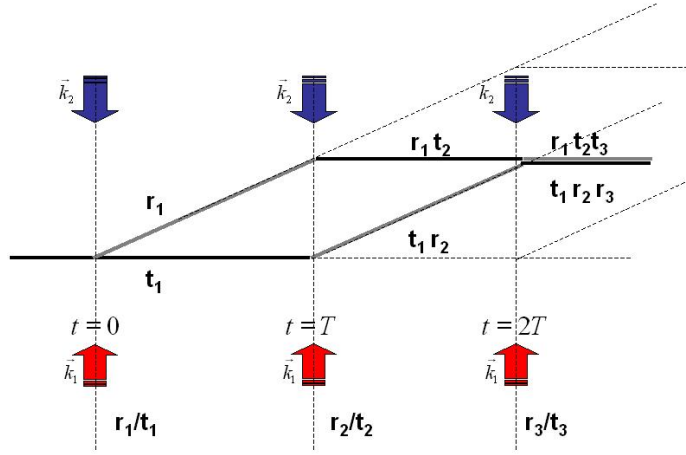


FIG. 6.2 – Principe du calcul du contraste des interférences atomiques. Nous tenons compte des imperfections des impulsions d'interrogations en calculant des coefficients complexes de réflexion-transmission ( $r_i, t_i$ ). La probabilité de transition en sortie de l'interféromètre s'exprime alors en fonction de ces coefficients.

L'état de sortie est alors obtenu en fonction des coefficients  $t_i, r_i$ . La figure 6.2 présente le principe de ce calcul. La projection de la fonction d'onde atomique sur l'état fondamental s'écrit alors :

$$a_f(2T + 3\tau) = r_1 r_2 t_3 + t_1 r_2 r_3$$

En notant  $r_i = R_i e^{i\Phi_{ri}}$  et  $t_i = T_i e^{i\Phi_{ti}}$ , la probabilité de détecter l'atome sur l'état  $|f\rangle$  est donc :

$$P = |a_f(2T + 3\tau)|^2 = |R_1 R_2 T_3 + T_1 R_2 R_3 e^{i\Delta\Phi_{tot}}|^2$$

où  $\Delta\Phi_{tot}$  est le déphasage total accumulé dans les deux bras de l'interféromètre. Nous obtenons donc :

$$P = |a_f(2T + 3\tau)|^2 = (R_1 R_2 T_3)^2 + (T_1 R_2 R_3)^2 + R_1 R_2 T_3 T_1 R_2 R_3 \cos(\Delta\Phi_{tot})$$

Le contraste de l'interféromètre associé à la classe de vitesse  $v$  se calcul alors par :



$$C = 2R_1R_2T_3T_1R_2R_3 \quad (6.3)$$

Nous réalisons ensuite une moyenne des résultats obtenus pour chaque classe de vitesse. Avec une durée d'impulsion  $\tau = 21 \mu s$ , la simulation fournit :

$$C = 24 \% \quad (6.4)$$

Nous obtenons un bon accord qualitatif avec le contraste mesuré. Une partie de la différence (environ 1 %) peut s'expliquer par l'émission spontanée.

Dans la section suivante, nous décrivons le procédé utilisé pour maintenir les deux interférogrammes à flanc de frange afin d'évaluer la stabilité des mesures interférentielles.

### 6.1.2 Mesure à flanc de frange

Comme nous l'avons étudié section 3 les interférogrammes obtenus pour les nuages F et V sont constitués en configuration horizontale de deux jeux de franges déphasés de  $2\Delta\Phi a$  :

$$\begin{aligned} P_V &= a_V + c_V \cos(\Delta\Phi a + \Delta\Phi r + \Delta\Phi l) \\ P_F &= a_F + c_F \cos(-\Delta\Phi a + \Delta\Phi r + \Delta\Phi l) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Afin de placer les deux interféromètres à flanc de frange nous compensons tout d'abord la valeur moyenne du déphasage de rotation en appliquant une différence de phase laser entre deux impulsions :

$$\Delta\Phi l = \frac{\pi}{2} - \Delta\Phi R$$

où  $-\Delta\Phi R$  est un terme compensant le déphasage dû à la projection de la vitesse de rotation de la Terre sur le plan de l'interféromètre. La probabilité de transition en fonction du déphasage d'accélération s'exprime alors par :

$$\begin{aligned} P_V &= a_V - c_V \sin(\Delta\Phi a) \\ P_F &= a_F + c_F \sin(\Delta\Phi a) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Les deux interféromètres sont alors à flanc de frange quel que soit le temps d'interaction uniquement sur la **frange centrale** d'accélération correspondant à une accélération moyenne le long de la direction Oy nulle. Ce propos est illustré figure 6.3 où nous avons représenté les probabilités mesurés sur F et V en fonction de l'accélération pour deux temps d'interaction différents ( $2T = 31.3$  et  $60$  ms).

Le fonctionnement du dispositif sur la frange centrale d'accélération est obtenu en annulant la projection de la gravité g sur le plan de l'interféromètre (ceci permet également de bien définir l'axe de sensibilité de l'expérience aux rotations). Pour cela l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation de l'expérience est réglé afin d'être parfaitement horizontale.

Nous effectuons ce réglage en modifiant légèrement la répartition des masses placées sur la plate-forme. Pour un temps d'interaction de  $2T = 60$  ms, une frange d'accélération correspond en effet à une projection de g sur l'interféromètre de

$$\frac{2\pi}{kT^2} = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

correspondant à une inclinaison du plan de l'interféromètre de  $\approx 50 \mu rad$ . Ainsi, un changement très faible de répartition de masse suffit pour placer les interféromètres en phase.

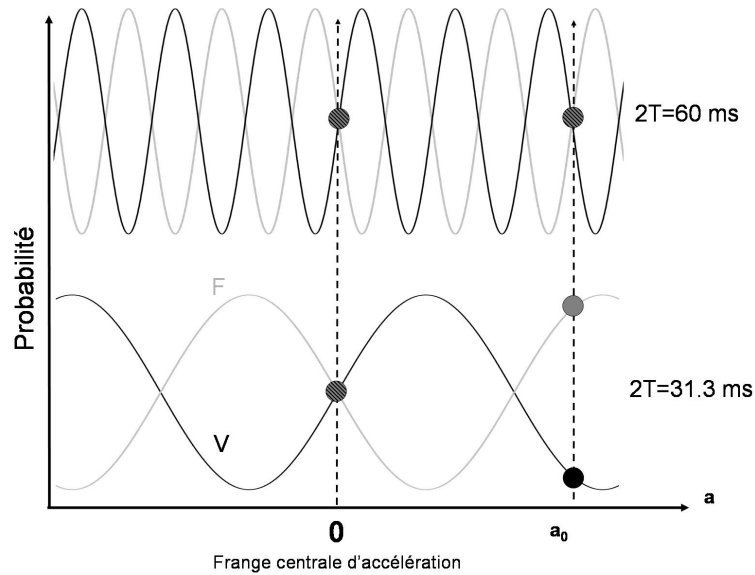


FIG. 6.3 – Franges d'accélération obtenues pour deux temps d'interaction différents  $2T=30$  et  $2T=60$  ms. Les interféromètres sont placés à flanc de frange quelque soit le temps d'interaction uniquement sur la frange centrale d'accélération (pour  $a_0 \neq 0$  les deux interférogrammes sont en phase pour  $2T = 60$  ms, mais pas pour  $2T = 31.3$  ms).

Nous visons alors une valeur d'inclinaison permettant d'obtenir des interférogrammes à flanc de frange quelque soit le temps d'interaction.

Le réglage ainsi effectué doit rester stable tout au long des mesures inertielles afin d'éviter toute dérive des signaux. Nous avons ainsi mesuré à l'aide d'un inclinomètre de grande précision (modèle Applied Geomechanics 701-2) la valeur sur le long terme de l'angle entre la plate-forme d'isolation et la direction horizontale. La figure 6.4 représente ainsi l'écart type d'Allan d'une mesure typique d'inclinaison de la plate-forme.

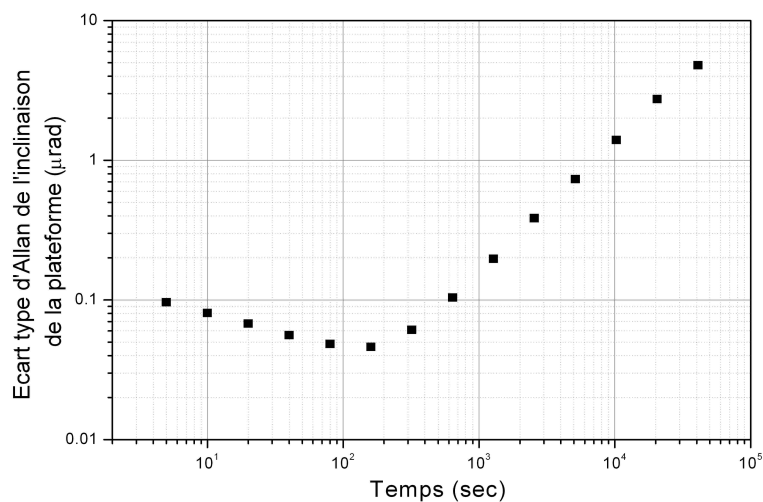


FIG. 6.4 – Écart-type d'Allan de l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation aux vibrations mesurée avec l'inclinomètre. Nous observons une dérive très importante qui est limitante lors de mesures inertielles suivant l'axe horizontal.

Nous observons que l'inclinaison est stable sur quelques dizaines de secondes et meilleure que  $0,1 \mu\text{rad}$ . Néanmoins cette valeur dérive sur les temps longs et à 40000 sec son écart-type d'Allan vaut  $5 \mu\text{rad}$  ce qui correspond à un déphasage atomique par projection de  $g$  de  $650 \text{ mrad}$ . Cette dérive est donc beaucoup trop importante pour assurer que les deux interférogrammes associés à  $F$  et  $V$  restent en phase sur des temps de mesure assez longs.

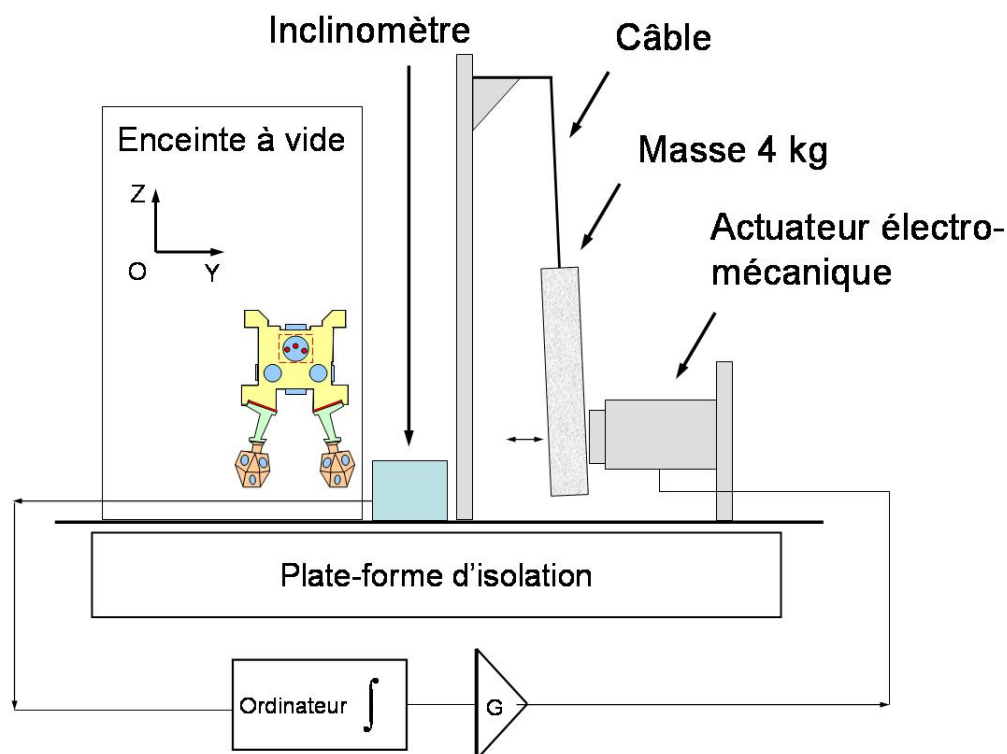


FIG. 6.5 – Système d'asservissement de l'inclinaison du plateau de la plateforme d'isolation aux vibrations. Le signal de l'inclinomètre est mesuré par ordinateur. La valeur ainsi obtenue sert à calculer un signal d'erreur appliqué à un actuateur électromagnétique déplaçant une masse placée sur le plateau.

Afin de résoudre ce problème, nous avons développé un système d'asservissement de l'inclinaison de la plate-forme représenté figure 6.5. Le signal délivré par l'inclinomètre est ainsi mesuré par une carte d'acquisition de l'ordinateur de contrôle à chaque cycle de mesure ( $0,58 \text{ s}$ ). La valeur numérique ainsi obtenue est moyennée sur une vingtaine de coups puis comparée à une valeur de référence correspondant à une inclinaison nulle. Ce signal d'erreur est ensuite multiplié par un coefficient de gain puis converti en tension. Un générateur de courant commandable en tension permet alors de contrôler un actuateur électromécanique. Ce dispositif permet de déplacer sur environ  $1 \text{ cm}$  une masse de  $3,7 \text{ kg}$  placée sur le plateau de la plate-forme d'isolation permettant ainsi de modifier l'inclinaison sur une plage de  $\pm 10 \mu\text{rad}$ .

La stabilité de l'inclinaison obtenue en utilisant cet asservissement est représentée figure 6.6. Nous observons tout d'abord que le bruit court terme n'est pas dégradé par ce système. Nous avons également vérifié à l'aide du sismomètre que le bruit d'accélération reste inchangé. Au dessus de  $1000 \text{ s}$  la stabilité est ici meilleure que  $0,01 \mu\text{rad}$ . Nous avons alors vérifié que les deux interféromètres restent à flanc de frange sur les temps longs sur en utilisant le système d'asservissement.

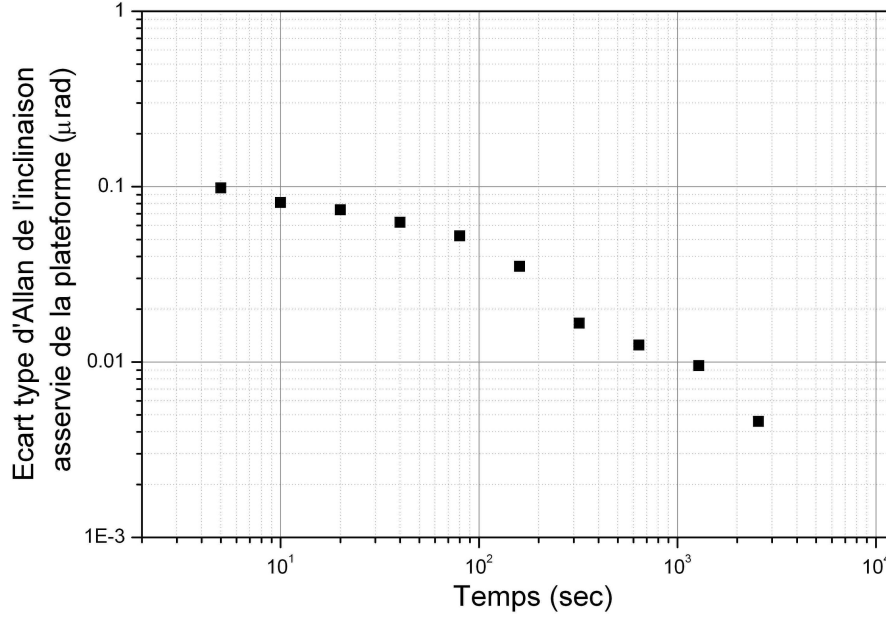


FIG. 6.6 – Écart-type d'Allan de l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation après asservissement. Le système d'asservissement permet de supprimer la dérive long terme de l'inclinaison.

Dans la section suivante, nous présentons des résultats de mesures interférométriques réalisées dans ces conditions expérimentales.

### 6.1.3 Mesures interférométriques

#### Utilisation d'une séquence expérimentale pointant la frange centrale.

Nous avons tout d'abord réalisé des mesures dans une configuration à trois impulsions lasers ( $\tau \approx 20\mu s$ ) de durée totale  $2T = 60$  ms en utilisant une séquence expérimentale alternant des mesures à " $\pm \frac{\pi}{2}$ " et permettant de s'affranchir des fluctuations de décalage des interférogrammes. Les probabilités mesurées en sortie des deux interféromètres F et V sont alors utilisées pour calculer les déphasages associés  $\Delta\Phi_F$  et  $\Delta\Phi_V$  par le processus décrit dans les sections 3.4.2 et 3.4.3. Nous pouvons alors en déduire les signaux équivalents de rotation et d'accélération par la demi-somme et la demi-différence de ces déphasages (équation 3.13) :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\Phi_F + \Delta\Phi_V}{2} &= \Delta\Phi_r + \Delta\Phi_l + (+\Delta\Phi_B t + \Delta\Phi_{LS1} + \Delta\Phi_{LS2} t) \\ \frac{\Delta\Phi_F - \Delta\Phi_V}{2} &= \Delta\Phi_a + (+\Delta\Phi_{ab} + \Delta\Phi_{Bx} + \Delta\Phi_{LS2} x) \end{aligned}$$

La figure 6.7 représente l'écart-type d'Allan des signaux de rotation et d'accélération calculés sur un échantillon d'environ 30000 mesures effectuées avec un temps de cycle de 0,58 s. Les stabilités équivalentes sur un coup (0,58 s) obtenues en prenant un modèle de bruit blanc (lignes de pente -1/2 sur la figure 6.7) sont de  $1,8 \cdot 10^{-2}$  rad sur le signal de rotation et de  $8 \cdot 10^{-2}$  rad sur celui d'accélération.

#### Sensibilité équivalente aux effets inertiels

A partir de ces résultats nous pouvons calculer les sensibilités équivalentes aux effets inertiels en tenant compte des facteurs d'échelle aux rotations et aux accélérations établis section 3.2.1. Leur

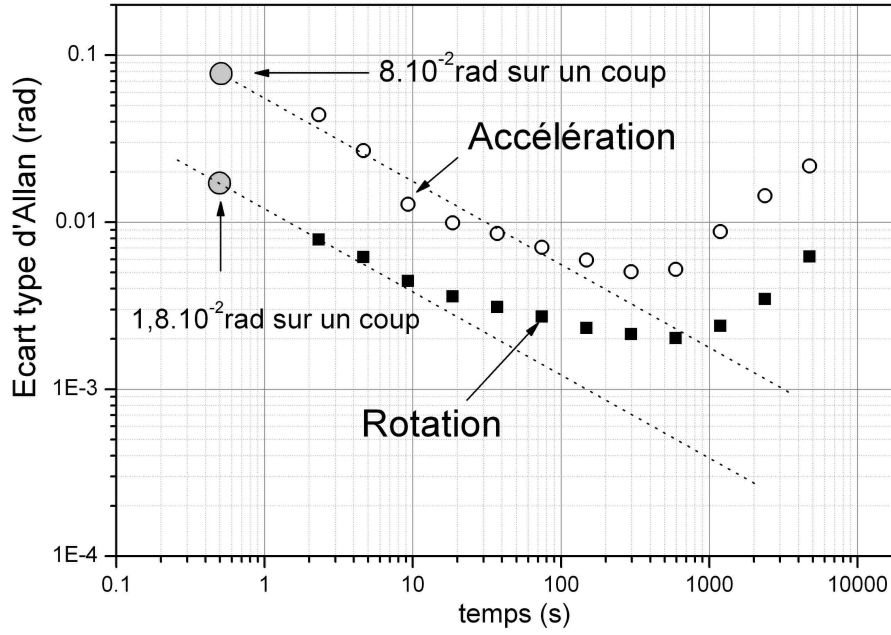


FIG. 6.7 – Écart-type d'Allan des signaux équivalents "rotation" et "accélération" en configuration horizontale de 60 ms de temps d'interaction. Nous utilisons ici une séquence expérimentale alternant des mesures à  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

valeurs pour un temps d'interaction de  $2T = 60$  ms sont :

$$2k_y v_{0x} T^2 \approx 8713 \text{ rad}/(\text{rad.s}^{-1}) \quad (6.7)$$

$$k_y T^2 \approx 13274 \text{ rad}/(\text{m.s}^{-2}) \quad (6.8)$$

Nous obtenons alors des sensibilités aux rotations et aux accélérations sur une seconde de respectivement :

$$\begin{aligned} \sigma_R &= 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1} \\ \sigma_a &= 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-2} \end{aligned}$$

### Analyse des résultats

Sur le court terme, nous observons que le bruit en radians est plus important sur le signal équivalent d'accélération que sur celui de rotation. Ceci est dû au niveau élevé de vibrations parasites auquel est soumis le dispositif (évalué à environ 70 mrad section 5.6.2).

Sur le signal de rotation le bruit court terme (18 mrad) est dû majoritairement au bruit de phase laser et sa valeur est plus élevée que celle mesurée indépendamment dans la section 5.3.3 (5,4 mrad). Ceci peut s'expliquer par un mauvais fonctionnement du banc laser Raman au moment où ont été réalisées ces mesures. Nous observons en effet des raies parasites sur le signal de battement des deux lasers et un des deux esclaves semblait présenter des problèmes d'injection. Nous avons alors procédé à des optimisations sur le banc Raman nous permettant d'améliorer ces points précis. Les résultats présentés par la suite présenteront ainsi un bruit de phase nettement plus faible.

Sur les temps longs, nous observons que les signaux s'intègrent mal. Il est possible comme nous l'avons étudié dans la section 3.4.4 de s'affranchir d'une partie de cette dérive en utilisant une configuration où, en plus d'alterner des mesures à  $\pm \frac{\pi}{2}$ , nous renversons le signe du vecteur d'onde effectif. La section suivante est consacrée à cette étude.

### Utilisation d'une séquence expérimentale avec renversement de l'aire de l'interféromètre

L'utilisation d'une séquence expérimentale " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ " permet de renverser le signe des déphasages inertiels mais laisse inchangé le signe des déphasages dus au déplacement lumineux à un photon et au champ magnétique. En combinant les mesures de probabilité par un processus décrit section 3.4.4, il est ainsi possible de s'affranchir d'une partie des dérives observées dans la section précédente sur des temps supérieurs au temps d'inversion du signe de  $k_{eff}$ . La figure 6.8 représente l'écart-type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération mesurés en utilisant ce procédé (nous réalisons ici une mesure toute les 0,58 s pour un temps total d'acquisition de  $\approx 28000$  s).

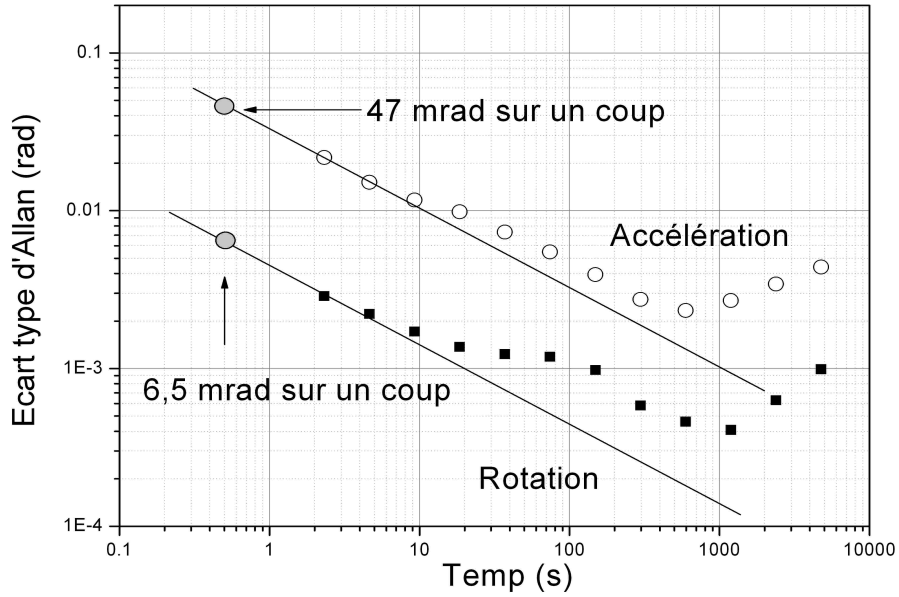


FIG. 6.8 – Écart-type d'Allan des signaux équivalents "rotation" et "accélération" en configuration horizontale de 60 ms de temps d'interaction. Nous utilisons ici une séquence expérimentale " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ ".

#### Comparaison avec la configuration $\pm \frac{\pi}{2}$

Sur le **court terme**, nous mesurons une stabilité ramenée à 0,58 s sur le signal de rotation de 6,5 mrad. Ce résultat est meilleur que celui obtenu précédemment en alternant uniquement la phase laser (séquence  $\pm \frac{\pi}{2}$ ). Cette amélioration est dû essentiellement aux optimisations apportées sur le banc Raman. Nous avons également amélioré le réglage de la plate-forme d'isolation aux vibrations ce qui permet d'obtenir une meilleure stabilité court terme sur le signal d'accélération (47 mrad au lieu de 80 précédemment).

L'utilisation de cette séquence expérimentale permet de rejeter une partie des bruits **long terme** dus à certains effets parasites sur les signaux indépendants  $\Sigma_{\Delta\Phi_o}$  et  $\Delta_{\Delta\Phi_o}$  (équations 3.18 et 3.17) dont l'écart-type d'Allan est représenté figure 6.9. Le signal  $\Sigma_{\Delta\Phi_o}$  contient majoritairement des termes de déphasage dus au déplacement lumineux à un photon et  $\Delta_{\Delta\Phi_o}$  des déphasages dus à des fluctuations temporelles coups à coups d'accélération (et dans une moindre mesure des bruits coups à coups de déplacements lumineux). Le niveau de bruit d'accélération étant assez élevé, nous observons que la stabilité de  $\Delta_{\Delta\Phi_o}$  est toujours moins bonne que celle de  $\Sigma_{\Delta\Phi_o}$ .

Par comparaison avec les résultats obtenus en séquence  $\pm \frac{\pi}{2}$ , nous pouvons observer l'efficacité de ce procédé car le signal de rotation s'intègre mieux sur les temps longs. Ceci semble confirmer qu'une partie du déplacement lumineux à un photon (qui en séquence  $\pm \frac{\pi}{2}$  dégrade le signal de rotation) est ici présent sur le signal indépendant  $\Sigma_{\Delta\Phi_0}$ .

Cette hypothèse se confirme en observant que la stabilité du signal  $\Sigma_{\Delta\Phi_0}$  (figure 6.9) est moins bonne quelque soit le temps d'intégration que celle du signal de rotation (figure 6.8). Cette affirmation est valable également pour le signal d'accélération par rapport au signal  $\Delta_{\Delta\Phi_0}$ .

Le renversement de l'aire de l'interféromètre permet donc d'obtenir une amélioration significative des signaux inertiels. Bien que nous utilisions surtout ce procédé pour améliorer les mesures **long terme**, il semble que les mesures soient ici également améliorées sur le moyen terme. Ceci peut s'expliquer par de fortes fluctuations d'intensité court terme (et donc de déplacement lumineux) constatées sur une des diodes lasers du banc Raman. Cet excès de bruit est ici en partie compensé par le renversement de l'aire de l'interféromètre (qui permet de s'affranchir de bruits de temps caractéristiques plus longs que celui de l'inversion du signe de  $k_{eff}$ ).

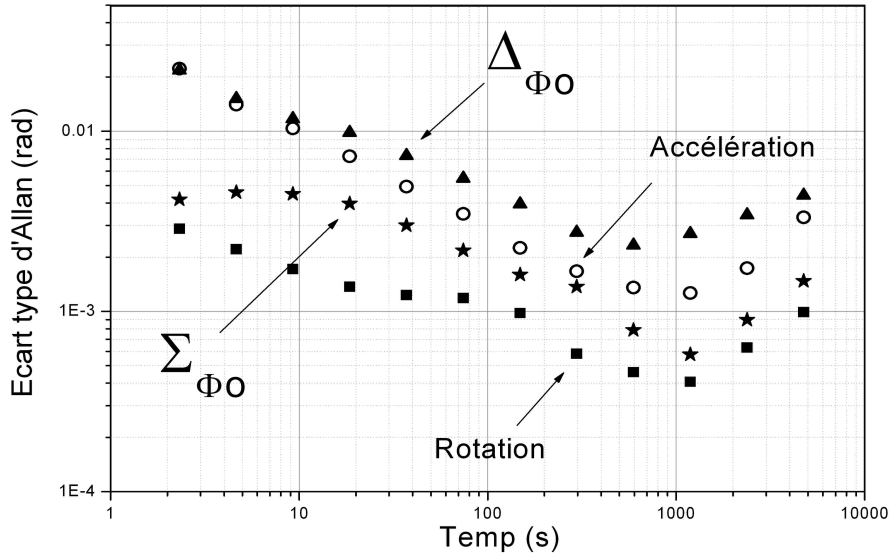


FIG. 6.9 – Écart-type d'Allan des signaux  $\Sigma_{\Delta\Phi_0}$  et  $\Delta_{\Delta\Phi_0}$  obtenus lors de mesures avec une séquence expérimentale " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ ". Ces signaux comportent une partie des déphasages parasites qui sont présent sur les signaux inertiels lorsque le signe de  $k_{eff}$  n'est pas changé d'une mesure à l'autre.

#### Analyse des limitations des signaux équivalents de rotation et d'accélération

Dans cette section nous identifions les limitations de la sensibilité court terme du dispositif en comparant la stabilité sur un coup des signaux de rotation et d'accélération ainsi obtenus (respectivement 6,5 et 47 mrad) à différentes sources de bruit.

Nous étudions tout d'abord si la mesure est limitée par le bruit de détection. Afin de mener cette étude, nous enregistrons la probabilité de transition d'une impulsion  $\pi$  puis nous traitons ces données par le même procédé que des données interférométriques en tenant compte d'un contraste de 20 %. Nous pouvons ainsi évaluer le bruit lié au bruit de détection. Nous trouvons ainsi un bruit sur un coup d'environ 5 mrad sur les signaux équivalents de demi-somme et de demi-différence. Compte tenu que nous mesurons ici 6,5 mrad de fluctuations sur un coup sur le signal de rotation, nous pouvons considérer que le bruit de détection a une influence majoritaire sur les fluctuations de ce signal. Depuis

l'obtention de ces résultats, nous avons montré que ce bruit est du au bruit de projection quantique et au bruit de normalisation du à des fluctuations d'intensité ou de fréquence des lasers sonde ou repompeur.

Il est ensuite possible de comparer la stabilité court terme obtenue aux niveaux de bruit sur un coup de déphasage interférométrique créés par les effets parasites évalués indépendamment dans le chapitre précédent. Or nous savons qu'en configuration horizontale, le bruit de phase laser (terme prépondérant) est vue comme une rotation. Son influence sur les fluctuation de phase interférométrique a été évalué section 5.3.3 à  $\approx 5,4$  mrad.

La somme quadratique du bruit de détection et de phase laser est donc :

$$\sqrt{5^2 + 5.4^2} \approx 7.2 \text{ mrad}$$

Cette valeur est donc comparable à la stabilité mesurée du déphasage de rotation.

Nous pouvons donc supposer que le bruit de phase laser et le bruit de détection sont les limitations principales de la sensibilité court terme des mesures de rotation.

En ce qui concerne les mesures d'accélération, la sensibilité atteinte de 47 mrad est du même ordre de grandeur que les fluctuation de phase interférométrique sur un coup créés par les vibrations calculées section 5.6.2 (68 mrad).

Les vibrations sont visiblement la limite de la sensibilité court terme des mesures d'accélération.

Sur le long terme, il convient de remarquer que l'alternance du signe de  $k_{eff}$  ne permet de s'affranchir que d'une partie des fluctuations de déplacement lumineux. Ces effets ont donc probablement une influence sur la dérive long terme observées sur le signal de **rotation**. Il est également possible que la dérive de ce signal soit due à une fluctuation de la vitesse de rotation horizontale  $\Omega_z$  de la plate-forme d'isolation.

Pour le signal **d'accélération**, il est probable que la remontée l'écart type d'Allan visible figure 6.8 soit majoritairement due à un mouvement de translation horizontale du plateau de la plate-forme d'isolation. Il est possible que cet effet soit lié à l'utilisation du système d'asservissement de l'inclinaison de la plate-forme qui peut coupler du bruit selon d'autres axes.

#### *Sensibilité équivalente aux effets inertiels*

Nous présentons ici la sensibilité équivalente aux accélérations et au rotations, en unités S.I., obtenue à partir des résultats présentés figure 6.8. La figure 6.10 montre ainsi l'écart type des mesures en  $\text{rad.s}^{-1}$  et en  $\text{m.s}^{-2}$ . Les sensibilités atteintes sur une seconde sont donc :

$$\begin{aligned} &2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-2} \text{ pour des mesures d'accélération} \\ &5,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour des mesures de rotation} \end{aligned}$$

Ces résultat sont respectivement meilleurs d'un facteur 3 et 6 par rapport à ceux exposés dans la thèse de F. Yver [Yver Leduc 2004]. Sur 10000 s, la sensibilité atteinte est de :

$$\begin{aligned} &4 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2} \text{ pour des mesures d'accélération} \\ &7,5 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour des mesures de rotation} \end{aligned}$$

Nous avons également représenté figure 6.11 les signaux temporels équivalents de rotation et d'accélération (en unité S.I.).



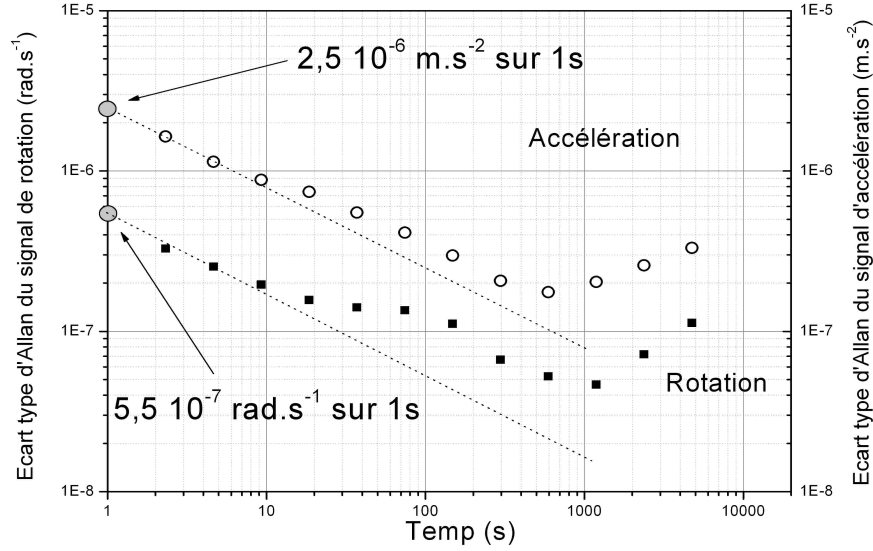


FIG. 6.10 – Écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération en unité S.I.

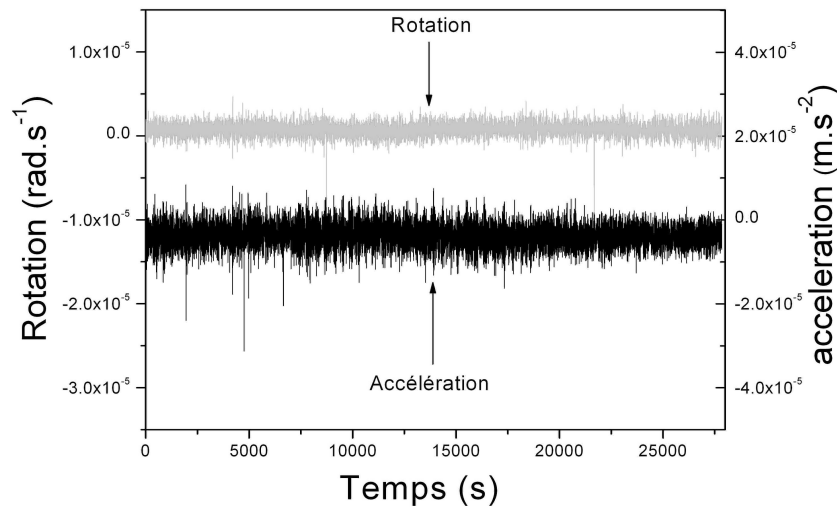


FIG. 6.11 – Signaux temporels de rotation et d'accélération en unité S.I.

## 6.1.4 Étude de l'exactitude des mesures de rotation

### Étude du déphasage de rotation pour différents temps d'interaction

A partir des mesures précédentes, il est possible de calculer le déphasage total de rotation  $\Delta\Phi R_{TOT}$  par :

$$\Delta\Phi R_{TOT} = \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi l_o + \overline{\Delta\Phi R}$$

où  $\overline{\Delta\Phi R}$  est la valeur moyenne des déphasages de rotation, mesurés à flanc de frange et dont le variance a été calculée dans la section précédente et  $\Delta\varphi l_o$  la valeur de déphasage laser introduite pour placer le dispositif à flanc de frange (cf section 6.1.2).

Comme nous l'avons vu précédemment, ce déphasage de rotation en configuration horizontale est créé par la projection de la vitesse de rotation de la Terre sur la direction Oz perpendiculaire au plan de

l'interféromètre. Afin d'étudier l'exactitude des mesures de rotations, nous comparons ce déphasage à la valeur théorique fournit par la formule :

$$\Delta\Phi_{rot} = 2k_y V_{0x} T^2 \Omega_{Tz}$$

où  $\Omega_{Tz}$  est la projection de la vitesse de rotation de la Terre sur la direction verticale. A la latitude de l'Observatoire de Paris :

$$\lambda = 48^\circ 50' 08''$$

nous avons :

$$\Omega_{Tz} = 5,49 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

La figure 6.12 représente la valeur mesurée de  $\Delta\Phi_{ROT}$  pour différents temps d'interactions ainsi que les valeurs théoriques des déphasage associés. Les mesures sont calculés ici en degré et tracés en fonction du temps d'interaction au carré (en  $(\text{ms})^2$ ). Il est possible d'ajuster ces données par une droite de coefficient directeur :  $3,042 \cdot 10^{-3} \text{ deg}/(\text{ms})^2$ . Cette pente est en excellent accord avec la valeur théorique de  $2k_y V_{0x} \Omega_{Tz} = 3,045 \cdot 10^{-3} \text{ deg}/(\text{ms})^2$ . Nous remarquons néanmoins un décalage constant entre la valeur mesuré et la valeur théorique de  $\approx 0,6^\circ$ .

Pour la valeur  $2T = 60 \text{ ms}$  nous mesurons  $\Delta\Phi_{ROT} = 26,78^\circ$  à comparer avec la valeur de  $27,41^\circ$ . L'exactitude est ainsi proche de 2 %.

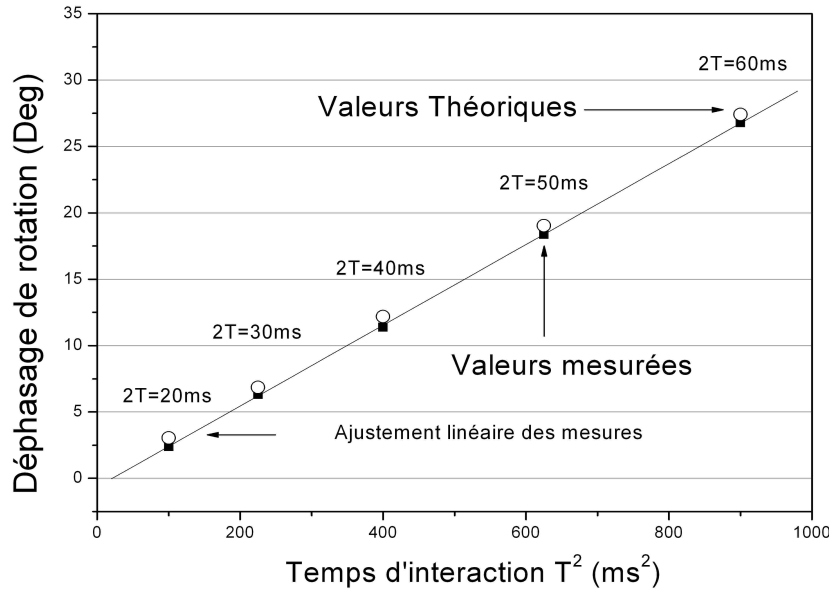


FIG. 6.12 – Déphasage dû à la rotation de la Terre mesuré en fonction du temps d'interaction au carré  $T^2$ . Les mesures peuvent être ajustées par une droite dont le coefficient directeur est à moins de 1/1000 de la valeur théorique. Nous remarquons la présence d'un décalage constant de  $0,6^\circ$  limitant l'exactitude des mesures.

### Étude de la rejection des accélérations sur le déphasage de rotation

Afin de pouvoir envisager l'utilisation de ce dispositif comme capteur inertiel mesurant des rotations, il est nécessaire de s'assurer que celui-ci peut fonctionner dans un environnement où le niveau

d'accélération peut être élevé. Nous avons donc évalué l'influence du niveau d'accélération continue sur le déphasage de rotation mesuré.

Afin de réaliser cette étude, nous avons modifié l'inclinaison du plateau de la plate-forme d'isolation afin d'introduire une projection de  $g$  non nulle sur le plan de l'interféromètre. Le choix de valeurs d'inclinaison fournissant des déphasages multiples de  $\pi$  permet de placer néanmoins les deux interféromètres à flanc de frange. Afin de se placer dans ces conditions expérimentales, nous modifions la valeur numérique contrôlant l'asservissement de l'inclinaison du dispositif présenté section 6.1.2.

La figure 6.13 montre ainsi le déphasage de rotation (en radians) mesuré avec un temps d'interaction de  $2T = 60$  ms pour différentes valeurs d'inclinaisons (les valeurs sont choisies sur une plage de 0,5 mrad). Nous avons choisi de représenter en abscisse le déphasage d'accélération en radians créée par ces valeurs d'inclinaisons (en tenant compte du facteur d'échelle établi section 6.1.3). Les données peuvent être ajustées par une pente sans unité de  $1,5 \cdot 10^{-4}$  (l'incertitude statistique sur cette valeur résultant de l'ajustement des données est de  $\approx 20\%$ ).

L'effet mesuré ne peut s'expliquer par la modification de la projection de la vitesse de rotation de la Terre induite par le changement d'inclinaison. La pente obtenue peut néanmoins être créée par des effets parasites au niveau de la détection dus à l'inclinaison de l'enceinte à vide par rapport aux trajectoires atomiques. La position d'arrivée des nuages dans la direction Oy du faisceau de détection est en effet modifié de 0,4 mm (à comparer avec la taille latérale de 10 mm du faisceau) pour l'inclinaison totale de l'expérience de 0,5 mrad. Il est également possible que cet effet soit dû aux gradients de champs magnétiques. Les trajectoires n'étant plus superposées lorsqu'on incline l'expérience, les gradients de champs explorés par les deux sources sont différents et il peut apparaître un effet mesurable sur le signal de rotation.

**A la valeur de la pente évaluée correspond donc un taux de rejection d'environ 40 dB.**

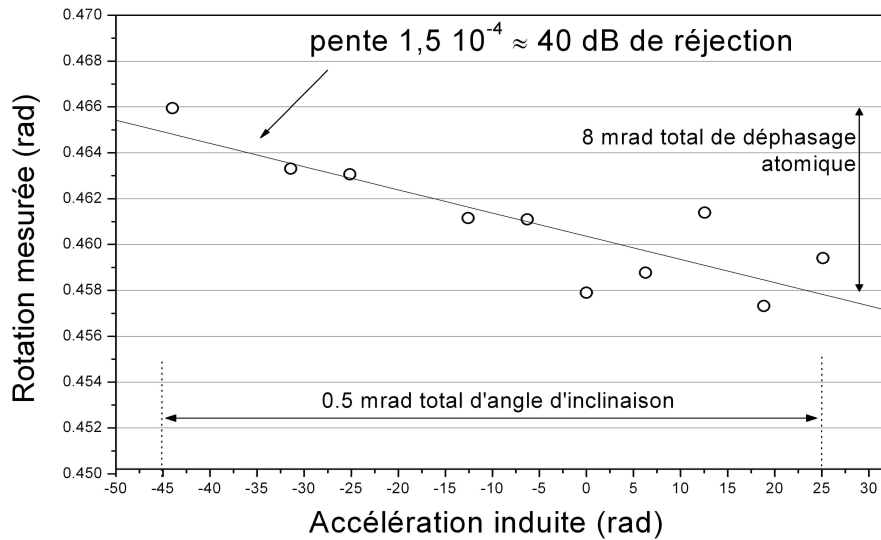


FIG. 6.13 – Déphasage de rotation mesuré en configuration horizontale ( $2T = 60$  ms) pour différentes valeurs de déphasages d'accélération continues introduites en modifiant l'inclinaison de la plate-forme d'isolation aux vibrations. Les données peuvent être ajustées par une pente de  $1,5 \cdot 10^{-4}$ .

Dans cette section nous avons donc présenté les résultats interférométriques réalisés dans la configuration utilisant des faisceaux Raman horizontaux de temps d'interaction total 60 ms. Sur le **court terme** (1 s) la stabilité obtenue aux effets inertiels est de  $2,5 \cdot 10^{-6}$  m.s<sup>-2</sup> pour des mesures d'accélération et de  $5,5 \cdot 10^{-7}$  rad.s<sup>-1</sup> pour des mesures de rotations. Sur le **long terme**, nous avons également

montré que l'utilisation d'une séquence expérimentale renversant le signe du vecteur d'onde effectif permet d'améliorer la stabilité des mesures et d'atteindre des sensibilités de  $4 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$  et  $7,5 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  sur 10000 s.

Nous avons aussi réalisé une première caractérisation du facteur d'échelle aux rotations. Cette étude a pu être réalisée grâce au fonctionnement temporel de l'expérience, permettant de modifier aisément le temps d'interaction total. La valeur de la pente mesurée du déphasage du à la rotation de la Terre en fonction du temps d'interaction total est ainsi meilleure que 1/1000. L'exactitude des mesures de rotation est évaluée à  $\approx 2 \%$ . Enfin, nous avons mesuré le taux de rejection des accélérations sur le signal de rotation ( $\approx 40 \text{ dB}$ ). La section suivante est consacrée à l'étude de la configuration verticale.

## 6.2 Résultats expérimentaux en configuration verticale.

Comme nous l'avons vu chapitre 3, l'utilisation d'un faisceau d'interrogation perpendiculaire aux hublots de l'enceinte à vide permet d'utiliser un temps d'interaction maximal de  $2T = 80 \text{ ms}$  supérieur à celui de la configuration horizontale. Nous présenterons tout d'abord les franges d'interférence réalisées pour ce temps d'interaction puis nous présenterons les résultat interférométriques obtenus en utilisant la séquence expérimentale " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ ".

### 6.2.1 Franges d'interférence

Les franges d'interférences obtenues pour un temps d'interaction de 80 ms sont présentées figure 6.14. Pour des durées d'impulsions  $\tau = 21 \mu\text{s}$  nous mesurons un contraste d'interférences d'environ 20 % sur les deux nuages atomiques.

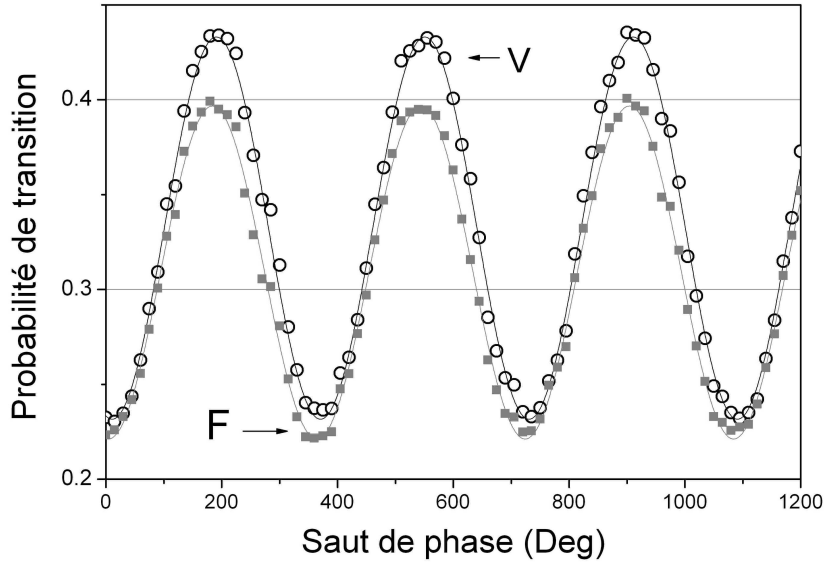


FIG. 6.14 – *Franges d'interférences en configuration verticale. La durée totale d'interaction est de 80 ms et la durée de chacune des trois impulsion de  $21 \mu\text{s}$ . Comme en configuration horizontale, le contraste est sensiblement le même sur les deux nuages F et V.*

Nous comparons ces valeurs avec une simulation de Monte-Carlo partant d'un modèle de distribution de vitesse identique à celui évoqué précédemment. Nous obtenons ainsi un contraste d'environ 28 %. La ré-optimisation des températures atomiques a permis récemment de mesurer des valeurs de

contraste plus proche de cette simulation (jusqu'à 25 %). Les mesures de contraste de la figure 6.14 correspondent néanmoins aux mesures inertielles présentées dans la suite de cette section.

## 6.2.2 Mesures interférométriques

Nous avons vu dans la section précédente que les stabilités optimales lors de mesures interférométriques sont obtenues en renversant le signe de  $k_{eff}$ . Nous nous limiterons donc à présenter dans cette section des résultats obtenus lors de l'utilisation d'une séquence " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ ".

Dans la configuration verticale, le dispositif est sensible aux accélérations verticales  $Oz$  et aux rotations horizontales  $Oy$  (cf section 3.2.1). L'orientation de la direction  $Oy$  de l'expérience dans le plan horizontal détermine donc la valeur de projection de la vitesse de Rotation de la Terre à laquelle est soumis le dispositif. La direction  $Oy$  est ainsi orientée dans la direction Est-Ouest annulant cette projection sur la direction perpendiculaire à l'interféromètre. Dans la configuration verticale, les deux interférogrammes associés aux nuages F et V sont donc en phase. La phase laser étant ici mesurée comme un déphasage d'accélération, la valeur de déphasage laser introduite pour placer le dispositif à flanc de frange est  $\Delta\varphi l = \frac{\pi}{2}$ . Il convient de remarquer que dans cette configuration, le système d'asservissement de l'inclinaison n'est pas nécessaire puisqu'une modification  $\delta\theta$  de l'angle horizontal de la plate-forme se traduit par un changement de la projection de  $g$  sur le plan de l'interféromètre en  $\cos(\delta\theta)$  (et non en  $\sin(\delta\theta)$  comme dans la configuration horizontale).

La figure 6.15 montre l'écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération mesurés dans ces conditions expérimentales. La stabilité sur un coup de ces deux signaux vaut respectivement 6.5 mrad et 15 mrad. Nous observons que dans cette configuration, les stabilités s'améliorent correctement selon le temps  $\tau$  d'intégration en suivant une loi en  $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$ .

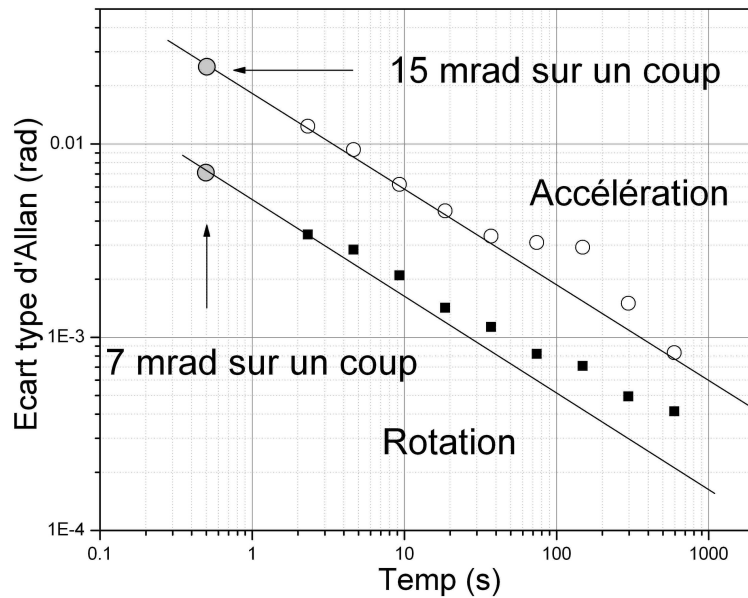


FIG. 6.15 – Écart type d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération mesurés avec une séquence " $\pm k_{eff}, \pm \pi/2$ " en configuration verticale. Nous utilisons pour ce calcul une série de  $\approx 6000$  mesures. Les stabilités s'améliorent suivant une loi caractéristique d'une limitation par un bruit blanc (droite de pente  $-1/2$ ).

### Analyse des limitations

Afin d'étudier les limites de sensibilité court terme du dispositif, nous avons tout d'abord évalué le bruit de détection par la méthode présentée dans la section 6.1.3. Nous trouvons ainsi une limite de  $\approx 5$  mrad sur les signaux de demi-somme et de demi-différence, naturellement très proche de celle obtenue dans la direction horizontale puisque les contrastes sont presque égaux.

Pour le signal de rotation nous mesurons une stabilité de déphasage sur un coup de 7 mrad équivalente avec celle obtenue en configuration horizontale or les déphasages lasers parasites influence ici uniquement le signal d'accélération.

Nous pouvons donc supposer que le bruit de détection est ici la limitations principale de la sensibilité court terme des mesures de rotation.

En ce qui concerne le signal d'accélération, la contribution du bruit de vibrations à été évalué section 5.6.2 à  $\approx 9$  mrad en configuration verticale. Pour la phase laser nous avons  $\approx 5$  mrad de bruit. La stabilité sur un coup de 15 mrad mesurée sur le signal d'accélération (figure 6.15) est donc compatible avec ces deux sources de bruits. Nous remarquons également que ce niveau de bruit est plus faible que celui observé en configuration horizontale (40 mrad). Ceci est dû au niveau de bruit de vibration beaucoup moins important selon la direction Oz (voir figure 5.18).

Le bruit de vibration (et dans une moindre mesure le bruit de phase laser) limite dans cette configuration la sensibilité court terme aux accélérations.

### Sensibilité équivalente aux effets inertiels

Nous présentons ici la sensibilité obtenue aux effets inertiels en unités S.I. Bien qu'en radians nous obtenons des stabilités similaires à la configuration horizontale, la sensibilité aux effets inertiels est ici meilleure puisqu'il faut tenir compte de la valeur des facteurs d'échelle plus grands pour le temps d'interaction utilisé de 80 ms :

$$2k_y V_{0x} T^2 \approx 15575 \text{ rad}/(\text{rad.s}^{-1}) \quad (6.9)$$

$$k_y T^2 \approx 23599 \text{ rad}/(\text{m.s}^{-2}) \quad (6.10)$$

La figure 6.16 montre ainsi l'écart type des mesures de rotation en  $\text{rad.s}^{-1}$  et d'accélération en  $\text{m.s}^{-2}$ . Les sensibilités atteintes sur une seconde sont donc :

$$\begin{aligned} &8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2} \text{ pour des mesures d'accélérations} \\ &3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour des mesures de rotations} \end{aligned}$$

Ces signaux s'intègrent correctement sur le long terme grâce au renversement de l'aire de l'interféromètre. Après 600 secondes la stabilité s'améliore de plus d'un ordre de grandeur et nous atteignons des sensibilités de :

$$\begin{aligned} &3,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2} \text{ pour des mesures d'accélération} \\ &2,6 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour des mesures de rotation} \end{aligned}$$

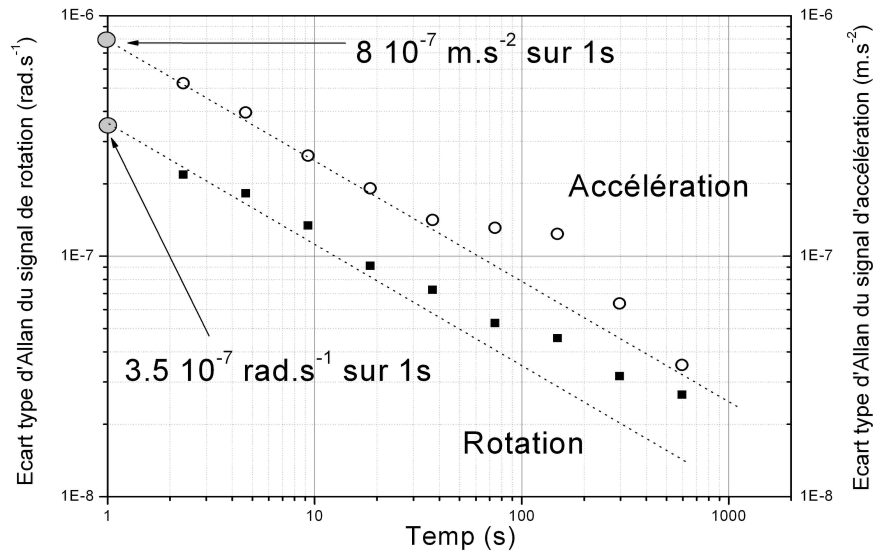


FIG. 6.16 – Écarts types d'Allan des signaux équivalents de rotation et d'accélération ramenés en unités S.I. dans la configuration verticale.

Nous avons également représenté figure 6.17 les signaux temporels servant à calculer ces écarts types. Nous avons diminué les échelles par rapport à la configuration horizontal d'un facteur 5 pour l'accélération et d'un facteur 3 pour la rotation. Nous observons donc une nette diminution du bruit court terme sur les deux signaux inertiels.

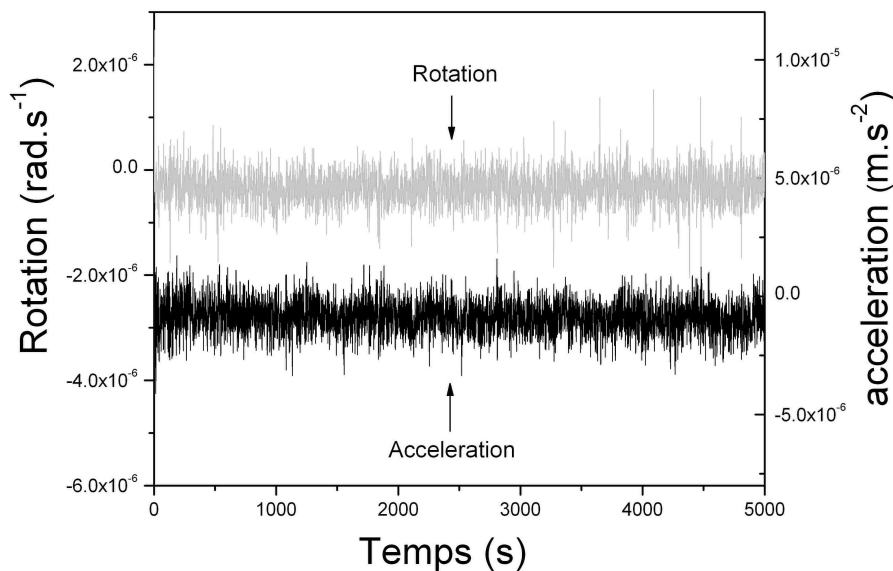


FIG. 6.17 – Mesures temporelles d'accélération et de rotation correspondant à l'échantillons de calcul de l'écart type d'Allan de la figure 6.16. En comparaison avec les mesures temporelles en configuration horizontale présentées figure 6.11, les échelles sont ici diminuées d'un facteur 5 pour les accélérations et d'un facteur 3 pour les rotations.

Nous avons présenté dans ce chapitre les mesures inertielles obtenues dans des configurations interférométriques à trois impulsions réalisées dans le cadre de cette thèse. Nous avons vu que les meilleurs résultats sont obtenus en configuration verticale en utilisant une séquence expérimentale renversant le signe du vecteur d'onde effectif. Dans cette configuration, les signaux équivalents de rotations et d'accéléérations ont des stabilités en radian similaires à celles obtenues en configuration horizontale. La possibilité d'utiliser un temps d'interaction plus important (80 ms au lieu de 60) permet alors d'obtenir de meilleures sensibilités aux effets inertiels.

Dans cette configuration, nous avons vu que la limite de sensibilité sur le court terme est du au bruit de détection pour les rotations et aux vibrations (et dans une moindre mesure le bruit de phase laser) pour les accélérations. Sur le long terme, les mesures s'améliorent correctement en suivant une loi caractéristique d'une limitation par un bruit blanc.

En ce qui concerne les améliorations futures de la stabilité des mesures de rotations, la configuration verticale apparaît plus favorable. Ceci est vrai non seulement sur le court terme car le bruit de phase laser est mesuré sur le signal d'accélération mais aussi sur le long terme car les déphasages dus aux déplacements lumineux à deux photons sont plus faibles grâce au désaccord Doppler plus important au niveau des impulsions  $\pi/2$ . Il convient également de noter que le déplacement lumineux à un photon est mesuré sur le signal d'accélération (mais cet effet est de toute façon normalement rejeté grâce au renversement de l'aire de l'interféromètre). Enfin, dans cette configuration les dérives d'inclinaison de la plate-forme ont une répercussion négligeable sur les signaux mesurés.

L'étude de l'exactitude des mesures de rotation a été réalisée en configuration horizontale et a montré des résultats meilleurs que  $\approx 2\%$  en valeur absolue. Afin de compléter cette étude, il conviendrait de réaliser une évaluation de l'exactitude en configuration verticale en soumettant le dispositif à différentes projections de la vitesse horizontale de rotation de la Terre (obtenues en orientant différemment la direction Ox de l'expérience par rapport au Nord).





# Chapitre 7

## Conclusion

### 7.1 Conclusion sur ce travail de thèse.

L'expérience de gyromètre-accéléromètre du Syrte est basée sur l'utilisation d'atomes froids lancés sur une trajectoire fortement parabolique et sur une interrogation Raman temporelle réalisée avec un unique faisceau laser. Grâce à cette géométrie, il est possible de réaliser un capteur inertiel capable de mesurer les accélérations et les rotations le long de l'ensemble des directions de l'espace.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons évalué les performances de ce dispositif avec des faisceaux d'interrogation le long de deux directions. Nous avons ainsi démontré la sensibilité de l'expérience aux mesures de rotations  $\Omega_z$  et d'accélérations  $a_y$  dans le cas de l'utilisation d'un faisceau horizontal et nous avons exploré une nouvelle configuration utilisant des faisceaux Raman verticaux et présentant une sensibilité aux **rotations horizontales**  $\Omega_y$  et aux **accélérations verticales**  $a_z$ .

Grâce aux modifications profondes réalisées sur le dispositif, nous avons pu dépasser une partie des limites expérimentales mises en évidence lors de la thèse de F. Yver. La modification complète du système de refroidissement et de contrôle de l'expérience a ainsi permis d'obtenir de bien meilleures sources atomiques. Le nombre d'atomes lancés a été augmenté d'un ordre de grandeur, la température a été fortement réduite et les trajectoires atomiques ont été superposées.

Grâce à ces modifications, nous avons pu améliorer la stabilité court terme des mesures d'accélérations et de rotations respectivement d'un facteur 3 et 6 par rapport aux résultats précédents. Nous avons également très nettement fiabilisé le fonctionnement de l'expérience. Afin de pouvoir intégrer des effets inertiels sur plusieurs jours, la prochaine étape consistera à remplacer le banc optique Raman. L'introduction d'une nouvelle séquence expérimentale renversant le signe de l'interféromètre a permis d'obtenir une amélioration similaire sur le long terme en annulant une partie des dérives de l'ensemble des effets parasites ne dépendant pas du signe du vecteur d'onde effectif de la transition Raman (notamment les déplacements lumineux à un photon et le champ magnétique).

Nous avons également développé un nouveau formalisme permettant de déterminer aisément l'influence de certains effets parasites sur les mesures de déphasage interférométrique et prenant en compte la **durée finie** des impulsions d'interrogation. Nous avons ainsi établi à partir de mesures indépendantes que le champ magnétique, les déplacements lumineux à un et à deux photons ne limitent pas la sensibilité **court terme** des mesures de déphasage. Le niveau de vibration et les déphasages laser parasites peuvent néanmoins être ici limitant selon la configuration Raman. Sur le **long terme**, nous avons vu que les déplacements lumineux à un et à deux photons peuvent être une limitation. Ce dernier effet est néanmoins le plus gênant car il n'est pas compensé par l'utilisation d'une séquence alternant l'aire de l'interféromètre.

Ces résultats ont pu être utilisés pour l'analyse des limitations des mesures interférométriques sensibles aux effets inertiels dans les deux configurations Raman. En configuration horizontale, la sensibilité **court terme** aux mesures de rotations est ainsi limitée par le bruit de phase laser et le bruit de détection. Dans la configuration verticale, la limitation est due uniquement à ce dernier effet. Pour les mesures d'accélération, la limitation vient du niveau élevé de vibration auquel est soumis l'expérience.

Sur le long terme, les limitations proviennent probablement des déplacements lumineux et de mouvements du plateau de la plate-forme d'isolation aux vibrations. Il est ainsi possible que les dérives des signaux d'accélération et de rotation proviennent de dérives inertielles à proprement parler et non de dérives d'effets parasites. Dans la configuration horizontale, il est ainsi possible pour la rotation que le plateau présente des fluctuations de vitesse  $\Omega_z$ . Dans la configuration verticale, les dérives de vitesse de rotation le long de l'axe de sensibilité  $Ox$  sont mesurables à l'inclinomètre et celles-ci semblent négligeables. Néanmoins, les fluctuations de vitesse  $\Omega_z$  se traduisent dans cette configuration par une modification (au premier ordre) de la projection de la vitesse de rotation de la Terre sur le plan de l'interféromètre.

Dans l'optique d'une amélioration future de la stabilité des mesures de rotations, la configuration la plus prometteuse sur le **court terme** est la configuration verticale du fait de la présence du bruit de phase sur le signal d'accélération. Cette configuration est également plus favorable sur le **long terme** à cause de la plus faible valeur absolue du déphasage de déplacement lumineux à deux photons.

Nous envisageons prochainement d'effectuer des améliorations sur le dispositif afin d'optimiser la sensibilité des mesures dans les deux configurations Raman. L'amélioration de la détection (optimisation de la normalisation) doit permettre d'obtenir une meilleure sensibilité **court terme** en atteignant le bruit de projection quantique correspondant au nombre maximal d'atomes disponibles avec le dispositif actuel. Sur le **long terme**, il est possible de s'affranchir des dérives de déplacements lumineux en asservissant la puissance des lasers d'interrogation ou en alternant des mesures effectuées avec différentes intensités. Nous étudierons alors les problèmes de fluctuation de mouvement de la plate-forme en mesurant son déplacement le long de différents axes à l'aide de capteurs de proximité.

Tout en conservant la géométrie actuelle, il sera alors possible d'améliorer encore la sensibilité aux effets inertiels en augmentant le taux de répétition des mesures. Il est ainsi prévu de faire fonctionner l'expérience d'une façon "jointive" dans laquelle deux nuages sont interrogés simultanément dans l'interféromètre, l'un au moment de la première impulsion, l'autre au moment de la dernière. Ce procédé permettra (en plus de la possibilité de délivrer des mesures sans temps morts) de passer d'un taux de cadence de  $\approx 2$  Hz à  $\approx 12$  Hz permettant un gain maximal de  $\sqrt{6}$  en sensibilité (le nombre d'atomes disponibles sera néanmoins plus faible ce qui limitera ce facteur).

En parallèle de ce travail portant sur l'optimisation de la sensibilité des mesures, nous avons au cours de cette thèse réalisé une première étude du facteur d'échelle. Nous avons notamment utilisé la vitesse de Rotation de la Terre afin d'étudier l'exactitude des mesures de rotations (en configuration horizontale). Lors de cette expérience, nous avons mis en évidence que la pente du déphasage de rotation mesuré en fonction du temps d'interaction est en excellent accord avec la valeur théorique. Afin de compléter cette étude, nous envisageons de soumettre le dispositif à différentes valeurs de vitesses de rotations tout en conservant un temps d'interaction égal. Ceci est réalisable en configuration verticale en orientant différemment le dispositif dans la direction Est-Ouest afin d'obtenir différentes

valeurs de projection de la vitesse de rotation de la Terre sur la direction perpendiculaire au plan de l'interféromètre.

Enfin nous avons mené une première étude concernant le fonctionnement du gyromètre dans un environnement présentant un niveau important d'accéléérations ; ce point étant très important dans l'optique d'une réalisation industrielle. Ainsi, nous avons testé la rejection de déphasages d'accéléérations **continues** sur le signal de rotation. Nous avons ainsi démontré un taux de rejection de l'ordre de 40 dB en inclinant le dispositif expérimental afin d'introduire différentes valeurs de projection de  $g$  sur le plan de l'interféromètre. Il convient de noter que la modification des trajectoires balistiques des atomes résultant de cette inclinaison peut avoir limité la valeur mesurée. La durée importante du temps de vol (liée à la géométrie fortement parabolique) n'est pas favorable à ce type d'expérience.

Afin de compléter cette étude, nous envisageons d'étudier le bon fonctionnement du dispositif une fois soumis à un bruit de **vibration** (accéléérations hautes fréquences) élevé. Cet expérience pourra s'effectuer en posant directement le dispositif au sol sans plate-forme d'isolation.

## 7.2 Autres géométries.

Une fois réalisées ces études, il peut être envisagé d'augmenter la sensibilité à la rotation en optant pour une géométrie similaire (double jet d'atomes froids contre-propageants) mais utilisant des trajectoires plus tendues et une vitesse longitudinale de lancement plus élevée. Pour un temps d'interaction identique, l'utilisation d'atomes lancés à  $3 \text{ m.s}^{-1}$  permet en effet d'augmenter d'un ordre de grandeur la sensibilité aux rotations tout en conservant un facteur d'échelle inchangé aux accélérations. L'inconvénient de ce procédé est que la distance élevée parcourue par les atomes dans l'interféromètre impose alors d'utiliser trois faisceaux lasers spatialement séparés. Grâce à la durée réduite de temps de vol des nuages atomiques, ce concept permet également le fonctionnement du dispositif lorsqu'il est soumis à un niveau élevé d'accéléérations **continues**. Les trajectoires balistiques des atomes sont en effet moins perturbées. Cette durée réduite permet aussi de réaliser des mesures avec un taux de répétition plus élevé et donc d'améliorer nettement la sensibilité aux effets inertiels sur une seconde.

L'augmentation ultérieure de l'aire de l'interféromètre impose alors de changer de géométrie expérimentale. Il est notamment envisageable de réaliser une expérience utilisant une seule source lancée à la verticale et optant pour une interrogation Raman basée sur des faisceaux spatialement séparés. L'utilisation d'une séquence expérimentale  $\pi/2, \pi, \pi, \pi/2$  fonctionnant avec un faisceaux Raman **horizontal** permet alors d'obtenir un dispositif sensible aux rotations selon la direction du laser d'interrogation et insensible aux accélérations continues. Ce dispositif étant adapté uniquement aux mesures de rotations (et selon un seul axe) il est donc moins versatile que le dispositif actuel basé sur l'utilisation de deux sources en trajectoires fortement paraboliques. L'autre inconvénient de ce dispositif est qu'il demeure sensible à l'environnement vibratoire ce qui peut limiter ses applications.



## Annexe A

# Sensibilité d'un interféromètre utilisant des pulsations de Rabi quelconques

Nous présentons ici la fonction de sensibilité d'un interféromètre utilisant des pulsations de Rabi quelconques  $\Omega_{R1}$  et  $\Omega_{R2}$ . Nous considérons donc un interféromètre utilisant des impulsions d'une durée  $\tau_1$  au moment de la première et de la dernière impulsion et  $\tau_2$  au moment de l'impulsion centrale :

$$\Omega_{R1}\tau_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Omega_{R2}\tau_2 = \pi$$

La fonction de sensibilité  $g_{\Phi}^{(2)}(t)$  est alors une fonction impaire représentée figure A.1 dont l'expression pour  $x > 0$  est donnée par :

$$g_{\Phi}^{(2)}(t) = \begin{cases} \sin(2\Omega_{R2}t) & 0 < t < \frac{\tau_2}{2} \\ 1 & \frac{\tau_2}{2} < t < T + \frac{\tau_2}{2} \\ \sin(\Omega_{R1}(t - T - \frac{\tau_2}{2}) + \frac{\pi}{2}) & T + \frac{\tau_2}{2} < t < T + \frac{\tau_2}{2} + \tau_1 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

La fonction de sensibilité  $G_{\Phi}^{(2)}$  dans le domaine fréquentiel s'écrit alors :

$$G_{\Phi}^{(2)}(\omega) = \frac{-2i}{\omega(\Omega_{R1}^2 - \omega^2)(\Omega_{R2}^2 - \omega^2)} \left[ \Omega_{R2}^2(\Omega_{R1}^2 - \omega^2) \cos\left(\omega \frac{\tau_2}{2}\right) + \omega\Omega_{R1}(\Omega_{R2}^2 - \omega^2) \sin\left(\omega(T + \tau_1 + \frac{\tau_2}{2})\right) - \Omega_{R1}^2(\Omega_{R2}^2 - \omega^2) \cos\left(\omega(T + \frac{\tau_2}{2})\right) \right] \quad (\text{A.2})$$

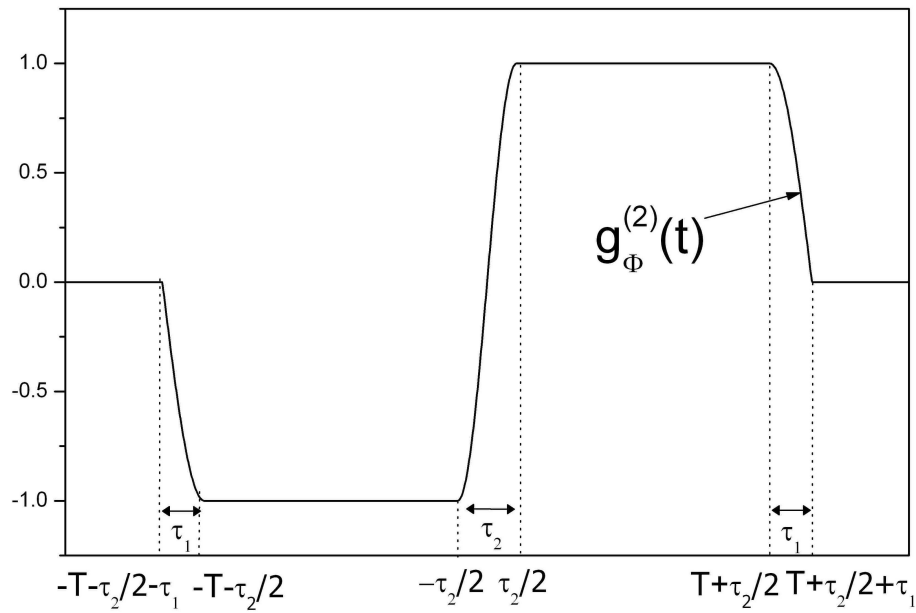


FIG. A.1 – Fonction de sensibilité d'un interféromètre utilisant des pulsations de Rabi quelconques  $\Omega_{R1}$  et  $\Omega_{R1}$  et de durées d'impulsions  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

# Annexe B

## Articles

**Six axis inertial sensor using cold-atom interferometry** B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, Ch. J. Borde, A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **97** 010402 (2006).

**Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer** P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Leduc, A. Landragin, soumis pour publication dans *IEEE Trans. on Instrum. Meas.* mars 2005.

**Capteur inertiel six axes basé sur l'interférométrie atomique** A. Landragin, B. Canuel, A. Gauguet, soumis pour publication dans la *Revue Française de métrologie*.





## Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry

B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguier, J. Fils, A. Virdis,<sup>\*</sup> A. Clairon, N. Dimarcq, Ch. J. Bordé, and A. Landragin<sup>†</sup>  
*LNE-SYRTE, CNRS UMR 8630, Observatoire de Paris, 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

P. Bouyer

*Laboratoire Charles Fabry, CNRS UMR 8501, Centre Scientifique d'Orsay, Bâtiment 503, Boîte Postale 147, 91403 Orsay, France*  
 (Received 14 March 2006; published 7 July 2006)

We have developed an atom interferometer providing a full inertial base. This device uses two counterpropagating cold-atom clouds that are launched in strongly curved parabolic trajectories. Three single Raman beam pairs, pulsed in time, are successively applied in three orthogonal directions leading to the measurement of the three axis of rotation and acceleration. In this purpose, we introduce a new atom gyroscope using a butterfly geometry. We discuss the present sensitivity and the possible improvements.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.97.010402](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.010402)

PACS numbers: 03.75.Dg, 06.30.Gv, 39.20.+q

Since its proof of principle in 1991 [1,2], atom interferometry has demonstrated, in particular, great sensitivity to accelerations [3,4] and rotations [5,6]. Among beautiful applications [7], these experiments offer attractive perspectives for application in inertial navigation, geophysics, or tests of fundamental physics [8], where the ability of cold-atom interferometry to give stable and accurate measurements can bring a real improvement compared to standard technologies, as is already the case for atomic clocks [9]. Nowadays, best performances are achieved by interferometers using optical transitions [10,11], based on a sequence of three Raman pulses ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ) first introduced by Kasevich and Chu [2]. The pulses couple the two hyperfine ground states ( $|6S_{1/2}, F=3, m_F=0\rangle$  and  $|6S_{1/2}, F=4, m_F=0\rangle$  in the case of Cesium atoms), which split apart when using counterpropagating Raman lasers [12]. The  $\pi/2$  and  $\pi$  pulses realize, respectively, the beam splitters and mirrors of the interferometer. This configuration allows measurement of acceleration along the direction of propagation of the Raman lasers. When the geometrical area included in the interferometer is non-zero, it also gives access to the rotation around the axes perpendicular to the oriented area. Up to now, atom interferometers have only been proven to be sensitive to a single inertial quantity (e.g., acceleration or rotation along one single axis), although intrinsically sensitive to at least both acceleration and rotation. In order to get full inertial monitoring, all six axes (3 rotations and 3 accelerations) must be measured, as needed for inertial navigation, geophysics measurements, or some tests of fundamental physics [8]. In the past, this was achieved by implementing multiple inertial sensors, as proposed in [8], and the ability of using a single “proof mass” for measuring all inertial axis has not yet been achieved. This represents a real challenge for inertial measurement such as the possibility of monitoring gravity and the 3 components of the earth rotation at the same position.

In this Letter we describe a new setup which is sensitive along six axes of inertia. The two key features of our setup

are the use of a single Raman beam pair pulsed in time and the choice of a strongly curved parabolic trajectory. This allows successive use of three configurations of Raman lasers that interact with two counterpropagating atomic clouds, giving access to all components of rotation and acceleration. For one of these components, we use a new butterfly configuration based on a four-pulse sequence ( $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ ). In addition, we introduce an original Raman configuration to reduce the systematic effect introduced by wave front distortions.

In our experiment, about  $10^7$  Cesium atoms are trapped from a vapor in magneto-optical traps during 125 ms, and cooled down to 3  $\mu$ K. The Cesium clouds are launched along parabolic trajectories using moving molasses at  $2.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , with an angle of  $8^\circ$  with respect to the vertical direction. Then the atoms are prepared in the state  $|6S_{1/2}, F=3, m_F=0\rangle$  before entering the interferometer zone at the top of their trajectory, where they interact with the Raman lasers. In the following,  $\mathbf{k}$  denotes the effective wave vector of the Raman transition, and  $\varphi_l$  the difference of phase between the two lasers. The interrogation sequence is achieved with a single pair of Raman beams covering the entire interrogation zone. The beams are switched on during 20  $\mu$ s to realize the Raman pulses, which provides an easy way to change the pulse sequence. The atomic velocity and the Raman beam size, 30 mm diameter ( $1/e^2$ ), set the maximum interrogation time to 80 ms. At the exit of the interferometer, the transition probability depends on the inertial forces through the phase difference accumulated between the two arms of the interferometer [13]. Raman transitions enable detection of the internal states of the atoms by fluorescence imaging.

We now present the description of the 6 axis inertial sensor principle. The direction of sensitivity of the setup is defined by the direction of the Raman interrogation laser with respect to the atomic trajectory. As illustrated in Fig. 1, with a classical three pulses sequence ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ), a sensitivity to vertical rotation  $\Omega_z$  and to horizontal acceleration  $a_y$  is achieved by placing the Raman lasers

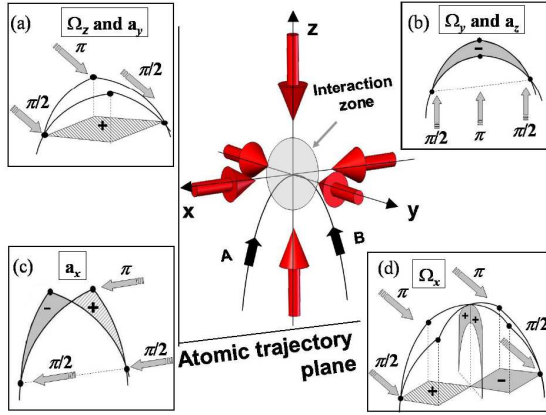


FIG. 1 (color online). Six-axis inertial sensor principle. The atomic clouds are launched on a parabolic trajectory, and interact with the Raman lasers at the top. The four configurations (a)–(d) give access to the 3 rotations and the 3 accelerations. In the three pulses configuration, the Raman beams direction can be horizontal or vertical, creating the interferometer in a horizontal (a) or vertical (b),(c) plane. With a butterfly four-pulse sequence of horizontal beams (d), the rotation  $\Omega_x$  can be measured.

horizontal and perpendicular to the atomic trajectory [5] [Fig. 1(a)]. The same sequence, using vertical lasers, leads to the measurement of horizontal rotation  $\Omega_y$  and vertical acceleration  $a_z$  [Fig. 1(b)]. Thanks to our specific setup, we also have access to the other components of acceleration and rotation which lie along the horizontal direction of propagation of the atoms ( $x$  axis). The use of cold atoms in strongly curved trajectories allows us to point the Raman lasers along the  $x$  direction, offering a sensitivity to acceleration  $a_x$  and no sensitivity to rotation [Fig. 1(c)]. We also have an easy access to the horizontal rotation  $\Omega_x$  by changing the pulse sequence to 4 pulses:  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$  [Fig. 1(d)]. We detail in the following the two configurations: the classical three pulses sequence (a) and our new butterfly four-pulse sequence (d).

The first pulse sequence that we study here is a standard three pulses ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ). The phase shift depends on the acceleration  $\mathbf{a}$  and on the rotation rate  $\mathbf{\Omega}$  through [11]:

$$\Delta\Phi = \mathbf{k}[\mathbf{a} - 2(\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v})]T^2. \quad (1)$$

The scale factor depends only on  $\mathbf{k}$ ,  $2T$  the total interrogation time and  $\mathbf{v}$  the mean velocity in the laboratory frame, which are well controlled. In the following,  $\mathbf{k}$  is horizontal and along the  $y$  axis, as we see in Fig. 1(a). The surface delimited by the two arms of the interferometer is curved and the projection of the oriented area on the two vertical planes cancels out. Therefore it gives access to accelerations along this direction and to rotations around the vertical axis. To discriminate between acceleration and rotation, we use two counterpropagating cesium atomic clouds leading to an opposite velocity in Eq. (1) [14].

In our setup, we have developed a new method to reduce the variations of the local wave vector  $\mathbf{k}$ , which induce perturbations that can be read as inertial phase shifts [15]. In this method the Raman beams propagate in the same optical system with orthogonal circular polarizations, pass through the atomic trajectories, and are retroreflected through a quarter-wave plate [16]. In this case, the aberrations are common and compensated most of the time: until the lasers cross the atoms. With circular polarizations, the atoms can experience two diffraction processes with opposite  $\mathbf{k}$  vectors. In order to select a single diffraction process, we tilt the laser beams by  $6^\circ$  in the horizontal plane (Fig. 2), and compensate the Doppler effect by an additional frequency difference between the Raman lasers [17]. Since the two atom clouds are counterpropagating, their Doppler detunings are opposite, which means that each atomic cloud is resonant with a different Raman pair, and this results in an opposite effective wave vector for the two interferometers. Therefore, the rotation and the acceleration parts are, respectively, obtained by the sum and the difference of the phases measured by the two interferometers (A and B).

We show in Fig. 3 the scan of the fringes of both interferometers by changing the phase  $\varphi_i$  between the first and the second Raman pulse. With our interrogation time of  $2T = 60$  ms, the fringe contrasts are, respectively, 14.4% and 10.6% for A and B. The low contrast values can be explained by the sizes of the clouds after ballistic expansion (3.3 mm rms radius) and by the Gaussian intensity profile of the laser beams. In addition, mismatch between the trajectories A and B requires a compromise for the diffraction efficiency that leads to a reduction of the contrast by a factor of about 2.

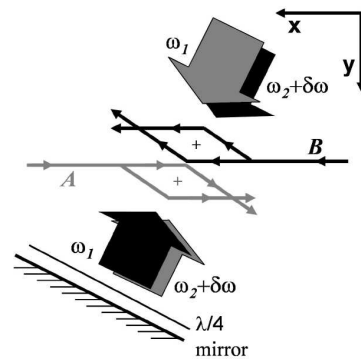


FIG. 2. The orthogonally polarized copropagating Raman beams are tilted with respect to the atom trajectories. They are retroreflected by a mirror through a quarter-wave plate so that the atoms interact with counterpropagating beams at frequency  $\omega_1$  and  $\omega_2 + \delta\omega$  with  $\omega_1 - \omega_2 \approx 9.2$  GHz. The detuning  $\delta\omega$  compensates for the Doppler shift so that each of the two counterpropagating atom clouds can interact with only one pair of beams. Interferometer areas are shown in the case of a three-pulse interferometer.

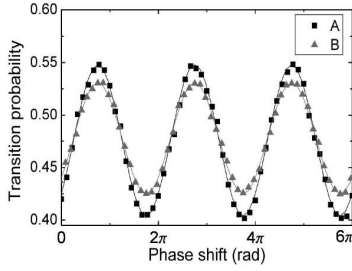


FIG. 3. Fringes obtained with the two interferometers A and B, for an interrogation time of  $2T = 60$  ms and a cycling time of 560 ms without averaging.

To reach the maximum sensitivity to inertial forces, we operate the interferometer on the side of a fringe. To realize this condition for the two interferometers together, we align the Raman laser in the horizontal plane and compensate the rotational phase with an appropriate change of  $\varphi_I$ . In addition, by using two different values of  $\varphi_I$ , the interferometers can sit alternately on each side of a fringe [9], which allows rejection of long-term drifts of the contrast and of the offset of the fringe patterns. Figure 4 shows the time recordings of vertical rotation  $\Omega_z$  and horizontal acceleration  $a_y$  extracted from the half sum and half difference of the two interferometers' phase shifts.

These results were obtained using an isolation platform (nano-K 350BM-1) to reduce the level of vibration in order to reach the maximum sensitivity [18]. However, this system introduces long-term tilt fluctuations which yield some acceleration fluctuations through the projection of  $\mathbf{g}$  on the direction of  $\mathbf{k}$ . To limit this effect, we have developed a servo-lock of the platform tilt. The residual oscillation of this system at 0.03 Hz can be identified on the acceleration signal. Since this oscillation completely disappears on the rotation signal, it gives a clear validation of

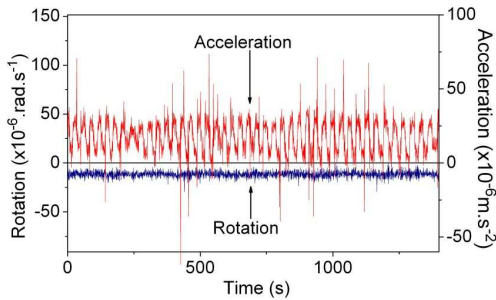


FIG. 4 (color online). Acceleration and rotation signals extracted from the half sum and half difference of the phase shifts of interferometers A and B. To obtain the actual value of the rotation, the phase  $\varphi_I$  has to be taken into account. dc offset on the acceleration signal is due to the residual contribution of gravitational acceleration. The acceleration dispersion on the acceleration signal comes from oscillations of the isolation platform.

the discrimination concept. We estimate the performances of our setup from the Allan standard deviation of these measurements. The signal-to-noise ratio from shot to shot (0.56 s) is 12 for the acceleration and 39 for the rotation leading to a respective sensitivity of  $4.7 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  and  $2.2 \times 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  for 1 s averaging time. For both measurements, the Allan standard deviation (Fig. 5) approaches the typical white noise behavior for long integration times. The sensitivity reaches  $6.4 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  for acceleration and  $1.4 \times 10^{-7} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  for rotation after 10 min of averaging time.

We have performed the measurement of the Earth's rotation rate with our cold-atom interferometer:  $5.50 \pm 0.05 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , in which the error bar corresponds to statistical uncertainty. This measured value for the projection along the vertical axis was found in good agreement with the expected value at Paris latitude ( $\lambda = 48^\circ 50'08''$ ):  $5.49 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

We now turn to the butterfly configuration [Fig. 1(d)], which was first proposed to measure the gravity gradient [19]. It can be used to measure rotations with the same Raman beams as in the previous configuration ( $y$  axis) but in a direction ( $x$  axis) that cannot be achieved with a standard 3 pulses sequence. Four pulses,  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ , are used, separated by times  $T/2 - T - T/2$ , respectively. The atomic paths cross each other leading to a twisted interferometer. The horizontal projection of the oriented area cancels out so that the interferometer is insensitive to rotation around the  $z$  axis. In contrast, the vertical projection now leads to a sensitivity to rotation around the  $x$  axis:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2}[\mathbf{k} \times (\mathbf{g} + \mathbf{a})]\Omega T^3. \quad (2)$$

This sensitivity to rotation appears from a crossed term with acceleration and is no longer dependent on the launching velocity. This configuration is not sensitive to dc accelerations along the direction of the Raman laser, but remains sensitive to fluctuations of horizontal and vertical acceleration. With our isolation platform, the remaining fluctuations are negligible compared to  $\mathbf{g}$ , which does not

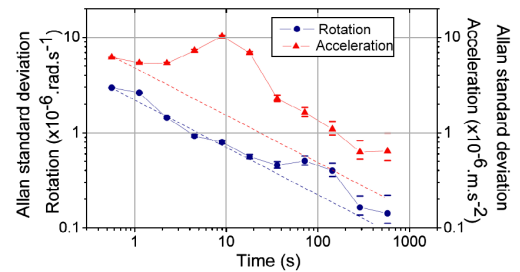


FIG. 5 (color online). Allan standard deviations of acceleration (triangles) and rotation (circles) measurements. Dashed lines corresponds to the  $-1/2$  slope expected for a white noise. The peak near 10 s averaging time on the acceleration signal is due to the residual oscillations of the isolation platform tilt.

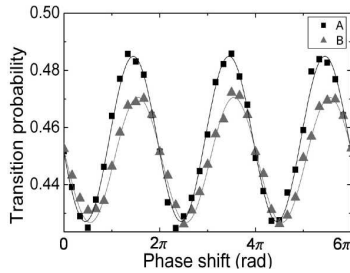


FIG. 6. Fringes obtained with both interferometers A and B in the four-pulses butterfly configuration for a total interrogation time of  $2T = 60$  ms.

compromise the stability of the scaling factor. The sensitivity to rotation is comparable with that of configurations (a) and (b). With  $2T = 60$  ms, this configuration leads to an interferometer area reduced by a factor 4.5, but it scales with  $T^2$  and thus would present a higher sensitivity for longer interrogation times.

The atomic fringe patterns are presented in Fig. 6 and show contrasts of 4.9% and 4.2% for interferometer A and B, respectively. By operating the interferometer on the fringe side, as explained before, we obtain a signal-to-noise ratio from shot to shot of 18 limited by the residual vibrations. The sensitivity to rotation is equal to  $2.2 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  in 1 s, decreasing to  $1.8 \times 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  after 280 s of averaging time.

To summarize, we have presented the ability to measure the 6 inertial axis with the same setup. This shows the advantage of using cold atoms combined with a single laser beam pulse in the time domain. A first measurement, in three pulses interferometer, has demonstrated a sensitivity of  $1.4 \times 10^{-7} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  to rotation and  $6.4 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  to acceleration in 10 min averaging time. We have measured the Earth's rotation rate with an accuracy of 1%. Many improvements, such as the cold-atom sources, will allow us to increase the sensitivity by a factor of 50 on rotation and 10 on acceleration [20].

We plan to improve the cooling system in order to increase the total number of atoms, to get a lower temperature ( $\approx 1 \mu\text{K}$ ), and to obtain a good superposition of the atomic trajectories.

In addition, we have demonstrated the butterfly configuration, which uses four pulses and which is sensitive to rotation around the axis parallel to the direction of propagation of the atoms at the top of their trajectory. This configuration is especially well adapted to trajectories close to those of an atomic fountain, in which a single source of atom is launched vertically. Since the interferometer area scales with  $T^3$ , this opens the possibility of a cold-atom gyroscope reaching a sensitivity of  $10^{-9} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  in 1 s.

The authors would like to thank the Délégation Générale pour l'Armement, the Centre National d'Etudes

Spaciales, the SAGEM, the European Union (FINAQS), and the Ile de France region (IFRAF) for their financial supports, Pierre Petit and Christophe Salomon for their contributions to the early stage of the experiment, and Robert Nyman for careful reading of the manuscript.

\*Present address: SAGEM Défense et sécurité, Groupe SAFRAN, URD11, 72-74 rue de la Tour Billy, Boîte Postale 72-95101 Argenteuil Cedex, France.

†Corresponding author.

Electronic address: arnaud.landragin@obspm.fr

- [1] O. Carnal and J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. **66**, 2689 (1991); D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **66**, 2693 (1991); F. Riehle, Th. Kister, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. Bordé, Phys. Rev. Lett. **67**, 177 (1991); F. Shimizu, K. Shimizu, and H. Takuma, Phys. Rev. A **46**, R17 (1992).
- [2] M. Kasevich and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **67**, 181 (1991).
- [3] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, Metrologia **38**, 25 (2001).
- [4] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **65**, 033608 (2002).
- [5] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, Phys. Rev. Lett. **78**, 2046 (1997).
- [6] A. Lenef, T. D. Hammond, E. T. Smith, M. S. Chapman, R. A. Rubenstein, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **78**, 760 (1997).
- [7] *Atom Interferometry*, edited by R. Paul Berman (Academic, London, 1997), and references therein.
- [8] R. Bingham *et al.*, Assessment Study Report, ESA-SCI (2000) 10, and references therein.
- [9] A. Clairon, Ph. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. N. Lea, and M. Bahoura, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44**, 128 (1995).
- [10] Ch. J. Bordé, Phys. Lett. A **140**, 10 (1989).
- [11] Ch. J. Bordé, in *Laser Spectroscopy X*, edited by M. Ducloy, E. Giacobino, and G. Camy (World Scientific, Singapore, 1991), Vol. 239.
- [12] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **66**, 2297 (1991).
- [13] Ch. J. Bordé, Gen. Relativ. Gravit. **36**, 475 (2004).
- [14] T. L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich, Classical Quantum Gravity **17**, 2385 (2000).
- [15] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon, and A. Landragin, Eur. Phys. J. D **36**, 257 (2005).
- [16] A. Landragin and P. Featonby, French Patent No. FR 02-15454.
- [17] With cold atoms, the Doppler width is small enough so that atoms can only feel the effect of a single Raman pair.
- [18] Without the platform, the fluctuations could induce phase shifts higher than  $2\pi$  [3], which would compromise the discrimination process.
- [19] T. Gustavson, Ph.D. thesis, Stanford University, 2000.
- [20] P. Cheinet, F. Pereira Dos Santos, T. Petelski, J. Le Gouët, K. T. Therkildsen, A. Clairon, and A. Landragin, physics/0510261 (to be published).

# Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer

P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Leduc, A. Landragin

## Abstract

We present here an analysis of the sensitivity of a time-domain atomic interferometer to the phase noise of the lasers used to manipulate the atomic wave-packets. The sensitivity function is calculated in the case of a three pulse Mach-Zehnder interferometer, which is the configuration of the two inertial sensors we are building at BNM-SYRTE. We successfully compare this calculation to experimental measurements. The sensitivity of the interferometer is limited by the phase noise of the lasers, as well as by residual vibrations. We evaluate the performance that could be obtained with state of the art quartz oscillators, as well as the impact of the residual phase noise of the phase-lock loop. Requirements on the level of vibrations is derived from the same formalism.

## Index Terms

Atom interferometry, Cold atoms, Sensitivity function, Stimulated Raman transition

## I. INTRODUCTION

**A**TOM optics is a mean to realize precision measurements in various fields. Atomic microwave clocks are the most precise realization of a SI unit, the second [1], and high sensitivity inertial sensors [2], [3], [4], based on atomic interferometry [5], already reveal accuracies comparable with state of the art sensors [6], [7]. Two cold atom inertial sensors are currently under construction at BNM-SYRTE, a gyroscope [8] which already reaches a sensitivity of  $2.5 \times 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ , and an absolute gravimeter [9] which will be used in the BNM Watt Balance project [10]. Although based on different atoms and geometries,

P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Leduc and A. Landragin are with Laboratories BNM-SYRTE, 75014 Paris, France (e-mail: franck.pereira@obspm.fr)

the atomic gyroscope and gravimeter rely on the same principle, which is presented in figure 1. Atoms are collected in a three dimensional magneto-optical trap (3D-MOT) in which the atoms are cooled down to a few  $\mu K$ . In the gyroscope,  $^{133}\text{Cs}$  atoms are launched upwards with an angle of  $8^\circ$  with respect to verticality using the technic of moving molasses, whereas in the gravimeter,  $^{87}\text{Rb}$  atoms are simply let to fall. Then the initial quantum state is prepared by a combination of microwave and optical pulses. The manipulation of the atoms is realized by stimulated Raman transition pulses [11], using two counter-propagating lasers, which drive coherent transitions between the two hyperfine levels of the alkali atom. Three laser pulses, of durations  $\tau_R - 2\tau_R - \tau_R$ , separated in time by  $T$ , respectively split, redirect and recombine the atomic wave-packets, creating an atomic interferometer [12]. Finally, a fluorescence detection gives a measurement of the transition probability from one hyperfine level to the other, which is given by  $P = \frac{1}{2}(1 - \cos(\Phi))$ ,  $\Phi$  being the interferometric phase. The phase difference between the two Raman lasers (which we will call the Raman phase throughout this article, and denote  $\phi$ ) is printed at each pulse on the phase of the atomic wave function [13]. As  $\phi$  depends on the position of the atoms, the interferometer is sensitive to inertial forces, and can thus measure rotation rates and accelerations. A drawback of this technic is that the measurement of the interferometric phase is affected by the phase noise of the Raman lasers, as well as parasitic vibrations. The aim of this article is to investigate both theoretically and experimentally how these noise sources limit the sensitivity of such an atomic interferometer.

## II. SENSITIVITY FUNCTION

The sensitivity function is a natural tool to characterize the influence of the fluctuations in the Raman phase  $\phi$  on the transition probability [14], and thus on the interferometric phase. Let's assume a phase jump  $\delta\phi$  occurs on the Raman phase  $\phi$  at time  $t$  during the



interferometer sequence, inducing a change of  $\delta P(\delta\phi, t)$  in the transition probability. The sensitivity function is then defined by :

$$g(t) = 2 \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi}. \quad (1)$$

The sensitivity function can easily be calculated for infinitesimally short Raman pulses. In this case, the interferometric phase  $\Phi$  can be deduced from the Raman phases  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  during the three laser interactions, taken at the position of the center of the atomic wavepacket:  $\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$  [15]. Usually, the interferometer is operated at  $\Phi = \pi/2$ , for which the transition probability is  $1/2$ , to get the highest sensitivity to interferometric phase fluctuations. If the phase step  $\delta\phi$  occurs for instance between the first and the second pulses, the interferometric phase changes by  $\delta\Phi = -\delta\phi$ , and the transition probability by  $\delta P = -\cos(\pi/2 + \delta\Phi)/2 \sim -\delta\phi/2$  in the limit of an infinitesimal phase step. Thus, in between the first two pulses, the sensitivity function is -1. The same way, one finds for the sensitivity function between the last two pulses : +1.

In the general case of finite duration Raman laser pulses, the sensitivity function depends on the evolution of the atomic state during the pulses. In order to calculate  $g(t)$ , we make several assumptions. First, the laser waves are considered as pure plane waves. The atomic motion is then quantized in the direction parallel to the laser beams. Second, we restrict our calculation to the case of a constant Rabi frequency (square pulses). Third, we assume the resonance condition is fulfilled. The Raman interaction then couples the two states  $|a\rangle = |g_1, \vec{p}\rangle$  and  $|b\rangle = |g_2, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$  where  $|g_1\rangle$  and  $|g_2\rangle$  are the two hyperfine levels of the ground state,  $\vec{p}$  is the atomic momentum,  $\vec{k}_{eff}$  is the difference between the wave vectors of the two lasers.

We develop the atomic wave function on the basis set  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$  so that  $|\Psi(t)\rangle = C_a(t)|a\rangle +$



$C_b(t)|b\rangle$ , and choose the initial state to be  $|\Psi(t_i)\rangle = |\Psi_i\rangle = |a\rangle$ . At the output of the interferometer, the transition probability is given by  $P = |C_b(t_f)|^2$ , where  $t_f = t_i + 2T + 4\tau_R$ . The evolution of  $C_a$  and  $C_b$  from  $t_i$  to  $t_f$  is given by

$$\begin{pmatrix} C_a(t_f) \\ C_b(t_f) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} C_a(t_i) \\ C_b(t_i) \end{pmatrix} \quad (2)$$

where  $M$  is the evolution matrix through the whole interferometer. Solving the Schrödinger equation gives the evolution matrix during a Raman pulse [16], from time  $t_0$  to time  $t$ :

$$M_p(t_0, t, \Omega_R, \phi) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_a(t-t_0)} \cos(\frac{\Omega_R}{2}(t-t_0)) & -ie^{-i\omega_a(t-t_0)} e^{i(\omega_L t_0 + \phi)} \sin(\frac{\Omega_R}{2}(t-t_0)) \\ -ie^{-i\omega_b(t-t_0)} e^{-i(\omega_L t_0 + \phi)} \sin(\frac{\Omega_R}{2}(t-t_0)) & e^{-i\omega_b(t-t_0)} \cos(\frac{\Omega_R}{2}(t-t_0)) \end{pmatrix} \quad (3)$$

where  $\Omega_R/2\pi$  is the Rabi frequency and  $\omega_L$ , the effective frequency, is the frequency difference between the two lasers,  $\omega_L = \omega_2 - \omega_1$ . Setting  $\Omega_R = 0$  in  $M_p(t_0, t, \Omega_R, \phi)$  gives the free evolution matrix, which determines the evolution between the pulses. The evolution matrix for the full evolution is obtained by taking the product of several matrices. When  $t$  occurs during the  $i - th$  laser pulse, we split the evolution matrix of this pulse at time  $t$  into two successive matrices, the first one with  $\phi_i$ , and the second one with  $\phi = \phi_i + \delta\phi$ .

Finally, we choose the time origin at the middle of the second Raman pulse. We thus have  $t_i = -(T + 2\tau_R)$  and  $t_f = T + 2\tau_R$ . We then calculate the change in the transition probability for a infinitesimally small phase jump at any time  $t$  during the interferometer, and deduce  $g(t)$ . It is an odd function, whose expression is given here for  $t > 0$ :

$$g(t) = \begin{cases} \sin(\Omega_R t) & 0 < t < \tau_R \\ 1 & \tau_R < t < T + \tau_R \\ -\sin(\Omega_R(T-t)) & T + \tau_R < t < T + 2\tau_R \end{cases} \quad (4)$$

When the phase jump occurs outside the interferometer, the change in the transition

probability is null, so that  $g(t) = 0$  for  $|t| > T + 2\tau_R$ .

In order to validate this calculation, we use the gyroscope experiment to measure experimentally the sensitivity function. About  $10^8$  atoms from a background vapor are loaded in a 3D-MOT within 125 ms, with 6 laser beams tuned to the red of the  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  transition at 852 nm. The atoms are then launched upwards at  $\sim 2.4$  m/s within 1 ms, and cooled down to an effective temperature of  $\sim 2.4\mu\text{K}$ . After launch, the atoms are prepared into the  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  state using a combination of microwave and laser pulses : they first enter a selection cavity tuned to the  $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$  transition. The atoms left in the  $F = 4$  state are pushed away by a laser beam tuned to the  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  transition, 11 cm above the selection cavity. The selected atoms then reach the apogee 245 ms after the launch, where they experience three interferometer pulses of duration  $\tau_R - 2\tau_R - \tau_R$  with  $\tau_R = 20\ \mu\text{s}$  separated in time by  $T = 4.97$  ms. The number of atoms  $N_{F=3}$  and  $N_{F=4}$  are finally measured by detecting the fluorescence induced by a pair of laser beams located 7 cm below the apogee. From these measurements, we deduce the transition probability  $N_{F=4}/(N_{F=3} + N_{F=4})$ . The total number of detected atoms is about  $10^5$ . The repetition rate of the experiment is 2 Hz.

The set-up for the generation of the two Raman laser beams is displayed in figure 2. Two slave diode lasers of 150 mW output power are injected with extended cavity diode lasers. The polarizations of the slave diodes output beams are made orthogonal so that the two beams can be combined onto a polarization beam splitter cube. The light at this cube is then split in two distinct unbalanced paths.

On the first path, most of the power of each beam is sent through an optical fiber to the vacuum chamber. The two beams are then collimated with an objective attached onto the chamber (waist  $w_0 = 15$  mm). They enter together through a viewpoint, cross the

atomic cloud, and are finally retroreflected by a mirror fixed outside the vacuum chamber. In this geometry, four laser beams are actually sent onto the atoms, which interact with only two of them, because of selection rules and resonance conditions. The interferometer can also be operated with co-propagating Raman laser beams by simply blocking the light in front of the retroreflecting mirror. A remarkable feature of this experiment is that the three interferometer pulses are realized by this single pair of Raman lasers that is turned on and off three times, the middle pulse being at the top of the atoms' trajectory. For all the measurements described in this article, the Raman lasers are used in the *co-propagating* configuration. The interferometer is then no longer sensitive to inertial forces, but remains sensitive to the relative phase of the Raman lasers. Moreover, as such Raman transitions are not velocity selective, more atoms contribute to the signal. All this allows us to reach a good signal to noise ratio of 150 per shot. We insist here on the fact that the formalism developed in this paper does not depend on the geometry of the Raman beams: we test the model with copropagating Raman measurements, but it applies as well to the case of counterpropagating measurements.

The second path is used to control the Raman lasers phase difference, which needs to be locked [17] onto the phase of a very stable microwave oscillator. The phase lock loop scheme is also displayed in figure 2. The frequency difference is measured by a fast photodetector, which detects a beatnote at 9.192 GHz. This signal is then mixed with the signal of a Dielectric Resonator Oscillator (DRO) tuned at 9.392 GHz. The DRO itself is phase locked onto the 94th harmonics of a very stable 100 MHz quartz. The output of the mixer (IF) is 200 MHz. A local oscillator (LO) at 200 MHz is generated by doubling the same 100 MHz quartz. IF and LO are compared using a digital phase and frequency detector, whose output is used as the error signal of the phase-locked loop. The relative phase of the lasers is

stabilized by reacting on the current of one of the two diode lasers, as well as on the voltage applied to the PZT that controls the length of the extended cavity diode laser [17].

To measure  $g(t)$ , a small phase step of  $\delta\phi = 0.107$  rad is applied at time  $t$  on the local oscillator. The phase lock loop copies this phase step onto the Raman phase within a fraction of  $\mu s$ , which is much shorter than the Raman pulse duration of  $\tau_R = 20 \mu s$ . Finally we measured the transition probability as a function of  $t$  and deduced the sensitivity function. We display in figure 3 the measurement of the sensitivity function compared with the theoretical calculation. We also realized a precise measurement during each pulse and clearly obtained the predicted sinusoidal rise of the sensitivity function.

For a better agreement of the experimental data with the theoretical calculation, the data are normalized to take into account the interferometer's contrast, which was measured to be 78%. This reduction in the contrast with respect to 100% is due to the combined effect of inhomogeneous Rabi frequencies between the atoms, and unbalanced Rabi frequencies between the pulses. Indeed, the atomic cloud size of 8 mm is not negligible with respect to the size of the single pair of Raman gaussian beams,  $w_0 = 15$  mm. Atoms at both sides of the atomic cloud will not see the same intensity, inducing variable transfer efficiency of the Raman transitions. Moreover, the cloud moves by about 3 mm between the first and the last pulse. In order for the cloud to explore only the central part of the gaussian beams, we choose a rather small interaction time of  $T = 4.97$  ms with respect to the maximum interaction time possible of  $T = 40$  ms. Still, the quantitative agreement is not perfect. One especially observes a significant asymmetry of the sensitivity function, which remains to be explained. A full numerical simulation could help in understanding the effect of the experimental imperfections.

### III. TRANSFER FUNCTION OF THE INTERFEROMETER

From the sensitivity function, we can now evaluate the fluctuations of the interferometric phase  $\Phi$  for an arbitrary Raman phase noise  $\phi(t)$  on the lasers

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)d\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)\frac{d\phi(t)}{dt}dt. \quad (5)$$

The transfer function of the interferometer can be obtained by calculating the response of the interferometer phase  $\Phi$  to a sinusoidal modulation of the Raman phase, given by  $\phi(t) = A_0\cos(\omega_0 t + \psi)$ . We find  $\delta\Phi = A_0\omega_0\text{Im}(G(\omega_0))\cos(\psi)$ , where  $G$  is the Fourier transform of the sensitivity function.

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}g(t)dt \quad (6)$$

When averaging over a random distribution of the modulation phase  $\psi$ , the rms value of the interferometer phase is  $\delta\Phi^{rms} = |A_0\omega_0 G(\omega_0)|$ . The transfer function is thus given by  $H(\omega) = \omega G(\omega)$ . If we now assume uncorrelated Raman phase noise between successive measurements, the rms standard deviation of the interferometric phase noise  $\sigma_\Phi^{rms}$  is given by:

$$(\sigma_\Phi^{rms})^2 = \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_\phi(\omega)d\omega \quad (7)$$

where  $S_\phi(\omega)$  is the power spectral density of the Raman phase.

We calculate the Fourier transform of the sensitivity function and find:

$$G(\omega) = \frac{4i\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau_R)}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\omega(T + 2\tau_R)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right) \quad (8)$$

At low frequency, where  $\omega \ll \Omega_R$ , the sensitivity function can be approximated by

$$G(\omega) = -\frac{4i}{\omega} \sin^2(\omega T/2) \quad (9)$$

The weighting function  $|H(2\pi f)|^2$  versus the frequency  $f$  is displayed in figure 4. It has two important features: the first one is an oscillating behavior at a frequency given by

$1/(T + 2\tau_R)$ , leading to zeros at frequencies given by  $f_k = \frac{k}{T+2\tau_R}$ . The second is a low pass first order filtering due to the finite duration of the Raman pulses, with an effective cutoff frequency  $f_0$ , given by  $f_0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\Omega_R}{2\pi}$ . Above 1 kHz only the mean value over one oscillation is displayed on the figure.

In order to measure the transfer function, a phase modulation  $A_m \cos(2\pi f_m t + \psi)$  is applied on the Raman phase, triggered on the first Raman pulse. The interferometric phase variation is then recorded as a function of  $f_m$ . We then repeat the measurements for the phase modulation in quadrature  $A_m \sin(2\pi f_m t + \psi)$ . From the quadratic sum of these measurement, we extract  $H(2\pi f_m)^2$ . The weighting function was first measured at low frequency. The results, displayed in figure 5 together with the theoretical value, clearly demonstrate the oscillating behavior of the weighting function. Figure 6 displays the measurements performed slightly above the cutoff frequency, and shows two zeros. The first one corresponds to a frequency multiple of  $1/(T + 2\tau)$ . The second one is a zero of the last factor of equation 8. Its position depends critically on the value of the Rabi frequency.

When comparing the data with the calculation, the experimental imperfections already mentioned have to be accounted for. An effective Rabi frequency  $\Omega_{eff}$  can be defined by the relation  $\Omega_{eff}\tau_0 = \pi$ , where  $\tau_0$  is the duration of the single pulse, performed at the center of the gaussian Raman beams, that optimizes the transition probability. For homogeneous Raman beams, this pulse would be a  $\pi$  pulse. This effective Rabi frequency is measured with an uncertainty of about 1 %. It had to be corrected by only 1.5 % in order for the theoretical and experimental positions of the second zero to match. The excellent agreement between the theoretical and experimental curves validate our model.

#### IV. LINK BETWEEN THE SENSITIVITY FUNCTION AND THE SENSITIVITY OF THE INTERFEROMETER

The sensitivity of the interferometer is characterized by the Allan variance of the interferometric phase fluctuations,  $\sigma_{\Phi}^2(\tau)$ , defined as

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\delta\bar{\Phi}_{k+1} - \delta\bar{\Phi}_k)^2 \rangle \quad (10)$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\delta\bar{\Phi}_{k+1} - \delta\bar{\Phi}_k)^2 \right\}. \quad (11)$$

where  $\delta\bar{\Phi}_k$  is the average value of  $\delta\Phi$  over the interval  $[t_k, t_{k+1}]$  of duration  $\tau$ . The Allan variance is equal, within a factor of two, to the variance of the differences in the successive average values  $\delta\bar{\Phi}_k$  of the interferometric phase. Our interferometer being operated sequentially at a rate  $f_c = 1/T_c$ ,  $\tau$  is a multiple of  $T_c$  :  $\tau = mT_c$ . Without losing generality, we can choose  $t_k = -T_c/2 + kmT_c$ . The average value  $\delta\bar{\Phi}_k$  can now be expressed as

$$\delta\bar{\Phi}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta\Phi_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \int_{t_k+(i-1)T_c}^{t_k+iT_c} g(t - t_k - (i-1)T_c - T_c/2) \frac{d\phi}{dt} dt = \frac{1}{m} \int_{t_k}^{t_{k+1}} g_k(t) \frac{d\phi}{dt} dt \quad (12)$$

where  $g_k(t) = \sum_{i=1}^m g(t - kmT_c - (i-1)T_c)$ . The difference between successive average values is then given by

$$\delta\bar{\Phi}_{k+1} - \delta\bar{\Phi}_k = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} (g_{k+1}(t) - g_k(t)) \frac{d\phi}{dt} dt \quad (13)$$

For long enough averaging times, the fluctuations of the successive averages are not correlated and the Allan variance is given by

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} |G_m(\omega)|^2 \omega^2 S_{\phi}(\omega) d\omega \quad (14)$$

where  $G_m$  is the Fourier transform of the function  $g_{k+1}(t) - g_k(t)$ . After a few algebra, we find for the squared modulus of  $G_m$  the following expression

$$|G_m(\omega)|^2 = 4 \frac{\sin^4(\omega m T_c / 2)}{\sin^2(\omega T_c / 2)} |G(\omega)|^2 \quad (15)$$

When  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $|G_m(\omega)|^2 \sim \frac{2m}{T_c} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - j2\pi f_c) |G(\omega)|^2$ . Thus for large averaging times  $\tau$ , the Allan variance of the interferometric phase is given by

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_c)|^2 S_{\phi}(2\pi n f_c) \quad (16)$$

Equation 16 shows that the sensitivity of the interferometer is limited by an aliasing phenomenon similar to the Dick effect in atomic clocks [14] : only the phase noise at multiple of the cycling frequency appear in the Allan variance, weighted by the Fourier components of the transfer function.

Various sources of phase noise will contribute to eq. 16. Phase noise of the reference oscillator, electronic noise of the phase-lock loop, laser phase noise outside the PLL bandwidth, difference of phase accumulated in the propagation of the two Raman beams to the vacuum chamber will contribute in the same way whatever the configuration of the Raman beams (copropagating or counterpropagating).

In the case of inertial forces, the sensitivity arises from the Raman phase fluctuations of counterpropagating beams in the referential frame of the atoms and can be treated with the same formalism. As the two laser beams are first overlapped before being sent onto the atoms, their phase difference is mostly affected by the movements of a single optical element, the mirror that finally retro-reflects them: a displacement of the retroreflecting mirror by  $\delta z$  induces a Raman phase shift of  $k_{eff} \delta z$ .



## V. LASER PHASE NOISE

In this section, we focus on the influence of the phase noise of the reference oscillator and on the limitations imposed by the phase-lock loop.

Let's examine first the case of white Raman phase noise :  $S_\phi(\omega) = S_\phi^0$ . The interferometer sensitivity is given by:

$$\sigma_\Phi^2(\tau) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{S_\phi^0}{\tau} \frac{T_c}{\tau_R} \quad (17)$$

In that case, the sensitivity of the interferometer depend not only on the Raman phase noise spectral density but also on the pulse duration  $\tau_R$ . For a better sensitivity, one should use the largest pulse duration as possible. But, as the Raman transitions are velocity selective in the counterpropagating configuration, a very long pulse will reduce the number of useful atoms. This increases the detection noise contribution, so that there is an optimum value of  $\tau_R$  that depends on the experimental parameters. In the case of the gyroscope, the optimum was found to be  $\tau_R = 20 \mu\text{s}$ .

To reach a good sensitivity, the Raman phase needs to be locked to the phase of a very stable microwave oscillator (whose frequency is 6.834 GHz for  $^{87}\text{Rb}$  and 9.192 GHz for  $^{133}\text{Cs}$ ). This oscillator can be generated by a frequency chain, where low phase noise quartz performances are transposed in the microwave domain. At low frequencies ( $f < 10-100$  Hz), the phase noise spectral density of such an oscillator is usually well approximated by a  $1/f^3$  power law (flicker noise), whereas at high frequency ( $f > 1$  kHz), it is independent of the frequency (white noise). Using equation 16 and the typical parameters of our experiments ( $\tau_R = 20 \mu\text{s}$  and  $T = 50$  ms), we can calculate the phase noise spectral density required to achieve an interferometric phase fluctuation of 1 mrad per shot. This is equivalent to the quantum projection noise limit for  $10^6$  detected atoms. The flicker noise of the microwave oscillator should be lower than  $-53 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$  at 1 Hz from the carrier frequency, and

its white noise below  $-111 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Unfortunately, there exists no quartz oscillator combining these two levels of performance. Thus, we plan to lock a SC Premium 100 MHz oscillator (from Wenzel Company) onto a low flicker noise 5 MHz Blue Top oscillator (Wenzel). From the specifications of these quartz, we calculate a contribution of 1.2 mrad to the interferometric phase noise.

Phase fluctuations also arise from residual noise in the servo-lock loop. We have measured experimentally the residual phase noise power spectral density of a phase lock system analogous to the one described in figure 2. This system has been developed for phase locking the Raman lasers of the gravimeter experiment. The measurement was performed by mixing IF and LO onto an independent RF mixer, whose output phase fluctuations was analyzed onto a Fast Fourier Transform analyzer. The result of the measurement is displayed on figure 7. At low frequencies, below 100 Hz, the phase noise of our phaselock system lies well below the required flicker noise. After a few kHz, it reaches a plateau of  $-119 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . The amplitude of this residual noise is not limited by the gain of the servo loop. Above 60 kHz, it increases up to  $-90 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$  at 3.5 MHz, which is the bandwidth of our servo lock loop. Using equation 16, we evaluated to 0.72 mrad its contribution to the interferometer's phase noise.

Other sources of noise are expected to contribute, which are not investigated in this paper. The measurement presented here has been performed with a single optical beat setup, which rejects noise of the photoconductor as well as other noise sources inherent to the setup (vibrations of the mirrors and beamsplitters in the beat setup for instance). Independent measurements we have performed with two independent photoconductors show that these noise sources are negligible. Also, the phase noise due to the propagation of the Raman beams in free space and in optical fibers has already been studied in [18].

## VI. THE CASE OF PARASITIC VIBRATIONS

As already stated before, the same formalism can be used to evaluate the degradation of the sensitivity to inertial forces caused by parasitic vibrations due to the movement of the retroreflecting mirror.

The sensitivity of the interferometer is then given by

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{k_{eff}^2}{\tau} \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_c)|^2 S_z(2\pi n f_c) \quad (18)$$

where  $S_z(\omega)$  is the power spectral density of position noise. Introducing the power spectral density of acceleration noise  $S_a(\omega)$ , the previous equation can be written

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{k_{eff}^2}{\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|H(2\pi n f_c)|^2}{(2\pi n f_c)^4} S_a(2\pi n f_c) \quad (19)$$

It is important to note here that the acceleration noise is severely filtered by the transfer function for acceleration which decreases as  $1/f^4$ .

In the case of white acceleration noise  $S_a$ , and to first order in  $\tau_R/T$ , the limit on the sensitivity of the interferometer is given by :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau) = \frac{k_{eff}^2 T^4}{2} \left( \frac{2T_c}{3T} - 1 \right) \frac{S_a}{\tau} \quad (20)$$

To put this into numbers, we now calculate the requirements on the acceleration noise of the retroreflecting mirror in order to reach a sensitivity of 1 mrad per shot. For the typical parameters of our gravimeter, the amplitude noise should lie below  $10^{-8} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$ . The typical amplitude of the vibration noise measured on the lab floor is  $2 \times 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$  at 1 Hz and rises up to about  $5 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$  at 10 Hz. This vibration noise can be lowered to a few  $10^{-7} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$  in the 1 to 100 Hz frequency band with a passive isolation platform. To fill the gap and cancel the effect of vibrations, one could use the

method proposed in [18], which consists in measuring the vibrations of the mirror with a very low noise seismometer and compensate the fluctuations of the position of the mirror by reacting on the Raman lasers phase difference.

## VII. CONCLUSION

We have here calculated and experimentally measured the sensitivity function of a three pulses atomic interferometer. This enables us to determine the influence of the Raman phase noise, as well as of parasitic vibrations, on the noise on the interferometer phase. Reaching a 1 mrad shot to shot fluctuation requires a very low phase noise frequency reference, an optimized phase lock loop of the Raman lasers, together with a very low level of parasitic vibrations. With our typical experimental parameters, this would result in a sensitivity of  $4 \times 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$  for the gyroscope and of  $1.5 \times 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$  for the gravimeter. One can then expect that, compared to previous experiments [4], the vibration noise will be by far the dominant limitation on the sensitivity of the gravimeter, as reaching the equivalent level of vibration is very difficult.

Improvements on the contribution of some of the noise sources are still possible. The frequency reference could be obtained from an ultra stable microwave oscillator, such as a cryogenic sapphire oscillator [19], whose phase noise lies well below the best quartz available. Besides, the requirements on the phase noise would be easier to achieve using atoms with a lower hyperfine transition frequency, such as Na or K. Trapping a very large initial number of atoms in the 3D-MOT would enable a very drastic velocity selection. The duration of the Raman pulses could then be significantly increased, which makes the interferometer less sensitive to high frequency Raman phase noise. The manipulation of the atoms can also be implemented using Bragg pulses [20], [21]. The difference in the frequencies of the two beams being much smaller, the requirements on the relative phase stability is easy to achieve. In

that case, a different detection method needs to be implemented as atoms in both exit ports of the interferometer are in the same internal state. Using ultracold atoms with subrecoil temperature, atomic wavepackets at the two exit ports can be spatially separated, which allows for a simple detection based on absorption imaging. Such an interferometer would benefit from the long interaction times available in space to reach a very high sensitivity.

We also want to emphasize that the sensitivity function can also be used to calculate the phase shifts arising from all possible systematic effects, such as the light shifts, the magnetic field gradients and the cold atom collisions.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank André Clairon for fruitful discussions and careful reading of the manuscript. This work was supported in part by BNM, CNRS, DGA and CNES. BNM-SYRTE is Unité Associée au CNRS, UMR 8630.

#### REFERENCES

- [1] A. Clairon, Ph. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. N. Lea and M. Bahoura, "A cesium fountain frequency standard: recent result," *IEEE Trans Instrum. Meas.*, vol. 44, pp. 128-, 1995.
- [2] F. Riehle, Th. Kister, A. Witte, J. Helmcke and Ch. J. Bordé, "Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 177-180, 1991.
- [3] T. L. Gustavson, A. Landragin, M. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope," *Class. Quantum. Grav.*, vol. 17, p. 1, 2000.
- [4] A. Peters, K. Y. Chung, S. Chu, "High-precision gravity measurements using atom interferometry," *Metrologia*, vol. 38,p. 25, 2001.

- [5] *Atom interferometry*, P. R. Berman, Ed. Chestnut Hill: Academic Press, 1997.
- [6] T.M. Niebauer, G.S. Sasagawa, J.E. Faller, R. Hilt, F. Klopping, "A new generation of absolute gravimeters," *Metrologia*, vol. 32, p. 159, 1995.
- [7] G. E. Stedman, "Ring-laser tests of fundamental physics and geophysics," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 60, pp. 615-688, 1997.
- [8] F. Leduc, D. Holleville, J. Fils, A. Clairon, N. Dimarcq and A. Landragin, "Cold atom gyroscope for precision measurement," in *Proc. ICOLS*, 2003, pp.68-70.
- [9] P. Cheinet, F. Pereira Dos Santos, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville and A. Landragin, "Gravimètre à atomes froids," *Journal de Physique 4*, vol. 119, p. 153, 2004.
- [10] G. Genevès, P. Gournay, A. Gosset, M. Lecollinet, F. Villar, P. Pinot, P. Juncar, A. Clairon, A. Landragin, D. Holleville, F. Pereira Dos Santos, J. David, M. Besbes, F. Alves, L. Chassagne, S. Topçu, "The BNM Watt Balance Project," accepted in *IEEE Trans. Inst. Meas.*.
- [11] M. Kasevich and S. Chu, "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, p. 181, 1991.
- [12] Ch. J. Bordé, "Atom interferometry and laser spectroscopy," in *Laser Spectroscopy X*, M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy Ed. Singapore: World Scientific, 1991, p. 239.
- [13] Ch. Antoine, Ch. J. Bordé, "Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors: an update," *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, vol. 5, pp. 199-207, 2003.
- [14] G. J. Dick, "Local Oscillator induced instabilities," in *Proc. Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval*, 1987, pp. 133-147.
- [15] M. Kasevich and S. Chu, "Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer," *Appl. Phys. B*, vol. 54, pp. 321-332, 1992
- [16] K. A. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, "Theoretical analysis of velocity-

- selective Raman transitions," *Phys. Rev. A*, vol. 45, p. 342, 1992.
- [17] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea and G. M. Tino, "Heterodyne optical phase locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 GHz," *Optics Commun.*, vol. 104, pp. 339-344, 1994.
- [18] F. Yver-Leduc, P. Cheinet, J. Fils, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville, P. Bouyer, A. Landragin, "Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor," *J. Opt. B : Quantum Semiclas. Optics*, vol. 5, pp. S136-S142, 2003.
- [19] A. Mann, C. Sheng and A. Luiten, "Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability ," *IEEE Trans. Instr. Meas.*, vol. 50, p. 519, 2001.
- [20] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, "Atom wave interferometry with diffraction gratings of light," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, p. 2633, 1995
- [21] D.M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, "Atom interferometer based on Bragg scattering from standing light waves ," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, p. 2638, 1995.

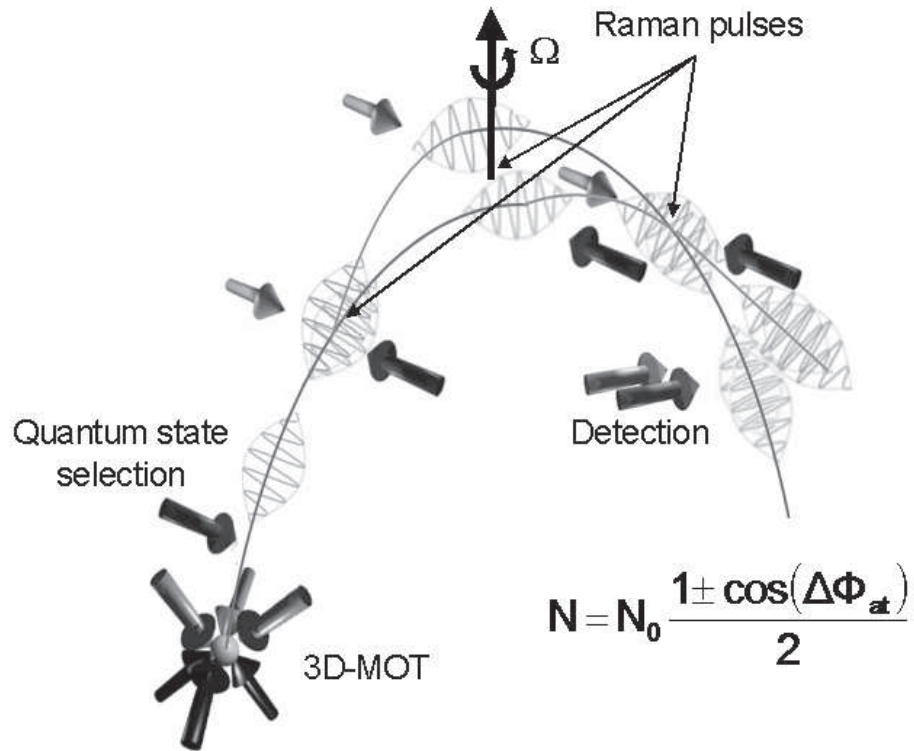


Fig. 1. Scheme of principle of our inertial sensors, illustrated for the gyroscope experiment. Cold atoms from the 3D-MOT are launched upwards and a pure quantum state is selected. At the top of their trajectory, we apply three Raman laser pulses realizing the interferometer. Finally a fluorescence detection allows to measure the transition probability. Such an interferometer is sensitive to the rotation ( $\Omega$ ) perpendicular to the area enclosed between the two arms and to the acceleration along the laser's axis.



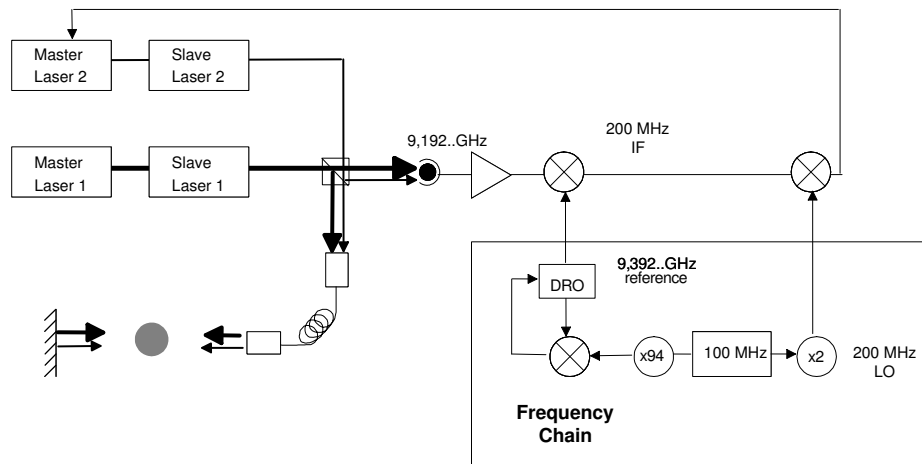


Fig. 2. Principle of the laser phase-lock: the beatnote at 9.192 GHz between the two Raman lasers is observed on a fast response photodetector. After amplification, this beatnote is mixed with the reference frequency at 9.392 GHz from the frequency chain, to obtain a signal at 200 MHz. This signal is compared with the reference frequency at 200 MHz from the same frequency chain to get an error signal. This error signal is then processed and sent to the current of the laser and to the PZT that controls the laser cavity length.

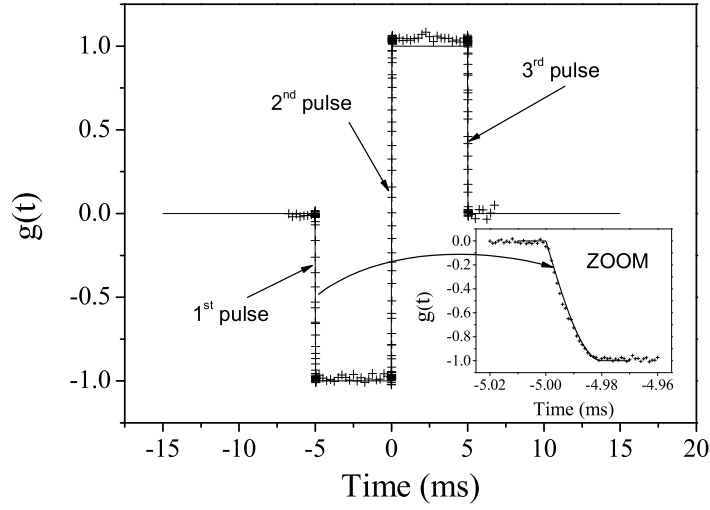


Fig. 3. The atomic sensitivity function  $g(t)$  as a function of time, for a three pulses interferometer with a Rabi frequency  $\Omega_R = \frac{\pi}{2\tau_R}$ . The theoretical calculation is displayed in solid line and the experimental measurement with crosses. A zoom is made on the first pulse.

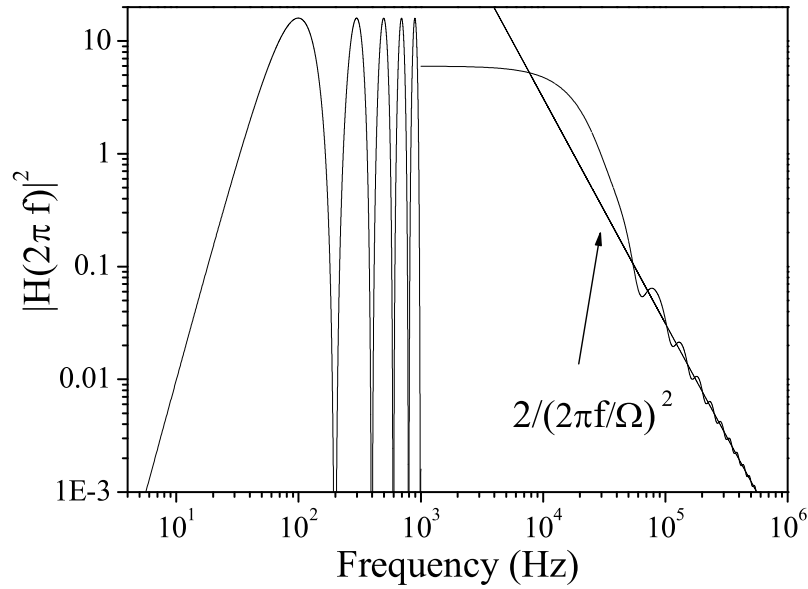


Fig. 4. Calculated weighting function for the Raman phase noise as a function of frequency. Below 1 kHz, the exact weighting function is displayed. It shows an oscillation with a period frequency of  $\delta f = \frac{1}{T+2\tau}$ . Above 1 kHz only the mean value of the weighting function over  $\delta f$  is displayed. The weighting function acts as a first order low pass filter, with an effective cutoff frequency of  $f_0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\Omega_R}{2\pi}$

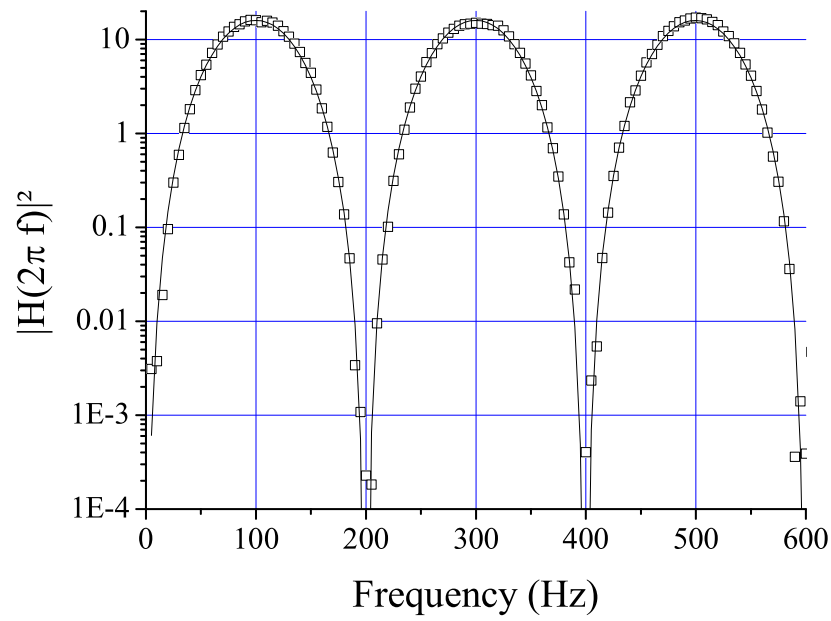


Fig. 5. The phase noise weighting function  $|H(2\pi f)|^2$  for  $T = 4.97$  ms and  $\tau_R = 20 \mu\text{s}$ , at low frequency. The theoretical calculation is displayed in solid line and the experimental results in squares. We clearly see the oscillating behavior of the weighting function and the experimental measurement are in good agreement with the theoretical calculation.

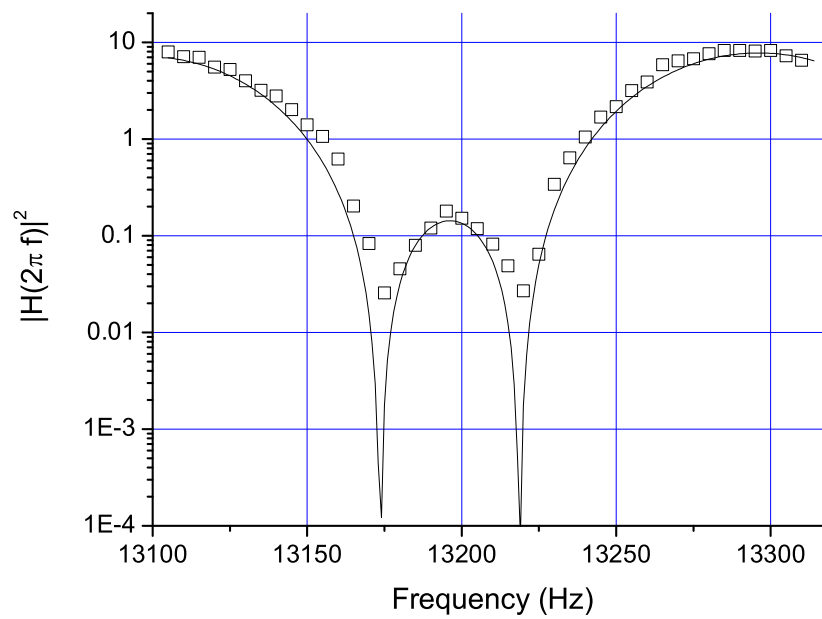


Fig. 6. The phase noise weighting function  $|H(2\pi f)|^2$  for  $T = 4.97$  ms and  $\tau_R = 20$   $\mu$ s, displayed near the Rabi frequency. The theoretical calculation is displayed in solid line and the experimental results in squares. We identified the zero multiple of  $\frac{1}{T+2\tau}$  and observed experimentally both zeros with a good agreement with theory.

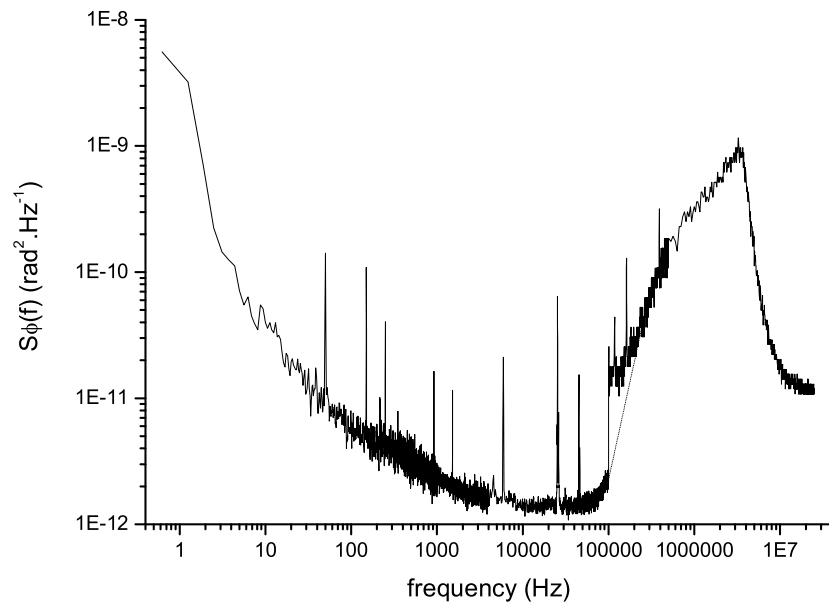


Fig. 7. Phase noise power spectral density between the two phase locked diode lasers. Up to 100 kHz, we display the residual noise of the phaselock loop, obtained by measuring the phase noise of the demodulated beatnote on a Fast Fourier Transform analyzer. There, the phase noise of the reference oscillator is rejected. Above 100 kHz, we display the phase noise measured directly on the beatnote observed onto a spectrum analyzer. In this case, the reference oscillator phase noise limits the Raman phase noise to  $1.5 \times 10^{-11} \text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . In dotted line is displayed an extrapolation of the phase noise due to the phase-lock loop alone between 100 kHz and 300 kHz.

Photographie  
du 1<sup>er</sup> auteur  
en noir et blanc

# Capteur inertiel six axes fondé sur l'interférométrie atomique

## *Six-axes inertial sensor based on atom interferometry*

Arnaud LANDRAGIN, Benjamin CANUEL, Alexandre GAUGUET et Philip TUCKEY

LNE-SYRTE, CNRS UMR 8630, Observatoire de Paris, 61 rue de l'observatoire, 75014 Paris, France, arnaud.landragin@obspm.fr..

### Résumé

Nous avons développé un capteur inertiel atomique donnant accès aux six axes d'inertie. L'appareil utilise deux nuages d'atomes froids lancés sur des trajectoires contra-propageantes et très incurvées. L'utilisation successive de trois paires de faisceaux Raman sur trois directions orthogonales permet de mesurer les trois axes de rotations et d'accélération. Dans ce but, nous utilisons un nouveau concept de gyromètre atomique basé sur une géométrie en ailes de papillon. Les sensibilités actuelles des mesures et les améliorations possibles sont présentées.

**MOTS CLES :** INTERFEROMETRIE ATOMIQUE, ATOMES FROIDS, CAPTEUR INERTIEL, TRANSITION RAMAN STIMULEE

### Abstract

*We have developed an atom interferometer providing a full inertial base. The device uses two counter-propagating cold atom clouds that are launched on strongly parabolic trajectories. Three Raman beam pairs, pulsed in time, are successively applied in three orthogonal directions leading to the measurement of the three axes of rotation and acceleration. In this purpose, we introduce a new type of atom gyroscope using a butterfly geometry. We discuss the present sensitivity and possible improvements.*

**KEY WORDS:** ATOM INTERFEROMETRY, COLD ATOMS, INERTIAL SENSOR, STIMULATED RAMAN TRANSITION

### 1. Introduction

Depuis les premières expériences de principe en 1991 [1-5], l'interférométrie atomique a notamment démontré sa très grande sensibilité aux accélérations [5,6] et aux rotations [7]. Parmi les multiples applications envisagées, ces expériences offrent des perspectives intéressantes pour la navigation inertielle, la géophysique et des tests de physique fondamentale [1-9]. Dans ces domaines la capacité de l'interférométrie à atomes froids à fournir des mesures stables et exactes peut apporter une réelle amélioration par rapport aux technologies existantes, comme c'est déjà le cas pour les horloges atomiques [10]. Les meilleures performances sont actuellement réalisées par des interféromètres utilisant des transitions optiques [11,12] utilisant une séquence de trois impulsions Raman stimulées ( $\pi/2-\pi-\pi/2$ ) [5]. Ces impulsions couplent deux niveaux fondamentaux hyperfins ( $|6S_{1/2}, F=3, m_F=0\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F=4, m_F=0\rangle$  pour l'atome de césium), qui se séparent spatialement lorsque les faisceaux Raman utilisés sont contra-propageants. Les impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$  réalisent respectivement les séparatrices et les miroirs de l'interféromètre. Cette configuration permet de mesurer l'accélération suivant la direction de propagation des faisceaux lasers Raman. Si l'aire géométrique de l'interféromètre est non nulle, elle donne également accès à la rotation autour de la normale à l'aire orientée. Jusqu'à maintenant, les interféromètres atomiques n'ont démontré une sensibilité qu'à une seule mesure inertielle (soit une accélération, soit une rotation) bien qu'intrinsèquement

sensible à au moins deux axes. Dans le but de réaliser une plateforme d'inertie pour les applications en navigation, en géophysique et en physique fondamentale [9], les six axes (trois rotations et trois accélérations) doivent être mesurés. Ceci peut être réalisé en assemblant plusieurs capteurs inertiels comme proposé dans [9], ou en utilisant le nouvel agencement décrit dans ce papier. Les résultats présentés sont près d'un ordre de grandeur meilleurs que ceux décrits dans [13], grâce à l'amélioration des sources atomiques (flux et température). De plus, l'étude des sensibilités à l'accélération suivant l'axe vertical et à la rotation horizontale est détaillée. Enfin une première étude de exactitude et du facteur d'échelle est également présentée.

## 2. Description du gyromètre multi-axes

Nous allons décrire un nouvel agencement expérimental permettant de mesurer les six axes d'inertie avec le même appareil. Les deux points clés sont d'une part l'utilisation d'une paire de faisceaux Raman unique pulsée dans le temps pour réaliser un interféromètre et le choix de trajectoires atomiques paraboliques fortement courbées. Ceci permet d'utiliser successivement trois configurations de faisceaux lasers Raman interagissant avec deux nuages d'atomes froids en trajectoires contra-propageantes, qui donnent accès à toutes les composantes de rotation et d'accélération. Pour l'une des trois composantes de rotation, nous utilisons une nouvelle configuration dite en ailes de papillon utilisant quatre impulsions ( $\pi/2-\pi-\pi-\pi/2$ ). De plus nous décrivons une nouvelle configuration Raman pour réduire les effets systématiques introduits par les distorsions de front d'onde des faisceaux lasers Raman.

### 2.1. Détails de l'interféromètre

Dans notre expérience, environ  $10^7$  atomes de césium sont piégés à partir d'une vapeur dans un piège magnéto-optique pendant 145 ms, et sont refroidis à environ 1  $\mu$ K dans une mélasse optique. Les nuages atomiques sont lancés suivant une trajectoire parabolique, à l'aide d'une mélasse mouvante, à une vitesse de 2,4 m.s<sup>-1</sup>, et avec un angle de 8° par rapport à la direction verticale. Les atomes sont alors préparés dans l'état  $|6S_{1/2}, F=3, m_F=0\rangle$  avant d'entrer dans la zone où est réalisé l'interféromètre. Au sommet leur trajectoire, ils interagissent avec les faisceaux lasers Raman. Nous noterons par la suite  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde effectif de la transition Raman et  $\varphi_i$  la différence de phase entre les deux lasers. La séquence d'interrogation est réalisée à l'aide d'une unique paire de faisceaux Raman recouvrant entièrement la zone d'interrogation. Les faisceaux sont alors allumés pendant environ 20  $\mu$ s pour réaliser les impulsions Raman. Ce procédé permet de modifier facilement la séquence temporelle d'interrogation. La vitesse des atomes et la taille des faisceaux (respectivement 30 mm et 40 mm de diamètre à  $1/e^2$  pour une orientation horizontale et verticale) imposent un temps d'interrogation maximal de 60 ms ou 80 ms. A la sortie de l'interféromètre, la probabilité de

transition dépend des forces d'inertie via la différence de phase accumulée suivant les deux bras de l'interféromètre [14]. L'utilisation de transitions Raman permet de détecter l'état interne des atomes en collectant la fluorescence de chacun des deux états de sortie.

### 2.2. Configurations

Nous présentons maintenant la description du principe du capteur d'inertie six axes. La direction de sensibilité de notre appareil est définie par la direction relative des faisceaux lasers Raman par rapport à la trajectoire atomique. Les différentes configurations sont illustrées sur la figure 1. Avec une configuration classique à trois impulsions ( $\pi/2-\pi-\pi/2$ ), nous obtenons une sensibilité à la rotation d'axe vertical  $\Omega_z$  et à l'accélération d'axe horizontal  $a_y$  en alignant les faisceaux lasers Raman horizontaux et orthogonaux aux trajectoires atomiques. (figure 1a). En utilisant des lasers verticaux, la même séquence permet de mesurer les rotations suivant  $\Omega_y$  et les accélérations verticales  $a_z$  (figure 1b). Grâce à nos choix de conceptions, nous avons également accès aux deux autres axes d'inertie suivant la direction de propagation des atomes (axe x). L'utilisation d'atomes froids et d'une trajectoire très incurvée nous permet d'utiliser les faisceaux lasers Raman suivant l'axe x, donnant alors accès à la mesure de l'accélération suivant l'axe  $a_x$  sans être sensible aux rotations (figure 1c). De plus, nous pouvons facilement être sensible à l'axe de rotation  $\Omega_x$  en changeant notre séquence temporelle par une séquence à quatre impulsions :  $\pi/2-\pi-\pi-\pi/2$  (figure 1d). Nous détaillons dans la suite du papier les deux configurations : la séquence classique à trois impulsions (a et b) et la nouvelle configuration en ailes de papillon utilisant quatre impulsions (d).

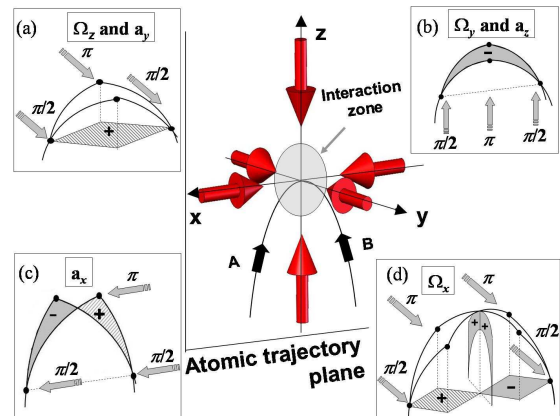


Fig. 1. \_ Principe du capteur inertiel six axes. Les nuages atomiques sont lancés sur une trajectoire parabolique et interagissent avec les faisceaux lasers Raman au sommet. Les quatre configurations (a)-(d) donnent accès aux trois rotations et aux trois accélérations. Dans la configuration à trois impulsions, la direction des lasers peut être horizontale ou verticale, créant un interféromètre dans le plan horizontal (a) ou vertical (b), (c). Dans la configuration en ailes de papillon utilisant une séquence à quatre impulsions avec des faisceaux horizontaux, la dernière rotation peut être mesurée.



### 3. Résultats expérimentaux

#### 3.1. Configuration classique, lasers Raman horizontaux

La première séquence étudiée utilise une séquence classique à trois impulsions ( $\pi/2-\pi-\pi/2$ ). Le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre dépend de l'accélération  $\mathbf{a}$  et de la rotation  $\mathbf{\Omega}$  et s'écrit [12] :

$$\Delta\Phi = \mathbf{k} \cdot [\mathbf{a} - 2(\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v})]T^2. \quad (1)$$

Le facteur d'échelle dépend uniquement de  $\mathbf{k}$ , de  $2T$  le temps d'interrogation total et de  $\mathbf{v}$  la vitesse moyenne des atomes dans le référentiel du laboratoire, qui sont tous les trois bien contrôlés. Dans cette partie,  $\mathbf{k}$  est suivant l'axe  $y$  comme montré sur la figure 1(a). La surface délimitée par les deux bras de l'interféromètre est courbée, mais ses projections sur les deux plans horizontaux sont nulles. La mesure dans cette configuration donne donc accès à l'accélération suivant l'axe Raman et à la rotation autour de l'axe vertical. Pour discriminer les déphasages dus aux accélérations de ceux dus rotations, nous utilisons deux nuages d'atomes lancés simultanément sur la même trajectoire mais parcourue en sens opposés, donnant une vitesse opposé dans l'équation 1 [15].

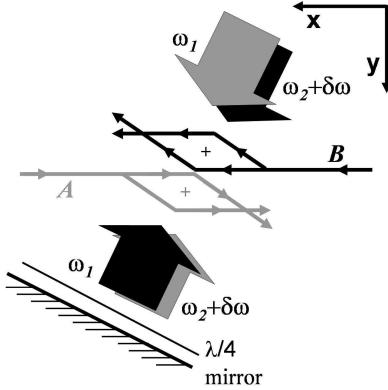


Fig. 2. \_ Les deux faisceaux lasers Raman, polarisés orthogonalement, sont dirigés simultanément dans une direction inclinée par rapport à celle des trajectoires atomiques. Ils sont ensuite rétro-réfléchis à travers une lame quart d'onde de façon que les atomes interagissent avec deux faisceaux contra-propageants aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2 + \delta\omega$  tel que  $\omega_1 - \omega_2 \approx 9,2$  GHz. Le désaccord  $\delta\omega$  permet de compenser l'effet Doppler afin qu'un nuage atomique ne puisse interagir qu'avec une seule paire de faisceaux lasers.

Dans notre expérience, nous avons développé une nouvelle méthode pour réduire la variation du vecteur d'onde local  $\mathbf{k}$ , qui conduit à des déphasages similaires à ceux dus aux effets inertiels [16]. La méthode consiste à propager les deux faisceaux lasers Raman dans le même système optique, avec des polarisations circulaires orthogonales. Les faisceaux traversent la zone d'interaction atomique avant d'être réfléchis à travers une lame quart d'onde. Ce système génère deux paires de faisceaux contra-propageants dont les aberrations se compensent en grande partie car les faisceaux ont accumulés les mêmes défauts, sauf au niveau de la

rétro-réflexion. L'inconvénient provient du fait que les atomes peuvent diffracter dans deux directions opposées. Pour sélectionner un seul processus de diffraction, nous avons incliné les faisceaux lasers de  $6^\circ$  dans le plan horizontal (voir figure 2) et compensé l'effet Doppler en modifiant la différence de fréquence entre les lasers Raman [17]. Comme les deux nuages atomiques se propagent dans des directions opposées, leur désaccord Doppler est de signe opposé. Chaque nuage atomique est donc résonnant avec une paire de faisceaux Raman différente et donc les deux interféromètres utilisent des vecteurs d'onde opposés. Par conséquent, les termes dus à la rotation et l'accélération sont obtenus en faisant respectivement la somme et la différence entre les déphasages des deux interféromètres (A et B).

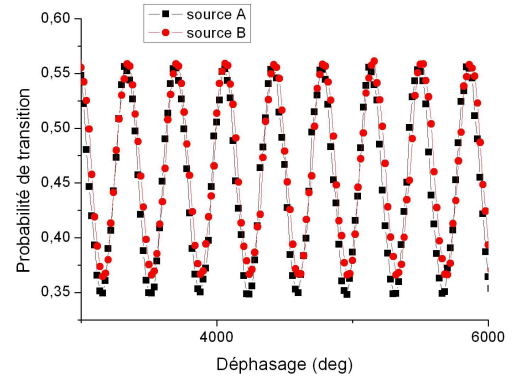


Fig. 3. \_ Franges d'interférence avec les deux interféromètres A et B pour un temps d'interrogation de  $2T = 60$  ms et un temps de cycle de 580 ms.

La figure 3 montre les deux interférogrammes réalisés en changeant la phase  $\varphi_l$  entre la première et la seconde impulsion Raman. Avec un temps d'interrogation  $2T = 60$  ms, les contrastes des interférogrammes sont respectivement de 20 et 19 % pour A et B. Ils peuvent être expliqués par la taille du nuage atomique après une expansion balistique (rayon de 2,2 mm rms) et par le profil d'intensité gaussien des faisceaux lasers Raman (diamètre de 30 mm à  $1/e^2$ ).

Pour atteindre la sensibilité maximale, nous utilisons l'interféromètre à flanc de frange. Pour que cette condition soit réalisée simultanément pour les deux interféromètres, nous alignons les faisceaux lasers Raman dans le plan horizontal et nous compensons le déphasage dû à la rotation par un saut de phase  $\varphi_l$  approprié. De plus, en utilisant deux valeurs différentes de  $\varphi_l$ , les interféromètres peuvent travailler alternativement sur les deux flancs d'une même frange [10], ce qui permet de rejeter les dérives long terme du contraste. La figure 4 montre un enregistrement temporel des signaux de rotation  $\Omega_z$  et d'accélération  $a_y$  déduits de la demi somme et de la demi différence des déphasages des deux interféromètres.

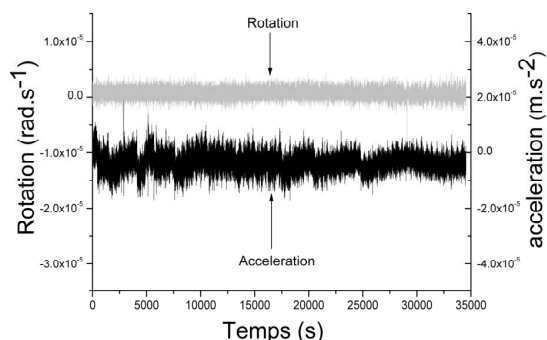


Fig. 4. \_ Signaux d'accélération et de rotation issus de la demi somme et de la demi différence des déphasages des deux interféromètres A et B. La valeur de la rotation tient compte du saut de phase. La valeur moyenne non nulle de l'accélération correspond à une contribution résiduelle de la gravité.

Ces résultats ont été obtenus en utilisant une plateforme d'isolation passive (nano-K 350BM-1) pour réduire le niveau de vibration et atteindre ces performances. Néanmoins, ce système introduit des dérives à long terme de l'orientation de la plateforme se traduisant par des fluctuations d'accélération via la projection de  $\mathbf{g}$  suivant la direction de  $\mathbf{k}$ . Nous avons estimé les performances de ce système en calculant l'écart type d'Allan de ces mesures (figure 5). Le rapport signal à bruit sur un coup (0,58 s) est de 25 pour l'accélération et de 127 pour la rotation, conduisant respectivement à une sensibilité de  $2,1 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$  et  $4,8 \times 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  en une seconde de mesure. Le rapport signal à bruit sur la mesure d'accélération est clairement limité par les vibrations parasites qui passent à travers la plateforme d'isolation. Dans le cas de la rotation, la limite provient d'une part du bruit des systèmes de détection et d'autre part des fluctuations temporelles de phase relative entre les deux lasers Raman. La sensibilité à l'accélération se dégrade pour des durées supérieures à 100 s. Ces fluctuations sont compatibles avec une dérive de l'horizontalité de la plateforme. Dans le cas de la rotation, nous observons une bosse à environ 200 s liée à la fluctuation de température dans le laboratoire (2 K pic à pic). La remontée pour les durées supérieures à 1000 s n'est pas expliquée pour l'instant.

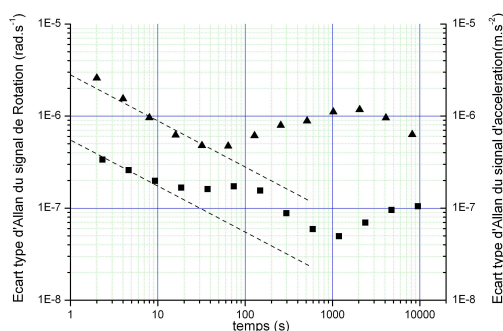


Fig. 5. \_ Ecart type d'Allan des mesures d'accélération (triangles) et de rotation (ronds) dans la configuration 1(a).

Nous avons également effectué un test de la qualité du facteur d'échelle en mesurant la projection de la vitesse de rotation de la terre sur l'axe vertical du gyromètre à la latitude de l'observatoire de Paris ( $\lambda = 48^\circ 50' 08'' \text{ N}$ ). Nous avons changé la sensibilité de l'interféromètre de près d'un ordre de grandeur en augmentant le temps d'interrogation de l'interféromètre de  $2T = 20 \text{ ms}$  à  $2T = 60 \text{ ms}$ . La figure 6 montre une variation linéaire du déphasage avec le carré du temps d'interrogation  $2T$ , comme prévu, en accord à 0,6% avec la valeur théorique.

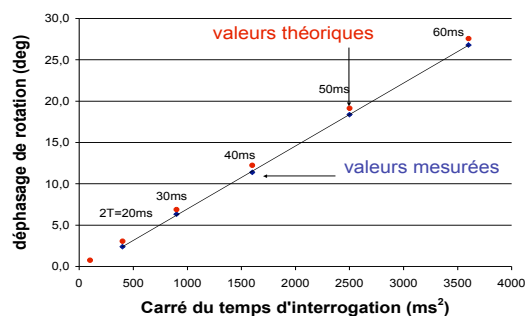


Fig. 6. \_ Variation du déphasage dû à la rotation de la terre suivant l'axe vertical en fonction du carré du temps d'interrogation (ronds) et valeurs théoriques correspondantes (losanges).

### 3.2. Configuration classique, lasers Raman verticaux

La seconde configuration est très similaire avec une séquence classique à trois impulsions mais utilise des faisceaux Raman verticaux (figure 1b). Le déphasage à la sortie de l'interféromètre s'écrit également comme l'équation 1. Par contre les faisceaux Raman étant dirigés verticalement, les mesures donnent accès à la rotation suivant un axe horizontal  $a_y$  et à l'accélération verticale.

La différence principale vient du fait qu'il n'est plus nécessaire d'incliner les faisceaux Raman pour générer un effet Doppler. Il suffit de bénéficier de l'effet Doppler induit par l'accélération de pesanteur  $\mathbf{g}$  suivant la direction Raman [18]. Il est alors nécessaire de balayer la différence de fréquence Raman pendant l'interrogation pour compenser l'effet Doppler et rester en résonance pour les trois impulsions. L'effet Doppler étant identique pour les deux nuages atomiques, ils utilisent la même paire de faisceaux Raman. Il faut donc effectuer la demi différence des déphasages pour obtenir le signal de rotation et la demi somme pour obtenir le signal d'accélération. Dans cette configuration, le bruit de phase des lasers Raman apparaît sur le signal d'accélération et disparaît de celui de rotation. C'est un avantage, car il devient alors négligeable compte tenu du niveau d'accélération parasite.

De même que précédemment, il est possible de tracer les interférogrammes en ajoutant un saut de phase  $\varphi_i$  entre la première et la seconde impulsion. Pour un temps d'interrogation total  $2T = 80 \text{ ms}$ , nous obtenons

un contraste de 20% pour les deux interféromètres. Il est également possible de se positionner à flanc de frange pour les deux interféromètres simultanément. Pour cela nous avons orienté l'axe  $y$  suivant la direction Est-Ouest, conduisant à une projection nulle de la vitesse de rotation de la terre sur l'axe de sensibilité. Cette configuration nous permet de tester la stabilité du biais de l'interféromètre indépendamment de celle du facteur d'échelle.

Les résultats sont également étudiés en traçant l'écart type d'Allan des signaux de rotation et d'accélération (figure 7). Des sensibilités de  $10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$  à l'accélération et de  $2,8 \times 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  à la rotation ont été obtenues en 1 s de mesure. L'amélioration de la stabilité de la mesure d'accélération tient d'une part à l'augmentation du temps d'interrogation et d'autre part à un plus faible niveau de vibration suivant l'axe vertical que suivant les axes horizontaux. Pour les mesures de rotation, l'amélioration provient en partie de l'augmentation du temps d'interrogation mais également de la suppression de la sensibilité au bruit de phase des lasers Raman. Les limites actuelles sont déterminées par le bruit résiduel dans les systèmes de détection, lié au contraste relativement faible (20%). Nous constatons également des bosses sur les deux variances à environ 200 s, liées aux fluctuations de température comme dans la configuration précédente. Néanmoins, la sensibilité s'améliore pendant 1000 s pour atteindre  $2 \times 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  pour les rotations et  $2 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$  pour les accélérations.

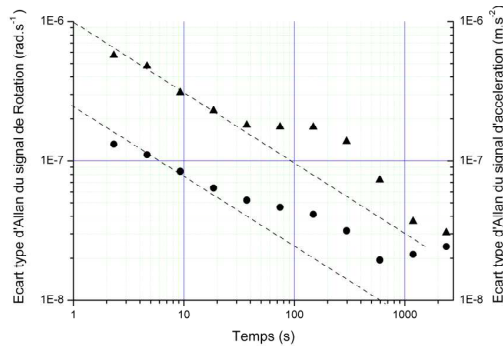


Fig. 7. \_ Ecart type d'Allan des mesures d'accélération (triangles) et de rotation (ronds) dans la configuration 1(b) utilisant les lasers Raman suivant la direction verticale.

### 3.3. Configuration en ailes de papillon

Dans ce paragraphe, nous nous consacrons à l'étude d'une nouvelle configuration à quatre impulsions (figure 1d), qui a été proposée précédemment pour mesurer les gradients de gravité [17, 11]. Elle permet de réaliser la mesure de rotation suivant l'axe  $x$ , qui ne peut pas être obtenue avec la configuration standard à trois impulsions, en utilisant les mêmes faisceaux Raman que dans la première configuration (suivant l'axe  $y$ ). Les quatre impulsions  $\pi/2-\pi-\pi-\pi/2$  sont séparées par des durées  $T/2-T-T/2$ . Les trajets des paquets d'onde atomique se croisent pour réaliser un interféromètre

recourbé. La projection de l'aire orientée de l'interféromètre sur le plan horizontal s'annule rendant l'interféromètre insensible à la rotation autour de l'axe vertical  $z$ . Par contre, la projection sur le plan vertical conduit à une sensibilité à la rotation autour de l'axe  $x$  :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2} [\mathbf{k} \times (\mathbf{g} + \mathbf{a})] \cdot \boldsymbol{\Omega} T^3. \quad (2)$$

La sensibilité à la rotation apparaît comme un terme croisé avec l'accélération verticale et ne dépend plus de la vitesse de lancement. Dans cette configuration, les interféromètres ne sont plus sensibles aux accélérations continues mais le sont aux variations d'accélération verticales et horizontales pendant l'interrogation. Grâce à l'utilisation de la plateforme d'isolation, les accélérations résiduelles sont négligeables devant  $\mathbf{g}$ , ce qui ne compromet pas la stabilité du facteur d'échelle. La sensibilité aux rotations est comparable à celles des configurations (a) et (b). Pour  $2T = 60 \text{ ms}$ , cette configuration conduit à une aire réduite par un facteur 4,5, mais qui croît comme  $T^3$  et donc présentera une meilleure sensibilité pour des temps d'interrogation plus grands.

Les franges d'interférences présentées sur la figure 8 présentent un contraste de respectivement 4,9% et 4,2 % pour les interféromètres A et B. En utilisant comme précédemment l'interféromètre à flanc de frange, nous avons obtenu un rapport signal à bruit de 18 limité par les vibrations résiduelles. La sensibilité à la rotation est alors de  $2,2 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$  en une seconde, décroissant à  $1,8 \times 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$  après 280s d'intégration.

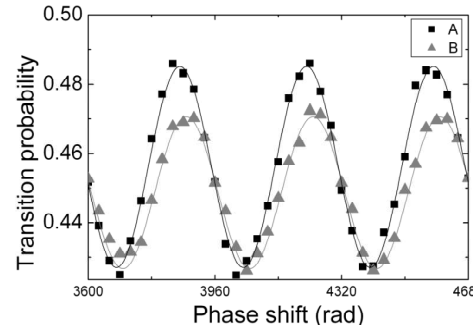


Fig. 8. \_ Franges d'interférences obtenues avec les deux interféromètres A et B dans la configuration en ailes de papillon à quatre impulsions pour un temps d'interrogation total de 60 ms.

## 4. Conclusion

Nous avons présenté la possibilité de mesurer les six axes d'inertie à l'aide du même dispositif, ce qui montre l'intérêt d'utiliser des atomes froids avec une seule paire de faisceaux lasers Raman pulsée dans le temps. Les mesures avec la configuration à trois impulsions ont montré une stabilité sur une seconde au niveau de  $2,8 \times 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  pour la mesure de rotation et de  $10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$  pour celle d'accélération. La sensibilité à la rotation peut encore être améliorée d'un facteur trois en améliorant le contraste et en réduisant le bruit de la détection. Par ailleurs, l'étude de la mesure de la rotation de la Terre suivant l'axe vertical a montré un

très bon accord sur la variation du facteur d'échelle (0,6%). Enfin, l'étude de la mesure de rotation suivant l'axe horizontal en passant d'une orientation Est-Ouest à Nord-Sud doit permettre de mesurer le module de la rotation de la Terre et de confirmer la qualité de la connaissance du facteur d'échelle.

De plus, nous avons démontré la possibilité d'utiliser une nouvelle configuration en ailes de papillon utilisant quatre impulsions Raman et qui est sensible à la rotation autour de l'axe de propagation des nuages atomiques au sommet de leur trajectoire. Elle est particulièrement bien adaptée à l'utilisation de trajectoires proches de celles des fontaines atomiques dans lesquelles les atomes sont lancés verticalement. Comme l'aire de l'interféromètre croît comme  $T^3$ , elle ouvre la possibilité de gyromètre à atomes froids atteignant des sensibilités de  $10^9 \text{ rad.s}^{-1}$  en une seconde de mesure.

### Remerciements

La réalisation de ces travaux a été possible grâce au soutien financier du CNRS, du LNE, de la DGA, du CNES, de l'Union Européenne et de la Région Ile de France. Les auteurs tiennent également à remercier les doctorants et collaborateurs : Florence Yver-Leduc, Jérôme Fils, David Holleville, Christian Bordé, Philippe Bouyer, A. Clairon et Noël Dimarcq pour leur participation aux étapes précédentes de développement de l'expérience, ainsi que Franck Pereira Dos Santos pour des discussions fructueuses.

### Références

- [1] Carnal O. et Mlynek J., « Young's double-slit experiment with atoms : a simple atom interferometer », *Phys. Rev. Lett.*, 66, mai 1991, 2689-2692.
- [2] Keith D. W., Ekstrom C. R., Turchette Q. A. et Pritchard D. E., « An interferometer for atoms », *Phys. Rev. Lett.*, 66, mai 1991, 2693-2696.
- [3] Riehle F., Kister Th., Witte A., Helmcke J. et Bordé Ch., « Optimal Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter wave interferometer », *Phys. Rev. Lett.*, 67, juillet 1991, 177-180.
- [4] Kasevich M. et Chu S., « Atom interferometry using stimulated Raman transitions », *Phys. Rev. Lett.*, 67, juillet 1991, 181-184.
- [5] Peters A., Chung K. Y. et Chu S., « High-precision gravity measurements using atom interferometry », *Metrologia*, 38, 2001, 25-61.
- [6] McGuirk J. M., Foster G. T., Fixler J. B., Snadden M. J. et Kasevich M. A., « Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry », *Phys. Rev. A*, 65, février 2002, 033608-1-14.
- [7] Gustavson T. L., Bouyer P. et Kasevich M. A., « Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope », *Phys. Rev. Lett.*, 78, mars 1997, 2046-2049.

- [8] Berman P. R., « Atom Interferometry », *Academic Press.*, London 1997, et références incluses.
- [9] Bingham R. *et al.*, « Assessment Study report », *ESA-SCI* (2000) 10 et références incluses.
- [10] Clairon A., Laurent Ph., Santarelli G., Ghezali S., Lea S. N. et Bahoura M., « A cesium fountain frequency standard : preliminary results », *IEEE Trans Instrum. Meas.*, 44, mars 1995, 128-131.
- [11] Bordé Ch. J., « Atomic interferometry with internal state labeling », *Phys. Rev. A*, 140, septembre 1989, 10-12.
- [12] Bordé Ch. J., « Atom interferometry and laser spectroscopy », dans *Lasers Spectroscopy X*, ed. par Ducloy M., Giacobino E. et Camy G., World Scientific, Singapor, juin 1991, 239-245.
- [13] Canuel B., Leduc F., Holleville D., Gauguier A., Fils J., Virdis A., Clairon A. Dimarcq N. Bordé Ch. J. et Landragin A., « Six-axis inertial sensor using cold atom interferometry », *Phys. Rev. Lett.*, 97, juillet 2006, 010402-1-4.
- [14] Antoine Ch. et Bordé Ch. J., « exact phase shift for atom interferometry », *Phys. Lett. A*, 306, 2003, 277-284.
- [15] Gustavson T. L., Landragin A. et Kasevich M. A., « Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope », *Class. Quantum. Grav.*, 17, 2000, 1-14.
- [16] Yver-Leduc F., « Caractérisation d'un capteur inertiel à atomes froids », *thèse de doctorat de l'université de Paris XI*, novembre 2004.
- [17] Fils J., Leduc F., Bouyer P., Holleville D., Dimarcq N., Clairon A. et Landragin A., « Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope », *Eur. Phys. J. D.*, 36, septembre 2005, 257-260.
- [18] Cheinet P., Pereira Dos Santos F., Petelski T., Le Gouët J., Therkildsen K. T., Clairon A. et Landragin A., « Compact laser system for atom interferometry », *Applied. Phys. B*, 84 septembre 2006, 643-646.
- [19] Gustavson T., Ph. D thesis, Stanford University, 2000.



# Bibliographie

- [Allard 2004] F. Allard, I. Maksimovic, M. Abgrall, Ph. Laurent, "Automatic system to control the operation of an extended cavity diode laser", **75**-1, 54-58 (2004).
- [Antoine 2003] Ch. Antoine, Ch. J. Bordé, "Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update", *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.*, vol. 5, pp. 199-207, 2003.
- [Avenel 1997] O. Avenel, P. Hakonen, E. Varoquaux, "Detection of the Rotation of the Earth with a Superfluid Gyrometer ", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3602 - 3605 (1997).
- [Baillard 2006] X. Baillard, A. Gauguier, S. Bize, P. Lemonde, Ph. Laurent, A. Clairon, P. Rosenbusch, "Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers", *Optics Communications*, **266**-2, 609-613, 2006.
- [Berman 1997] *Atom Interferometry* (ed. Paul R. Berman, London : Academic Press) (1997).
- [Bize 2001] S. Bize, "Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de Césium", thèse de doctorat de l'université Paris VI, 2001.
- [Bordé 1989] Ch. J. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling", *Physics Letters A* **140**, 10-12 (1989).
- [Bordé 1991] Ch. J. Bordé, "Atomic interferometry and laser spectroscopy", *Laser Spectroscopy X* (ed. M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy, World Scientific) 239-245 (1991).
- [Bordé 2004] Ch. J. Bordé, "Quantum theory of atom wave beam-splitters and application to multidimensional atomic gravito-inertial sensors", *General Relativity and Gravitation* **36**, 475-502(2004).
- [Brevet 1] A.Landragin, P.Featonby, brevet français n°FR 02-15454.
- [Brevet 2] P.Featonby, A.Virdis, A.Landragin, B.Canuel, F.Leduc, "Procédé et appareil de mesure de vitesse de rotation par interférométrie atomique", brevet français n°FR 04-11768.
- [de Broglie 1923] L. de Broglie, "Waves and Quanta", *Nature* **112**, 540 (1923)
- [Canuel 2003] Rapport de stage de DEA Lasers-matière.
- [Canuel 2006] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguier, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, Ch. J. Borde, A. Landragin, "Six axis inertial sensor using cold-atom interferometry" *Phys. Rev. Lett.* **97** 010402 (2006).
- [Carnal 1991] O. Carnal, J. Mlynek, "Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer ", *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2689 (1991).
- [Cheinet 2005] P.Cheinet, "Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids ", thèse de doctorat de l'université Paris VI, 2005.
- [Cheinet 2006] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguier, F. Leduc, A. Landragin, Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer, submitted for publication to *IEEE Trans. on Instrum. Meas.* March 24 2005.

- [Chow 1985] W. W. Chow *et al*, "The ring laser gyro", *Reviews of Modern Physics*, **57** 61 (1985).
- [Chu 1991] M. Kasevich and S. Chu, "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions", *Phys. Rev. Lett.* **67** 181(1991).
- [Cladé 2006] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, "Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 033001 (2006).
- [Cladé 2006] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, "Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 033001 (2006).
- [Clairon 1991] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, W. Phillips, "Ramsey resonance in a Zacharias fountain", *Europhys. Lett.*, **16**, 165 (1991).
- [Clairon 1995] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S.N. Lea, M. Bahoura, "A cesium fountain frequency standard : preliminary results", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **44**, 128 - 131 (1995).
- [Clauser 1988] J. F. Clauser, "Ultra high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter-wave interferometry" *Physica B* **151** 262 (1988).
- [Cohen-Tannoudji 1977] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë "Mécanique Quantique", *Ed. Hermann*, Paris (1977).
- [Colella 1975] R. Colella, A. W. Overhauser, S. A. Werner, "Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference", *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1472 - 1474 (1975) .
- [Dalibard 1989] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models", *J. Opt. Soc. Am. B*, **6** 2023
- [Davisson 1927] C. Davisson, H. Germer, "The Scattering of Electrons by a Single Crystal of Nickel", *Nature* **119**, 558-560 (1927)
- [Dick 1987] G. J. Dick, "Local Oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards" in *Proc. Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval*, 1987, pp. 133-147.
- [Dimarcq 1993] Dimarcq, N. ; Giordano, V. ; Cerez, P. ; Theobald, G. ; *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Volume **42**, Issue 2, 115 - 120, 1993.
- [Dirac 1925] P. A. M. Dirac, "The Fundamental Equations of Quantum Mechanics", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **107**, 744 (1925).
- [Drewsen 1994] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison and C. Salomon, "Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap" *Applied Physics B : Lasers and Optics* **59** 283 (1994).
- [Dubetsky 2006] B. Dubetsky, M. A. Kasevich, "Atom interferometer as a selective sensor of rotation or gravity", *Phys. Rev. A* **74**, 023615 (2006).
- [Fattori 2003] M. Fattori, G. Lamporesi, T. Petelski, J. Stuhler, G. M. Tino, Towards an atom interferometric determination of the Newtonian gravitational constant, *Phys. Lett. A* **318**, 184 (2003).
- [Fils 2002] J. Fils, "Réalisation et caractérisation d'un gyromètre à ondes de de Broglie", thèse de doctorat de l'université Paris XI, 2002.
- [Fils 2005] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon and A. Landragin, "Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope", *Eur. Phys. J. D* **36**, 257-260 (2005).

- [Fixler 2006] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, M. A. Kasevich, "Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity", *Science* **315**, 5808, 74 - 77 (2006).
- [Le Gouët 2006] J. Le Gouët, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, "Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers", *arXiv physics/0701023* (2006).
- [Grisson 1992] D. Grison, "Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de Césium et quelques applications", thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1992.
- [Gustavson 1997] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich "Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope", *Phys. Rev. Lett.* **78** 2046 (1997).
- [Gustavson 1998] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich, "A dual atomic beam matter-wave gyroscope", *Proc. SPIE* **3270**, 62 (1998).
- [Gustavson 2000] T. L. Gustavson, A. Landragin, M. A. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope", *Class. Quantum Grav.* **17**, 1-14 (2000).
- [Gustavson 2000-2] T. Gustavson, PhD. Thesis, Stanford University (2000).
- [Hall 1981] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson, *Appl. Phys. Lett.* **39**, 680 (1981)
- [Henry 1983] Henry, C. ; *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **18-2**, 259 - 264, 1983.
- [Holleville 2001] D. Holleville, "Conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids fondé sur l'effet Sagnac pour les ondes de matière", thèse de doctorat de l'université Paris XI, 2001.
- [Keith 1991] D. W. Keith, Christopher R. Ekstrom, Quentin A. Turchette, David E. Pritchard, "An interferometer for atoms", *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2693 (1991).
- [Kobayashi 1981] Kobayashi, S. ; Kimura, T. ; *Quantum Electronics, IEEE Journal of* Volume 17, Issue 5, May 1981 Page(s) :681 - 689
- [Lucas-Leclin 1998] G. Lucas-Leclin, "Importance des propriétés spectrales des lasers pour les performances des horloges atomiques à pompage optique", thèse de doctorat de l'université Paris XI Orsay, 1998.
- [Marion 2003] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 150801 (2003).
- [Marton 1952] L. Marton, "Electron Interferometer", *Phys. Rev.*, **85**, 1057, (1952).
- [McGuirk 2002] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, M. A. Kasevich, "Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry", *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
- [Moler 1992] Moler K. ; Weiss, D. S. ; Kasevich, M. and Chu, S., "Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions", *Phys. Rev. A* **45** 342 (1992).
- [Peters 2001] A. Peters, K. Y. Chung, S. Chu, "High-precision gravity measurements using atom interferometry", *Metrologia*, **38**, 25-61 (2001).
- [Raab 1987] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure" *Phys. Rev. Lett.* **59** 2631 (1987).
- [Ramsey 1950] Norman F. Ramsey, "A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields", *Phys. Rev.* **78**, 000695 (1950)
- [Rauch 1974] H. Rauch, W. Treimer, "Test of a single crystal neutron interferometer", *Physics Letters A*, **47**, 369-371 (1974).



- [Riehle 1991] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, Ch. J. Bordé, "Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer " *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [Sagnac 1913] M.G. Sagnac, *Compte rendus de l'académie des sciences*, **157**, 708-1410, (1913).
- [Sesko 1987] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, and C. Wieman, "Collisional losses from a light-force atom trap " *Phys. Rev. Lett.* **63** 961 (1987).
- [Sortais 2001] Y. Sortais, "Construction d'une fontaine double à atomes froids de 87Rb et 133Cs ; Etude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine ", thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001.
- [Stedman 1995] G. E. Stedman, Z. Li, C. H. Rowe, A. D. McGregor, H. R. Bilger, "Harmonic analysis in a large ring laser with backscatter-induced pulling", *Phys. Rev. A* **51**, 4944 - 4958 (1995).
- [Storey 1994] P. Storey , C. Cohen Tannoudji, "The feynmann path integral approach to atomic interferometry : A tutorial", *J. Phys. II* **4**, 1999(1994)
- [Yver Leduc 2004] F. Yver Leduc , "Caractérisation d'un capteur inertiel à atomes froids", thèse de doctorat de l'université Paris XI, 2004.
- [Weiss 1994] D. S. Weiss, B. C. Young, S. Chu , "Precision measurement of  $\hbar/m_{Cs}$  based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry", *Applied physics B* **59** 217 (1994).
- [Wicht 2002] A. Wicht, J.M. Henlsey, E. Sarajlic, S. Chu, "A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry", *Physica Scripta* **102**, 82-88 (2002).



## Étude d'un gyromètre à atomes froids

### Benjamin Canuel

**Résumé :** Nous présentons l'étude d'un capteur inertiel basé sur l'interférence d'ondes atomiques permettant d'effectuer des mesures simultanées de rotations et d'accélérations. Contrairement aux appareils précédents, l'utilisation d'atomes refroidis par laser permet d'obtenir un dispositif compact et stable sur le long terme. Cet appareil utilise deux sources d'atomes de Césium froids lancées dans des directions opposées sur des trajectoires paraboliques. Au sommet de cette trajectoire, les atomes interagissent avec des impulsions lasers induisant des transitions Raman stimulées (séquence d'impulsions  $\pi/2-\pi-\pi/2$ ), afin de réaliser la séparation, la déflexion et la recombinaison des paquets d'ondes atomiques. A la sortie de l'interféromètre, le déphasage mesuré est proportionnel à l'accélération et à la vitesse de rotation de l'appareil. Ce signal de déphasage est également sensible à certaines imperfections expérimentales qui peuvent dégrader la stabilité (bruit de phase des lasers, fluctuation du champ magnétique, bruit de vibration) ou l'exactitude de l'appareil (gradient de champ magnétique, défauts de trajectoires, déplacement lumineux) dont nous déterminons l'influence. Nous étudions les améliorations apportées aux sources atomiques concernant notamment le contrôle des trajectoires et la stabilité des mesures de déphasage obtenue dans des configurations utilisant des faisceaux Raman verticaux et horizontaux. Dans ce dernier cas les sensibilités atteintes sont respectivement de  $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  et  $8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$  sur 1 s pour des mesures de rotation et d'accélération. Une première étude de l'exactitude des mesures est également présentée en utilisant la rotation de la Terre.

**Mots clés :** Interférométrie atomique, refroidissement d'atomes, gyromètre, effet Sagnac, transitions Raman stimulées, capteur inertiel.

## Study of a cold atom rate-gyroscope

**Abstract :** We present the study of an inertial sensor based on matter-wave interferences. This device gives high precision measurement for both rotation rate and acceleration. In contrast with previous analog setups we emphasize on the long term stability and the compactness of the device by the use of laser cooled atoms. Two cold atomic sources of Cesium are launched on counter-propagating parabolic trajectories. At the top of the trajectory, the atoms interact with light pulses inducing stimulated Raman transitions ( $\pi/2-\pi-\pi/2$  pulse sequence). These pulses split, deflect and recombine the wave-packets to realize the interferometer. The phase difference measured at the output of the interferometer is linked to the acceleration and the rotation rate of the device. This signal is also sensitive to some imperfections of the experimental setup which can impact the stability (laser phase noise, magnetic field fluctuation, vibration noise) or the accuracy (magnetic field gradients, trajectories imperfections, light shifts) of the measurement. The influence of these effects is analyzed. We also study the improvements of the setup (mainly concerning the atomic trajectories) and the stability obtained in configurations using horizontal and vertical Raman lasers. In this case, the sensitivity reached is respectively  $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$  and  $8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$  in 1 s for rotation and acceleration measurement. We present a first study of the accuracy of the measurement by using the Earth rotation

**Key words :** Atom interferometry, cold atoms, rate-gyroscope, Sagnac effect, stimulated Raman transitions, inertial sensor.